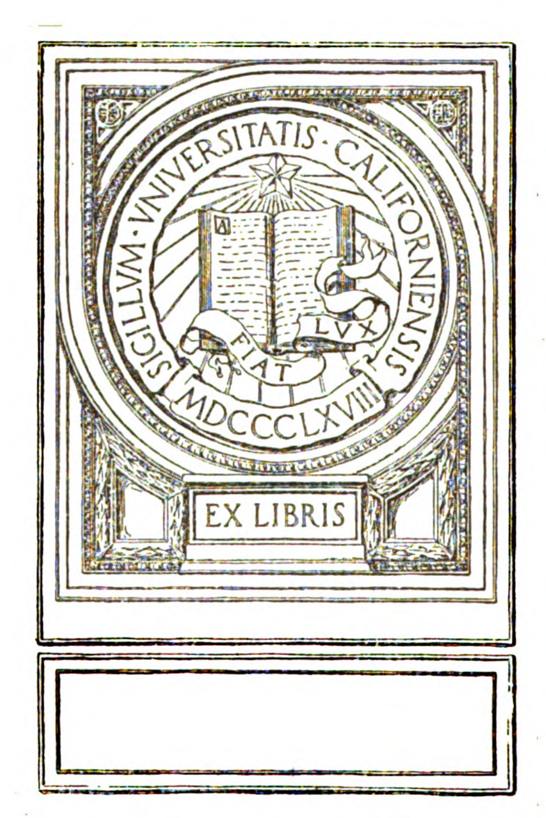



SIGILLVM · VNIVERSITATIS · CALIFORNIENSIS
FIAT LVX
MDCCCLXVIII
EX LIBRIS






SIGILLVM · VNIVERSITATIS · CALIFORNIENSIS
LVX
FIAT
MDCCCLXVIII
EX LIBRIS



Jahrbuch

der

Radioaktivität und Elektronik

Unter Mitarbeit

von

S. A. Arrhenius (Stockholm), **H. Geitel** (Wolfenbüttel), **F. Giesel** (Braunschweig), **K. Hofmann** (Berlin), **P. Lenard** (Heidelberg), **H. A. Lorentz** (Leiden), **W. Marckwald** (Berlin), **E. Warburg** (Berlin), **W. Wien** (Würzburg)

herausgegeben

von

Johannes Stark

in Greifswald.

Sechzehnter Band

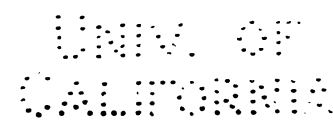
1920

Mit 56 Figuren im Text und 3 Tafeln



LEIPZIG
VERLAG VON S. HIRZEL
1920

Inhaltsverzeichnis.



Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

16. Band. Jahr 1919. Heft 1.

Die photometrische Helligkeit des schwarzen Körpers und der metallischen Strahler.

Von F. Henning.

(Mit 2 Figuren.)

A. Die Helligkeit als Funktion der Temperatur und der spezifischen Strahlungseigenschaften.

Definition der Helligkeit. Um die Flächenhelligkeit H beliebiger Temperaturstrahler in HK/cm² berechnen zu können, muß die Empfindlichkeit e_λ des Auges als Funktion der Wellenlänge λ, das Absorptionsvermögen $A_{\lambda, T}$ des betreffenden Strahlers sowie die Intensität $E_{\lambda, T}$ der monochromatischen Strahlung des schwarzen Körpers als Funktion der Wellenlänge und der absoluten Temperatur T bekannt sein. Dann ist unter der Voraussetzung, daß sich die Intensitäten der Lichteindrücke in der Farbe schmaler Wellenlängenbereiche additiv zu einem Gesamtlichteindruck zusammensetzen, die Flächenhelligkeit eines Strahlers, d. h. der pro cm² Oberfläche senkrecht zu dieser in den räumlichen Winkel 1 gesandte Lichtstrom

$$H = L \int_0^\infty e_\lambda A_{\lambda, T} E_{\lambda, T}\, d\lambda. \tag{1}$$

Die Größe L ist der Umrechnungsfaktor, der hinzugefügt werden muß, wenn E in Wattsekunden und H in Hefnerkerzen bzw. Lumen ausgedrückt wird.

Die Strahlung des schwarzen Körpers. Von den genannten drei Funktionen kennt man rein theoretisch nur E, und zwar ist nach der Planckschen Strahlungsgleichung

$$E = c_1 \lambda^{-5} \left[e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right]^{-1} = c_1 \lambda^{-5} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{m c_2}{\lambda T}}. \tag{2}$$

Nach den zuverlässigsten Messungen ist in Übereinstimmung mit den Eichungsgrundlagen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt[1]) die Konstante

1) Zeitschr. f. Instrumentenkde. 36, 20—21, 1916.

$$c_2 = 1{,}430 \text{ cm Grad} \tag{3}$$

zu setzen. Die Größe c_1 findet man mit Hilfe der Konstanten des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes, wenn man den Energiestrom $E_{\lambda, T} \cdot \pi \cdot d\lambda$, welchen 1 cm² des schwarzen Körpers im differentialen Wellenlängenbereich λ bis $\lambda + d\lambda$ in den hemisphärischen Raum sendet, über alle Wellenlängen summiert. Man erhält die Formel

$$\sigma T^4 = c_1 \pi \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \lambda^{-5} e^{-\frac{m c_2}{\lambda T}} d\lambda = c_1 \frac{\pi^5}{15} \cdot \frac{T^4}{c_2^4}.$$

Hierbei ist der Umstand benutzt, daß die auftretende Summe S der vierten Potenzen aller reziproken ganzen Zahlen durch die Bernoullische Zahl B_3 ausdrückbar und durch $S = \frac{1}{3} \pi^4 B_3 = \frac{\pi^4}{90}$ darstellbar ist. Wenn man für die Stefan-Boltzmannsche Konstante den Wert

$$\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-12} \text{ Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4} \text{ [1]} \tag{3a}$$

einführt, so ergibt sich

$$c_1 = \frac{15 \cdot \sigma \cdot c_2^4}{\pi^5} = 1{,}168_3 \cdot 10^{-12} \text{ Watt cm}^2. \tag{4}$$

Die Augenempfindlichkeit. Die Funktion e_λ der Augenempfindlichkeit ist mehrfach Gegenstand experimenteller Untersuchung gewesen, so in neuerer Zeit durch H. Bender[2], Ives[3] und Nutting[4]. Die Ergebnisse dieser Messungen, die sich auf die Empfindlichkeit der Zapfen auf der Fovea centralis beziehen, sind in Tabelle I wiedergegeben. Als Einheit gilt der Maximalwert der Empfindlichkeit, der für grünes Licht (in der Nähe von $\lambda = 0{,}55\,\mu$) beobachtet ist.

Es hat auch nicht an Versuchen gefehlt, die Empfindlichkeit e_λ als geschlossenen analytischen Ausdruck der Wellenlänge λ darzustellen. In dieser Richtung haben sich Goldhammer[5], Kingsbury[6] und Nutting[7] bemüht. Unter Benutzung der Goldhammerschen Formel lassen sich die Beobachtungsergebnisse, etwa mit Ausnahme der längsten noch sichtbaren Wellen, durch die Beziehung

$$e_\lambda = \psi_0(\lambda) = \left[\frac{\Lambda_0}{\lambda} e^{1 - \frac{\Lambda_0}{\lambda}}\right]^{p_0} \tag{5}$$

---

1) Vgl. F. Henning, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **20**, 81—85, 1918.
2) H. Bender, Ann. d. Phys. **45**, 401, 1912.
3) Ives, Phys. Rev. **35**, 401, 1912.
4) Nutting, Phil. Mag. **29**, 301, 1915.
5) Goldhammer, Ann. d. Phys. **16**, 621, 1905.
6) Kingsbury, Phys. Rev. **7**, 161—168, 1916.
7) Nutting, Bull. Bur. of Stand. **5**, 261—308, 1918.

Tabelle I.

λ	Beobachtet			Berechnet			
	Ives	Bender	Nutting	$\psi_0(\lambda)$	$a_1\psi_1(\lambda)$	$-a_2\psi_2(\lambda)$	Gl. 5
0,44		0,091		0,021	0,037		0,058
0,46		0,166		0,084	0,100		0,184
0,48	0,154	0,285		0,239	0,042		0,281
0,49	0,253		0,227	0,355	0,014		0,369
0,50	0,363	0,497	0,330	0,492	0,003		0,495
0,51	0,596	0,601		0,637	0,001		0,638
0,52	0,794	0,771	0,671	0,775			0,775
0,53	0,912	0,906	0,835	0,888			0,888
0,54	0,977	0,973	0,944	0,968			0,968
0,55	1,000	1,000	0,995	0,994			0,994
0,56	0,990	0,971	0,993	0,984			0,984
0,57	0,948	0,953	0,944	0,932			0,932
0,58	0,875	0,853	0,851	0,843			0,843
0,59	0,763			0,739			0,739
0,60	0,635	0,632	0,605	0,625		0,001	0,624
0,61	0,509			0,507		0,004	0,503
0,62	0,387	0,371	0,342	0,404		0,009	0,395
0,63	0,272			0,308		0,023	0,285
0,64	0,175	0,190	0,163	0,234		0,043	0,191
0,65	0,104			0,167		0,063	0,101
0,66		0,068		0,121		0,070	0,051
0,68		0,013		0,059		0,045	0,014

wiedergeben, wenn $\Lambda_0 = 0{,}552\,\mu = 0{,}552 \cdot 10^{-4}$ cm und $p_0 = 140$ gesetzt wird. Fig. 1 zeigt deutlich, daß Gl. (5) (gestrichelte Linie) im äußersten Rot zu hohe Werte für e_λ ergibt. Im äußersten Blau differieren die einzelnen Beobachtungen nicht unbeträchtlich. Um den Anschluß an die Benderschen Messungen zu gewinnen, sind hier die berechneten Werte von e_λ etwas zu erhöhen. Diesen Abweichungen kann man dadurch Rechnung tragen, daß man zu dem Ausdruck $\psi_0(\lambda)$ noch zwei Korrektionsterme von derselben Art hinzufügt und Gl. (5) durch folgenden Ausdruck ersetzt:

$$e_\lambda = \psi_0(\lambda) + a_1\,\psi_1(\lambda) + a_2\,\psi_2(\lambda), \qquad (5\,a)$$

wobei

$$a_1 = +0{,}10;\; \Lambda_1 = 0{,}460 \cdot 10^{-4}\text{ cm};\; p_1 = 1000$$
$$a_2 = -0{,}07;\; \Lambda_2 = 0{,}660 \cdot 10^{-4}\text{ cm};\; p_2 = 1000.$$

Die Werte der drei Funktionen ψ und ihre Summe sind in Tabelle I enthalten. Die Übereinstimmung des Ausdruckes (5a) (ausgezogene Linie d. Fig. 1) mit den Beobachtungen ist ausreichend.

Das Absorptionsvermögen. Für die Funktion $A_{\lambda, T}$ gibt es, soweit sichtbare Wellen in Betracht kommen, bisher kein allgemein gültiges Gesetz. Bei Zimmertemperatur ändert sich indessen für alle

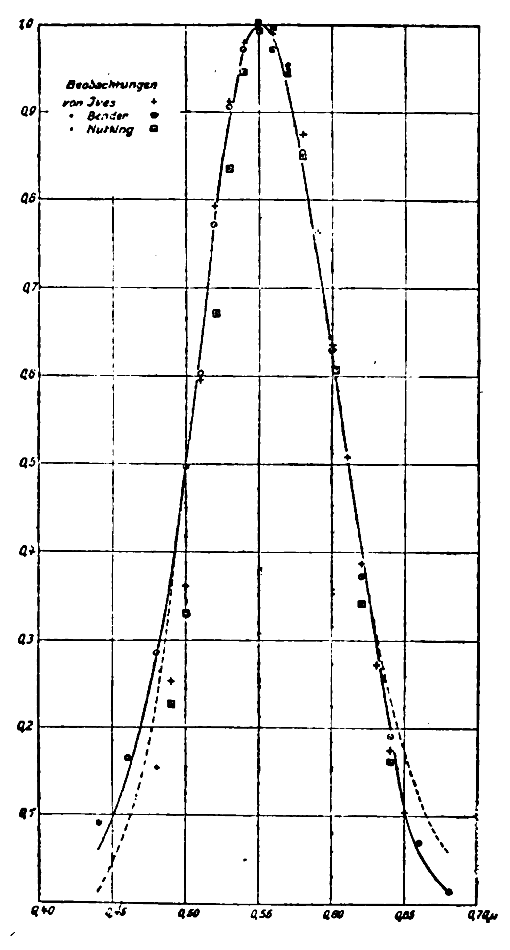


Fig. 1.

Körper, welche keine ausgesprochene Farbe besitzen, das Absorptionsvermögen im sichtbaren Gebiet nur wenig mit der Wellenlänge, so daß es in dem Bereich, der allein hier in Frage kommt, ausreichend genau durch eine Formel mit drei Konstanten darstellbar ist. Zwecks Vereinfachung der Integration empfiehlt sich der Ausdruck

$$A = \alpha \lambda^{-\beta} e^{-\frac{c_2}{\lambda \gamma}} = \alpha' (\lambda \cdot 10^4)^{-\beta} e^{-\frac{c_2}{\lambda \gamma}}, \tag{6}$$

wobei $\alpha' = \alpha \cdot 10^{4\beta}$ gesetzt, und die Wellenlänge λ in Zentimetern zu messen ist. Für deutlich gefärbte Körper kann man das Absorptionsvermögen durch eine Summe von Ausdrücken der Form (6) darstellen, so daß an Stelle der drei Konstanten α, β, γ beliebig viele α_1, β_1, γ_1, α_2, β_2, γ_2 ... zur Verfügung stehen. Zwecks Vereinfachung der Rechnung soll indessen nur auf farblose Metalle, für die die Formel (6) Gültigkeit hat, Rücksicht genommen werden.

Beim schwarzen Körper ist für alle Wellenlängen und Temperaturen $A = 1$. Bei Metallen ist das Absorptionsvermögen zwar von der Wellenlänge, aber nicht von der Temperatur abhängig. Auf die große Bedeutung dieser Tatsache für alle Strahlungsmessungen haben zuerst L. Holborn und F. Henning[1]) hingewiesen[2]). Bei Metallen kann man also aus dem bei Zimmertemperatur gemessenen Reflexionsvermögen R unmittelbar das Absorptionsvermögen $A = 1 - R$ für beliebig hohe Temperaturen herleiten.

Aus den bekannten Werten des Reflexionsvermögens sind hiernach die Werte der Konstanten α, β, γ gewonnen und in Tabelle II nebst den nach Gl. (6) berechneten Absorptionsvermögen einiger Metalle zusammengestellt.

Tabelle II.

Metall	$\alpha' = \alpha \cdot 10^{4\beta}$	β	γ	A berechnet für $\lambda \cdot 10^4 =$			
				0,40 cm	0,50 cm	0,60 cm	0,70 cm
Silber . .	0,0112	+ 1,4735	— 27 280	0,160	0,089	0,057	0,040
Nickel .	0,2587	+ 0,8870	+ 150 700	0,460	0,396	0,347	0,310
Stahl . .	0,3527	+ 0,1482	— 167 600	0,500	0,463	0,438	0,420
Platin .	0,2015	+ 0,5988	— 94 160	0,510	0,413	0,352	0,310
Iridium .	0,1922	— 0,5446	— 29 030	0,400	0,353	0,331	0,320

Formel für die Helligkeit H. Unter Beschränkung auf den schwarzen Körper und die Metalle ist somit nach Ausführung der Integration die Flächenhelle H folgendermaßen darstellbar:

$$H = \Sigma \frac{c_1}{A^4 e^3} \left(\frac{2\pi}{p}\right)^{0,5} L \alpha \left(\frac{p+3+\beta}{p}\right)^{p+3,5+\beta} (e A)^{-\beta} \sum_{m=1}^{\infty} \left[1 + \frac{c_2}{A p}\left(\frac{m}{T} + \frac{1}{\gamma}\right)\right]^{-p-4-\beta}. \tag{7}$$

1) L. Holborn und F. Henning, Ber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1905, S. 311—317.

2) Vgl. auch F. Henning, Zeitschr. f. Instrumentenkde. 30, 61—75, 1910.

Die bei dieser Operation auftretenden Integrale haben die Form der Gammafunktion

$$\Gamma(n+1) = \int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!\,,$$

wobei n stets eine große Zahl ist, so daß man unter Benutzung der Stirlingschen Formel

$$\Gamma(n+1) = n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}$$

setzen darf. Die erste Summe bezieht sich auf die drei Werte von Λ und p der Gl. (5a). Die zweite Summe kann durch ihr erstes Glied ersetzt werden, da bereits das zweite Glied für alle praktisch vorkommenden Temperaturen verschwindend klein gegen das erste ist.

Entsprechend Gl. (5a) kann man setzen

$$\frac{H}{L} = \Phi_0(T) + a_1 \Phi(T) + a_2 \Phi_2(T), \tag{8}$$

wobei

$$\Phi(T) = a K \alpha \left[\frac{p+3+\beta}{p}\right]^{p+3,5+\beta} \cdot M^\beta \left[1 + N\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{\gamma}\right)\right]^{-p-4-\beta} \tag{8a}$$

und

$$K = \frac{c_1}{\Lambda^4 e^3} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{p}}; \quad M = \frac{1}{e\Lambda}; \quad N = \frac{c_2}{\Lambda p} \tag{8b}$$

ist.

Für die Konstanten gelten folgende numerischen Beträge:

Tabelle III.

Glied	a	K	$\Lambda \cdot 10^4$ cm	p	$M \cdot 10^{-4}$	N
Φ_0	+ 1,00	1327,2	0,552	140	0,66645	185,04
Φ_1	+ 0,10	1029,8	0,460	1000	0,79974	31,09
Φ_2	— 0,07	243,0	0,660	1000	0,55739	21,67

B. Der schwarze Körper.

Formel für die Helligkeit. Die Helligkeit h des schwarzen Körpers erhält man aus den vorstehenden Gleichungen für $\alpha = 1$; $\beta = 0$; $\gamma = \infty$ (vgl. Gl. 6), und zwar ergibt sich

$$\frac{h}{L} = \varphi_0(T) + a_1 \varphi_1(T) + a_2 \varphi_2(T), \tag{9}$$

wobei

$$\varphi(T) = ak\left[1 + \frac{N}{T}\right]^{-q} \tag{9a}$$

und die Konstanten folgende Werte besitzen:

Tabelle IV.

Glied	a	k	ak	N	q
φ_0	+ 1,00	27816	27816	185,04	144
φ_1	+ 0,10	20807	2081	31,09	1004
φ_2	− 0,07	4910	− 344	21,67	1004

Die Zahlenwerte der Funktion $\varphi(T)$ sind in Tabelle V für einige ausgewählte Temperaturen zusammengestellt.

Tabelle V.

T	$\varphi_0(T)$	$a_1 \cdot \varphi_1(T)$	$a_2 \cdot \varphi_2(T)$	ε_T	$\frac{h}{L}$
1000	$6{,}7096 \cdot 10^{-7}$	$0{,}0009 \cdot 10^{-7}$	$-1{,}5475 \cdot 10^{-7}$	− 0,230	$5{,}16 \cdot 10^{-7}$
1500	$1{,}4781 \cdot 10^{-3}$	$0{,}0024 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}1918 \cdot 10^{-3}$	− 0,128	$1{,}30 \cdot 10^{-3}$
2000	$8{,}1387 \cdot 10^{-2}$	$0{,}0393 \cdot 10^{-2}$	$-0{,}6881 \cdot 10^{-2}$	− 0,080	$7{,}49 \cdot 10^{-2}$
2500	$9{,}5169 \cdot 10^{-1}$	$0{,}0850 \cdot 10^{-1}$	$-0{,}5934 \cdot 10^{-1}$	− 0,053	$9{,}01 \cdot 10^{-1}$

Die vorletzte Kolumne gibt die Zahlen ε_T an, die durch die Beziehung

$$\frac{h}{L} = \varphi_0(T) \cdot [1 + \varepsilon_T] \tag{10}$$

definiert sind. Man ersieht, daß der Einfluß von $\varphi_1(T)$ verhältnismäßig gering ist und mit steigender Temperatur prozentisch wächst. Die durch $a_2 \cdot \varphi_2(T)$ dargestellte Korrektion erreicht bei tieferen Temperaturen bedeutende Werte. Mit wachsender Temperatur nimmt der Einfluß von $a_2 \varphi_2(T)$ ab.

Man versteht den Verlauf der Funktionen φ_1 und φ_2 ohne Rechnung, wenn man bedenkt, daß bis zu etwa $T = 4000$ die Energie des schwarzen Körpers im Bereich sichtbarer Wellen mit zunehmender Wellenlänge wächst, so daß das Maximum der als Licht empfundenen Energie oberhalb $\lambda = 0{,}552\,\mu$ liegt und sich mit abnehmender Temperatur der Hauptwellenlänge für die Korrektion $\varphi_2(T)$, nämlich $\lambda = \varDelta_2 = 0{,}64\,\mu$, nähert. Für die Helligkeitsberechnung der irdischen Lichtquellen muß darum die Empfindlichkeit des Auges besonders im roten Lichte genau bekannt sein. Erst bei Temperaturen oberhalb derjenigen der Sonne kehrt sich das Verhältnis um. Der Einfluß von φ_2

tritt dann gegen denjenigen von φ_1 immer weiter zurück, je mehr sich das Maximum der Helligkeit nach kurzen Wellen verschiebt.

Die Wellenlänge λ_0 maximaler Lichtenergie findet man durch Differentiation des Produktes $e_\lambda \cdot E_{\lambda, T}$ nach λ in erster Näherung zu

$$\lambda_0 = \frac{\frac{c_2}{T} + A_0 p_0}{5 + p_0} = 0{,}533 + \frac{99}{T}. \qquad (11)$$

Danach kann λ_0 nur zwischen den Werten 0,533 und 0,661 μ schwanken, wenn man $T = 773^0$ als die tiefste Temperatur ansieht, bei der der schwarze Körper noch sichtbare Strahlung aussendet, und wenn die aufgestellte Beziehung für die Augenempfindlichkeit e_λ auch für so tiefe Temperaturen noch als gültig angesehen werden darf. Für $T = 5200^0$ ergibt sich $\lambda = 0{,}552\,\mu$; das ist die Wellenlänge maximaler Augenempfindlichkeit.

Vergleich der Berechnung mit der Beobachtung. Die Formel für die Helligkeit des schwarzen Körpers soll im folgenden an Hand von Beobachtungen geprüft werden (Tabelle VII), von denen in erster Linie die Helligkeitsmessungen von W. Nernst[1]) in Betracht kommen, da bei ihnen die Grundlagen für die Temperaturbestimmung am vollständigsten angegeben sind. Es ist ohne Schwierigkeit möglich, diese Messungen auf die Temperaturskala der Reichsanstalt umzurechnen, die im Bereich der Pyrometrie durch den Goldschmelzpunkt $t = 1063^0$ und die Konstante der Planckschen Strahlungsgleichung $c_2 = 1{,}4300$ cm · Grad gekennzeichnet ist. Für die Helligkeitsbeobachtungen von Lummer und Pringsheim[2]) sowie H. Kohn[3]) ist wegen mangelnder Angaben die Umrechnung auf die Temperaturskala der Reichsanstalt weniger einwandfrei möglich. Sie wurde zum Zweck der Vergleichbarkeit indessen auch hier durchgeführt, und zwar wurde angenommen, daß die Temperaturskalen, welche die Autoren zugrunde legten, durch die in Tabelle VII angegebenen Werte des Goldschmelzpunktes (*Au*) und der Strahlungskonstanten (c_2) bestimmt sind. — Ives und Kingsbury[4]) führten eine Anzahl Helligkeitsbeobachtungen an einem kleinen schwarzen Körper aus, dessen Temperatur durch ein im Bureau of Standards geeichtes Thermoelement gemessen wurde. Die nur graphisch mitgeteilten Resultate habe ich für vier Punkte, in deren Nähe zahlreiche Einzelbeobachtungen eingezeichnet sind, aus einer Kurve entnommen und auf

1) W. Nernst, Phys. Zeitschr. 7, 380—383, 1906.
2) Lummer und Pringsheim, Phys. Zeitschr. 2, 397—400, 1901.
3) H. Kohn, Ann. d. Phys. 53, 320—336, 1917.
4) Ives und Kingsbury, Phys. Rev. 8, 177—190, 1916.

die Einheiten der Reichsanstalt umgerechnet. Außerdem führten die genannten Autoren noch Helligkeitsmessungen an Hohlkörpern aus Gold und Platin im Augenblick des Schmelzens durch. Die Schmelztemperaturen dieser Metalle, von denen das Gold offenbar sehr unrein war, wurden vom Bureau of Standards zu $t = 1071$ bzw. 1755^0 bestimmt.

Im Bereiche der Beobachtungen zwischen $T = 1300$ und $T = 2300^0$ ändert sich die Helligkeit im Verhältnis von etwa 1 zu 4000. Man gewinnt einen guten Vergleich zwischen Beobachtung und Rechnung, wenn man aus jedem einzelnen der beobachteten Werte h_T mit Hilfe des theoretisch ermittelten Verhältnisses h_{1600}/h_T den Helligkeitswert h_{1600} für $T = 1600$ ableitet.

Es ist nach Gl. (10)

$$\frac{h_{1600}}{h_T} = \frac{\varphi_0(1600)\cdot[1+\varepsilon_{1600}]}{\varphi_0(T)\cdot[1+\varepsilon_T]}$$

oder nach (9a), (8b) und Tabelle V

$$\frac{h_{1600}}{h_T} = \left[\frac{1+\dfrac{c_2}{p_0 A_0 T}}{1+\dfrac{c_2}{p_0 A_0\, 1600}}\right]^{p+4} \cdot \frac{1+\varepsilon_{1600}}{1+\varepsilon_T} \tag{12}$$
$$= \left[1 + 165{,}86\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{1600}\right)\right]^{144} \cdot \frac{1+\varepsilon_{1600}}{1+\varepsilon_T}.$$

Um den Korrektionsterm $\frac{1+\varepsilon_{1600}}{1+\varepsilon_T}$ zu ermitteln, wurde zunächst aus den Angaben der Tabelle V die Größe ε_T für eine Reihe von Temperaturen durch graphische Interpolation abgeleitet und daraus dann der gesuchte Quotient berechnet. Man erhält folgende Werte:

Tabelle VI.

T	ε_T	$\frac{d\varepsilon_T}{dT}\cdot 10^3$	$\frac{1+\varepsilon_{1600}}{1+\varepsilon_T}$
1300°	−0,156	+0,16	1,036
1400	−0,141	+0,14	1,026
1500	−0,128	+0,13	1,013
1600	−0,116	+0,12	1,000
1700	−0,105	+0,10	0,988
1800	−0,095	+0,09	0,977
1900	−0,087	+0,08	0,968
2000	−0,080	+0,07	0,961
2100	−0,074	+0,06	0,954
2200	−0,068	+0,06	0,948
2300	−0,063	+0,05	0,944

Die Helligkeit h_{1600} des schwarzen Körpers bei 1600°, wie sie sich aus den einzelnen Beobachtungen ableiten läßt, ist nebst einigen Zwischenresultaten in Tabelle VII enthalten und in Fig. 2 graphisch dargestellt.

Tabelle VII.

Autor	$T_{korr.}$	h_T beob. HK/cm²	$\frac{\varphi_0(1600)}{\varphi_0(T)}$ ber.	$\frac{1+\varepsilon_{1600}}{1+\varepsilon_T}$	$h_T \cdot \frac{\varphi_0(1600)}{\varphi_0(T)}$	h_{1600} HK/cm²
Lummer u.	1450	0,42	4,64	1,021	1,95	1,99
Pringsheim	1607	2,20	0,937	0,999	2,06	2,06
$Au = 1064$;	1719	6,35	0,355	0,986	2,25	2,22
$c_2 = 1,47$						
Nernst	1464	0,38	3,970	1,019	1,51	1,54
$Au = 1064$;	1601	2,41	0,990	1,000	2,38	2,38
$c_2 = 1,46$	1701	5,3	0,411	0,988	2,22	2,19
	2047	66	0,0371	0,957	2,45	2,34
	2207	180	0,0155	0,948	2,79	2,64
	2322	272	0,00894	0,943	2,43	2,30
	2033	52	0,0402	0,959	2,09	2,00
	2099	81	0,0276	0,954	2,23	2,13
	2120	100	0,0245	0,953	2,45	2,33
	2124	111	0,0240	0,952	2,66	2,53
	2124	112	0,0240	0,952	2,69	2,56
	2127	88	0,0236	0,952	2,08	1,98
	2130	96	0,0232	0,952	2,23	2,12
	2275	225	0,0111	0,945	2,61	2,47
	2316	250	0,00919	0,943	2,29	2,16
Kohn	1294	0,06	32,7	1,036	1,96	2,03
$Au = 1064$;	1591	2,00	1,07	1,001	2,18	2,18
$c_2 = 1,437$	1740	7,71	0,299	0,984	2,32	2,28
Ives und	1293	0,063	33,1	1,037	2,08	2,16
Kingsbury	1344	0,102	16,7	1,032	1,70	1,75
	1399	0,23	8,40	1,026	1,93	1,98
	1460	0,48	4,15	1,018	1,99	2,03
	1525	1,02	2,08	1,010	2,13	2,15
	2033	64,19	0,0401	0,959	2,58	2,47

Es fällt auf, daß außer bei Ives und Kingsbury zu der tiefsten Temperatur T auch der tiefste Wert von h_{1600} gehört und daß in den einzelnen Reihen fast überall h_{1600} mit wachsender Temperatur

steigt. Die Beobachtungen gliedern sich von selbst in zwei Gruppen, von denen jede für sich deutlich eine Abhängigkeit der Größe h_{1600} von der Beobachtungstemperatur aufweist. Im Mittel ergibt sich in den beiden Gruppen für $T = 1500^0$ $h_{1600} = 2{,}08$ und für $T = 2150^0$ $h_{1600} = 2{,}31$.

Um den Grund für dies Verhalten zu ermitteln, mag für den Augenblick von den Korrektionstermen φ_1 und φ_2 der Gl. (9) ab-

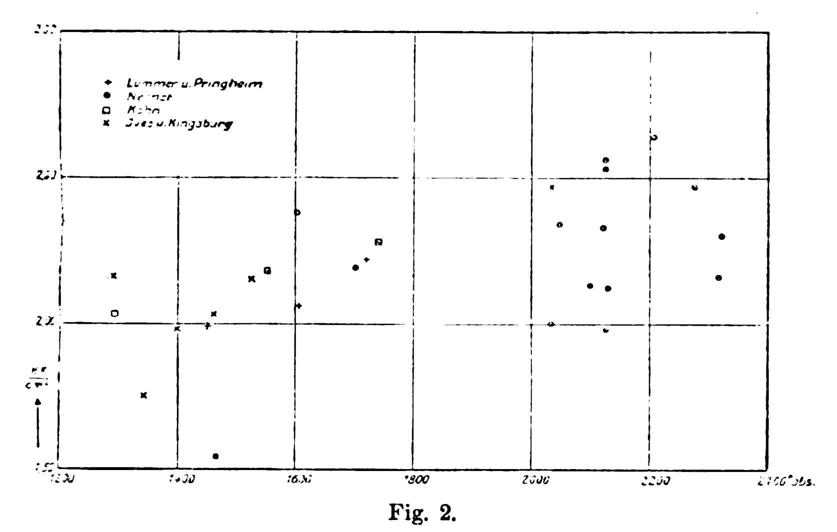


Fig. 2.

gesehen werden. Wenn man den Quotienten $\frac{h_{1600}}{h_T}$ mit dem Ausdruck $\frac{\varphi_0(1600)}{\varphi_0(T)}$ identifiziert, so ergibt die Differentiation der Gl. (12) näherungsweise

$$\begin{gathered}\frac{dh_{1600}}{h_{1600}} = \frac{dh_T}{h_T} - \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{1600}\right)\Big[740\,\frac{dp_0}{p_0} + \\ + 26600\left(\frac{d\Lambda_0}{\Lambda_0} - \frac{dc_2}{c_2}\right)\Big] - 26600\,\frac{dT}{T^2}.\end{gathered} \tag{13}$$

Für $T = 1500^0$ bzw. $T = 2150^0$ erhält man hiernach

$$\frac{dh_{1600}}{h_{1600}} = \frac{dh_{1500}}{h_{1500}} - 0{,}031\,\frac{dp_0}{p_0} + 1{,}1\left(\frac{d\Lambda_0}{\Lambda_0} - \frac{dc_2}{c_2}\right) - 0{,}012\,dT$$

und

$$\frac{dh_{1600}}{h_{1600}} = \frac{dh_{2150}}{h_{2150}} - 0{,}12\,\frac{dp_0}{p_0} + 4{,}7\left(\frac{d\Lambda_0}{\Lambda_0} - \frac{dc_2}{c_2}\right) - 0{,}006\,dT.$$

Die Konstante p_0, welche die Steilheit der Kurve für die Augenempfindlichkeit bestimmt, ist nur mit verhältnismäßig geringer Genauigkeit festzulegen. Aber selbst eine Erhöhung von p um 25 Proz. würde den Unterschied in den Werten von h_{1600} nur um etwa $^1/_4$ seines Betrages verringern.

Im Gegensatz zu p_0 ist $\varLambda_0$ sehr scharf bestimmbar. Eine Erniedrigung von $\varLambda_0$ um 0,6 Proz., die kaum möglich erscheint, würde etwa denselben Einfluß ausüben wie eine Erhöhung von p_0 um 25 Proz.

Der für c_2 angenommene Betrag 1,43 cm · Grad gilt als auf mindestens 1 Proz. genau. Der Gang in den Werten von h_{1600} könnte erst durch eine Erhöhung von c_2 um etwa 2,5 Proz., d. h. durch Einsetzung des Wertes $c = 1{,}47$ cm · Grad, zum Verschwinden gebracht werden.

Am einleuchtendsten dürfte es sein, zur Erklärung einen Fehler in der Temperaturmessung anzunehmen. Erhöht man die Temperaturangaben in der Nähe von $T = 2150^0$ um etwa 19^0, und läßt man den Fehler bis herab zu $T = 1400^0$ auf 0^0 abnehmen, derart, daß er bei $T = 1700^0$ etwa 5^0 beträgt, so verschwindet die Abhängigkeit der Größe h_{1600} von der Beobachtungstemperatur.

Das gleiche Ergebnis kann man erhalten, wenn man die Ordinaten der Kurve für die Augenempfindlichkeit im Bereich langer Wellen verkleinert, wie es in Gl. (9) durch die Korrektion des Termes $\varphi_0(T)$ durch das Glied $a_2 \cdot \varphi_2(T)$ bereits zum Ausdruck gebracht ist. Doch würde der Gang der h_{1600}-Werte erst verschwinden, wenn man die durch $a_2 \cdot \varphi_2(T)$ dargestellte Korrektion verdoppelte, was mit den Beobachtungen über die Empfindlichkeit e_λ des Auges nicht in Einklang zu bringen ist.

Neue Messungen der Helligkeit des schwarzen Körpers, bei denen neben der Schwärze des Strahlers großer Wert auf genaue Temperaturbestimmung zu legen ist, sind sehr erwünscht. Die bisher vorliegenden Beobachtungen weisen neben dem deutlichen Gang auch geringe innere Übereinstimmung auf. Erst wenn die theoretisch geforderte Konstanz von h_{1600} auf diese Weise nicht zu erzielen ist, wäre zu untersuchen, ob etwa die Empfindlichkeitskurve des Auges besonders im roten Teile des Spektrums verbessert werden kann.

Nicht unerwähnt bleiben darf die Frage, wie weit die Augenempfindlichkeit des Beobachters am Photometer von der im allgemeinen unter ganz anderen Bedingungen ermittelten Empfindlichkeitskurve e_λ abweichen kann. Ives und Kingsbury (l. c.) weisen nachdrücklich auf diesen Punkt hin und waren unter Anwendung eines besonderen Photometers bestrebt, in dieser Hinsicht einwandsfreie Messungs-

ergebnisse zu gewinnen. Da ihre Resultate aber durchaus den gleichen Gang zeigen wie diejenigen der anderen Beobachter, und da systematische Abweichungen der einzelnen Meßreihen voneinander nicht zu erkennen sind, so scheint das genannte Bedenken von untergeordneter Bedeutung zu sein.

Die Beziehung zwischen Hefnerkerzen und Watt. In Ermangelung besserer Beobachtungsdaten mag einstweilen für die Berechnung der Konstanten L, die das Verhältnis zwischen dem in Lumen und in Watt gemessenen Lichtstrom darstellt, der Wert $h_{1600} = 2{,}25$ HK|cm² angenommen werden. Es soll also im Anschluß an Gl. (10) die Beziehung gelten $2{,}25 \cdot \frac{1}{L} = \varphi_0(1600)\,[1 + \varepsilon_{1600}]$. Berechnet man $\varphi_0(1600)$ nach Gl. (9a) und Tabelle IV, und entnimmt man den Wert von ε_{1600} aus Tabelle VI, so erhält man

$$L = 639 \text{ Lumen/Watt.} \tag{14}$$

Um den Einfluß zu ermitteln, den Fehler in c_2, Λ_0 und p_0 auf die Größe L ausüben, ist Gl. (9) unter Berücksichtigung von Gl. (8b) und (9a) zu differenzieren. In erster Näherung ergibt sich

$$\frac{dL}{L} = \left(\frac{dc_2}{c_2} + \frac{d\Lambda_0}{\Lambda_0}\right)\left[\frac{(p_0+4)\,c_2}{p_0\,\Lambda_0\,T} - 4\right] + \frac{dp_0}{p_0}\left(0{,}5 - \frac{4c^2}{p_0\,\Lambda_0\,T}\right) \tag{15}$$

oder $T = 1600$ eingesetzt,

$$\frac{dL}{L} = 12{,}7\left(\frac{dc_2}{c_2} - \frac{d\Lambda_0}{\Lambda_0}\right) + 0{,}035\,\frac{dp_0}{p_0}. \tag{15a}$$

Hieraus geht hervor, daß L gegen einen Fehler von c_2 außerordentlich empfindlich ist. Eine Erhöhung von c_2 um 1 Proz. hat eine Erhöhung von L um 12,7 Proz. zur Folge.

Die Größe L steht in nahem Zusammenhang mit dem sogenannten räumlichen Lichtäquivalent P. Als dieses bezeichnet man die Anzahl Watt, die ein Körper als Licht in den Raum senden muß, wenn er eine mittlere sphärische Helligkeit von 1 HK besitzen soll. Ist h die in Hefnerkerzen gemessene Lichtstärke senkrecht zur strahlenden Fläche, so findet man den in den Halbraum gesandten Lichtstrom zu $h' = \pi \cdot h$. Denkt man diesen Lichtstrom auf alle Richtungen des Raumes verteilt, so ergibt sich die mittlere sphärische Lichtstärke zu $h_m = \frac{h'}{4\pi} = \frac{h}{4}$. Bezeichnet man ferner [siehe Gl. (1)] mit $I = \int_0^\infty e_\lambda E_{\lambda,T}\,d\lambda$ den von 1 cm² des schwarzen

Körpers in den Raumwinkel 1 senkrecht zur Oberfläche ausgestrahlten Lichtstrom, gemessen in Watt, so ist der ganze von der Flächeneinheit ausgesandte Lichtstrom $G = \pi . I$. Während nun L definiert ist durch die Beziehung $L = h/I$, so ist P definiert durch die Gleichung

$$P = \frac{G}{h_m} = \frac{4\pi I}{h} = \frac{4\pi}{L}. \qquad (16)$$

Mit dem Wert $L = 639$ Lumen/Watt ergibt sich also

$$P = 0{,}0197 \text{ Watt/HK}. \qquad (16a)$$

Die Genauigkeit dieser Zahl kann auf 10 Proz. geschätzt werden.

Lummer[1]) gibt den reziproken Wert von P, nämlich $Q = 1/P = \frac{L}{4\pi} = 63{,}8$ HK/Watt an. Dem entspricht $P = 0{,}0157$ Watt/HK und $L = 800$ HK/Watt. Lummer rechnet mit $c_2 = 1{,}45$ cm Grad und legt für die Helligkeit des schwarzen Körpers einen 1,5 Proz. höheren Wert zugrunde, als es in der vorliegenden Untersuchung geschah. Korrigiert man seinen Wert nach Gl. (15) und setzt man $c_2 = 1{,}43$ cm Grad, so erhält man $L = 645$ Lumen/Watt.

A. Meyer[2]) berechnet $P = 0{,}0138$ Watt/HK. Der Unterschied gegen den von mir ermittelten Wert ist darin begründet, daß Meyer $c_2 = 1{,}44$ cm Grad setzt und für $T = 2000^0$ die mittlere sphärische Helligkeit des schwarzen Körpers zu $h_m = 14{,}7$ HK/cm² annimmt, während nach meiner Darstellung für diese Temperatur $h_m = 12{,}0$ HK/cm² betragen würde.

Das Exponentialgesetz. Häufig wird das Anwachsen der Helligkeit h mit der Temperatur T durch einen Ausdruck der Form

$$\frac{h + dh}{h} = \left(\frac{T + dT}{T}\right)^x$$

dargestellt. Hieraus folgt

$$\frac{dh}{h} = x \frac{dT}{T}. \qquad (17)$$

Rasch[3]) wies darauf hin, daß die Gesamthelligkeit eines Strahlers sehr nahe nach dem gleichen Gesetz mit der Temperatur steigt wie die Emission des schwarzen Körpers bei einer bestimmten Wellenlänge λ'. Gemäß Gl. (2) wäre also zu setzen

$$h = \text{konst.}\ e^{-\frac{c_2}{\lambda' T}} \quad \text{oder} \quad \frac{dh}{h} = \frac{c_2}{\lambda' T} \cdot \frac{dT}{T}.$$

1) Lummer, „Ziele und Grenzen der Leuchttechnik", S. 222 (München u. Berlin 1918).

2) A. Meyer, Math.-Naturw. Blätter 14, 1917.

3) Rasch, Ann. d. Phys. 14, 193—203, 1904.

Es dürfte sich also

$$x T = \frac{c_2}{\lambda'} \tag{18}$$

nicht merklich mit der Temperatur ändern. Aus Gl. (10) folgt

$$\frac{dh}{h} = d \ln \varphi_0(T) + \frac{d\varepsilon_T}{1 + \varepsilon_T}.$$

Somit ergibt sich mit Gl. (9a) und Tabelle IV

$$x \cdot T = \frac{26600}{1 + \frac{185{,}04}{T}} + \frac{T^2}{1 + \varepsilon_T} \frac{d\varepsilon_T}{dT}. \tag{19}$$

Das Produkt $x \cdot T$ erweist sich also als deutlich abhängig von der Temperatur. Indem man die Werte $\frac{d\varepsilon_T}{dT}$ aus Tabelle VI entnimmt, findet man für

T	1300	1800	2300
$x \cdot T \cdot 10^{-2}$	235	243	249
x	18,0	13,6	10,8
λ'	0,61	0,59	0,57 μ.

Das ε enthaltende Korrektionsglied beeinflußt das Produkt $x \cdot T$ nur um etwa 1 Proz.

C. Die photometrische Helligkeit strahlender Metalle.

Vergleich mit dem schwarzen Körper; angenäherte Berechnung. Es werde zunächst der einfache Fall betrachtet, daß die Helligkeit H des Strahlers mit genügender Genauigkeit durch $H = L \cdot \Phi_0(T)$ [siehe Gl. (8)] dargestellt werden kann. Das Verhältnis der Helligkeiten von strahlendem Metall und schwarzem Körper gleicher Temperatur ist dann gemäß Gl. (8a) und (9a) durch $\Phi(T) : \varphi(T)$ gegeben.

Dieser Ausdruck läßt sich erheblich vereinfachen, wenn man kleine Größen höherer Ordnung vernachlässigt, insbesondere wenn man

$$\left(1 + \frac{3}{p} + \frac{\beta}{p}\right) = \left(1 + \frac{3}{p}\right) \cdot \left(1 + \frac{\beta}{p}\right)$$

sowie

$$\left(1 + \frac{N}{T} + \frac{N}{\gamma}\right) = \left(1 + \frac{N}{T}\right) \cdot \left(1 + \frac{N}{\gamma}\right)$$

setzt und berücksichtigt, daß $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$, der Basis der natürlichen

Logarithmen ist, sobald n große Werte annimmt. Dann erhält man

$$\frac{\Phi(T)}{\varphi(T)} = \alpha \cdot \Lambda_v^{-\beta} e^{-\frac{c_2}{\Lambda_v \gamma}} \left[1 + \frac{(6,5+\beta)\beta}{p} + \frac{c_2(4+\beta)}{\Lambda \gamma p}\right]$$

oder nach Gl. (6)

$$\frac{\Phi(T)}{\varphi(T)} = A_{\Lambda_v} \left[1 + \frac{(6,5+\beta)\beta}{p} + \frac{c_2(4+\beta)}{\Lambda \gamma p}\right],$$

wobei

$$\Lambda_v = \Lambda\left(1 + \frac{N}{T}\right) = \Lambda\left(1 + \frac{c_2}{\Lambda p T}\right)$$

ist. Das Helligkeitsverhältnis ist also proportional dem Absorptionsvermögen des Metalles bei der Wellenlänge

$$\Lambda\left(1 + \frac{c_2}{\Lambda p T}\right). \tag{20}$$

Setzt man $\Lambda = 0,552$ (Tab. III), so ist also für

$T =$	1000	1500	2000	2500°
$\Lambda_v \cdot 10^4 =$	0,655	0,630	0,604	0,593 μ

Der mit A_{Λ_v} multiplizierte Faktor weicht wenig von 1 ab. Er hat für Platin den Wert 1,029, für Silber 1,037.

Auf die gleiche Weise, wie man das Verhältnis $\frac{\Phi_0(T)}{\varphi_0(T)}$ durch das Absorptionsvermögen ausdrücken kann, lassen sich auch die Verhältnisse der Korrektionsglieder $\frac{\Phi_1(T)}{\varphi_1(T)}$ und $\frac{\Phi_2(T)}{\varphi_2(T)}$ ermitteln und gemäß Gl. (8) ist dann, wenn aus den Verhältnissen die Größen $\Phi(T)$ berechnet sind, die Helligkeit des strahlenden Metalles als Funktion der Temperatur darstellbar.

Die Helligkeit von Platin und Silber. Ohne Vernachlässigung kleiner Glieder ist die Helligkeit eines Metalles nach Gl. (8) gegeben durch den Ausdruck

$$H = L \cdot \Phi_0(T)\left[1 + \eta_T\right], \quad \text{wobei} \quad \eta_T = \frac{1}{\Phi_0(T)}\left[a_1 \Phi_1(T) + a_2 \Phi_2(T)\right].$$

Nach Gl. (8a) sind unter Einsetzung der in Tabelle III angegebenen Konstanten die Werte Φ_0, $a_1 \Phi_1$ und $a_2 \Phi_2$ für Platin und Silber bei 4 Temperaturen berechnet und in Tabelle VIII zusammengestellt. Es ist angenommen, daß die Konstanz des Absorptionsvermögens auch oberhalb des Schmelzpunktes der Metalle gewahrt bleibt.

Tabelle VIII.

T	$\Phi_0(T)$	$a_1 \cdot \Phi_1(T)$	$a_2 \Phi_2(T)$	η_T
		Platin		
1000	2,250	0,000	$-0,495 \cdot 10^{-7}$	$-0,220$
1500	5,185	0,010	$-0,618 \cdot 10^{-4}$	$-0,117$
2000	2,924	0,017	$-0,223 \cdot 10^{-2}$	$-0,070$
2500	3,473	0,038	$-0,192 \cdot 10^{-2}$	$-0,045$
		Silber		
1000	3,384	0,002	$-0,679 \cdot 10^{-8}$	$-0,200$
1500	8,442	0,025	$-0,856 \cdot 10^{-5}$	$-0,098$
2000	4,966	0,042	$-0,310 \cdot 10^{-3}$	$-0,054$
2500	6,053	0,092	$-0,269 \cdot 10^{-3}$	$-0,026$

Durch Multiplikation des Ausdruckes $\Phi(T) = \Phi_0(T)\,[1 + \eta_T]$ mit $L = 639$ (Gl. 14) erhält man die Flächenhelligkeiten in Hefnerkerzen für Platin (Pt) und Silber (Ag), die in Tabelle IX mit der Helligkeit des schwarzen Körpers (SK) bei der gleichen Temperatur zusammengestellt sind. Schließlich ist noch der Quotient der Helligkeiten beider Metalle zu derjenigen des schwarzen Körpers (Pt/SK) und (Ag/SK) gebildet und das Absorptionsvermögen A_{λ_v} der Metalle [vgl. Gl. (6) und Tabelle II] bei der Wellenlänge

$$\lambda_v = 0,552 \left(1 + \frac{185}{T}\right) \mu$$

[vgl. Gl. (20)] hinzugefügt.

Tabelle IX.

T	HK/cm² SK	Pt	Ag	$\frac{Pt}{SK}$	A_{λ_v}	$\frac{Ag}{SK}$	A_{λ_v}
1000	0,00033	0,000111	0,0000173	0,34	0,33	0,05	0,05
1500	0,84	0,293	0,0488	0,355	0,35	0,05	0,055
2000	48	17,4	3,01	0,36	0,36	0,05	0,06
2500	576	212	37,8	0,37	0,365	0,06	0,06

Damit ist bewiesen, daß die Näherungsrechnung des vorhergehenden Abschnittes auch einer genaueren Prüfung standhält.

Zusammenfassung.

Die Empfindlichkeit des Auges läßt sich durch eine Summe von drei Gliedern darstellen, von denen zwei den Charakter von Korrektionstermen besitzen. Unter Ansatz eines Exponentialausdruckes für das Absorptionsvermögen der Metalle wird die photometrische Helligkeit des schwarzen Körpers und der Metalle mittels der Strahlungsgesetze berechnet und durch einen geschlossenen Ausdruck dargestellt, der durch die Helligkeitsmessungen am schwarzen Körper geprüft wird. Es sind gewisse Abweichungen zwischen der Rechnung und der Beobachtung vorhanden, die durch verhältnismäßig geringe Fehler in der Temperaturmessung erklärbar sind. Nach den vorliegenden Messungen ist bei $T = 1600$ abs. die Flächenhelligkeit des schwarzen Körpers zu 2,25 HK/cm² anzusetzen. Mit dieser Zahl ergibt sich für die Konstante L, welche das Verhältnis zwischen dem in Lumen und in Watt gemessenen Lichtstrom darstellt, $L = 639$ Lumen/Watt und für das sogenannte mechanische Lichtäquivalent $P = 0{,}0197$ Watt/HK. Die Flächenhelligkeit eines strahlenden Metalles bei der Temperatur T ist darstellbar als das Produkt aus der Flächenhelligkeit des schwarzen Körpers bei der gleichen Temperatur und dem Absorptionsvermögen des Metalles bei der Wellenlänge $A_v = 0{,}552\left(1 + \frac{185}{T}\right)$.

Zusatz bei der Korrektur.

Während der Drucklegung wurde dem Verfasser eine Veröffentlichung von Hyde, Forsythe und Cady (Phys. Rev. **13**, 45, 1919) bekannt, die eine neue experimentelle Bestimmung der Helligkeit des schwarzen Körpers enthält. Sie ist insofern bemerkenswert, als sich aus ihr die Größe h_{1600} der Fig. 2 zu $h_{1600} = 2{,}27$ HK/cm² berechnet, und zwar völlig unabhängig von der Beobachtungstemperatur, die im Bereich zwischen $T = 1700$ und $T = 2650^0$ gelegen ist. Damit ist, wenigstens im Gebiet höherer Temperaturen, eine gute Bestätigung der Berechnung und der ihr zugrunde gelegten Annahmen gegeben. Unentschieden bleibt indessen noch die Frage, ob systematische Abweichungen unterhalb $T = 1700^0$ vorhanden sind.

(Eingegangen 21. März 1919.)

Durchgang korpuskularer Strahlen durch Materie und Konstitution der Atome. I.

Von R. Seeliger.

§ 1. Einleitung. Seit langer Zeit ist bekannt, daß schnellbewegte Elektronen (β-Strahlen und Kathodenstrahlen) ebenso wie positive korpuskulare Strahlen (α-Strahlen, neuerdings auch Kanalstrahlen) mechanisch lückenlose Schichten von Materie durchdringen können; die genauere Untersuchung hat aber zugleich ergeben, daß mit dieser Durchdringung eine Reihe sekundärer Vorgänge verbunden ist, welche sich teils an den bewegten Teilchen äußern (Geschwindigkeitsverlust, Ablenkung, Absorption), teils an der durchquerten Materie (thermische Effekte, Sekundärstrahlung, Emission elektromagnetischer Strahlung). Für Elektronenen hat kürzlich Lenard[1]), dessen Schule wir hier den größten Teil unserer Kenntnisse verdanken, eine eingehende kritische, von tiefster Sachkenntnis getragenen Besprechung der Sachlage gegeben; für α-Strahlen findet man Übersichten über die bisherigen Ergebnisse in den bekannten Handbüchern der Radioaktivität[2]). Jedenfalls liegt, wenngleich noch vieles der weiteren Klärung bedarf, ein genügendes wirklich zuverlässiges empirisches Material vor, welches theoretischen Schlüssen zur Grundlage dienen kann.

Das Studium der genannten Vorgänge bietet nun der Forschung eine der wenigen unmittelbaren Möglichkeiten, in die Atome selbst einzudringen und die Eigenschaften des Atominnern zu ergründen und ist deshalb von fundamentaler, noch zu wenig gewürdigter Wichtigkeit für die moderne Atomphysik; denn wir haben es hier mit Versuchen zu tun — andere ebenso direkte Verfahren sind mir nicht bekannt, mit Ausnahme vielleicht gewisser lichtelektrischer und Dispersions-Beobach-

1) Ph. Lenard, Abh. d. Heidelbg. Akad. 1918, Nr. 5 (in folgenden zitiert als: Lenard, K. Str. [Eingehender Bericht]: J. Stark, Jahrb. Rad. u. Electr. 1918, 365; R. Seeliger, Naturwiss. 1919, 443.)

2) E. Rutherford, Radioaktivität 1912; v. Schweidler u. St. Meyer, Radioaktivität 1916.

tungen — bei denen wir im wahren Sinne des Wortes unsere prüfenden Sonden in die einzelnen Atome selbst einführen; jedenfalls liegen hier für die Theorie Möglichkeiten von größter Tragweite vor, deren Leistungsfähigkeit bisher nur durch Schwierigkeiten lediglich mathematischer Natur beschränkt zu sein scheint (die übrigens prinzipiell genau dieselben sind wie die im n-Körperproblem der Mechanik auftretenden). Von diesem Standpunkt aus sollen nun im folgenden die bisher vorliegenden theoretischen Untersuchungen zusammenfassend besprochen und kommentiert werden, woraus sich von selbst ergibt, daß die rein phänomenologischen Theorien, deren Ausbau in Anlehnung an die Optik trüber Medien ja sehr nahe liegt und deren Nutzen übrigens auch durchaus nicht verkannt werden soll, für unsere Zwecke ausscheiden. Es soll sich also mit anderen Worten hier handeln um die Betrachtung der einzelnen elementaren Vorgänge der Durchquerung eines Atoms oder Moleküls, nicht aber um die Theorie der Integraleffekte als solcher; naturgemäß ist diese Einschränkung, da man mit wenigen Ausnahmen nur Integraleffekte beobachten und quantitativ studieren kann, richtig zu verstehen und darf nicht zu weit ausgedehnt werden. Endlich ist noch ein Wort zu sagen über die empirischen Grundlagen der theoretischen Überlegungen; denn wenn auch eine Unzahl experimenteller Arbeiten über die eingangs erwähnten mit der Durchquerung verbundenen Vorgänge vorliegt, sind bei genauer Prüfung nur recht wenige von ihnen für unseren Zweck wirklich brauchbar. Man wird nun zwar einerseits nicht zu weit gehen dürfen in der Ablehnung kühner Intuition (namentlich englischer Forscher), wird aber doch andererseits sehr vorsichtig und kritisch verfahren müssen. Wie sehr Kritik und Vorsicht am Platze ist, zeigt in fast erschreckendem Maße das bereits erwähnte vortreffliche Werk Lenards, in welchem die gesamte Literatur über Elektronenstrahlen behandelt ist; wir werden daraus die benötigten Daten ohne weiteres übernehmen. Hinsichtlich des Materials für α-Strahlen, für die eine ähnlich gründliche Diskussion zwar bisher noch fehlt, liegen die Verhältnisse an sich insofern günstiger, als einerseits gerade die am leichtesten zu irrtümlicher Interpretation der direkten Beobachtungen Veranlassung gebenden Fehlerquellen keine Rolle spielen (nämlich die Wirkung von Wellenkräften[1]), die Mängel in der Methodik der Elektronenzählung[2]) und die Sekundärstrahlung[3])),

1) O. Devik, Ann. d. Phys. 45, 941, 1914; Lenard, K. Str. Abschn. II, S. 18ff.

2) Lenard, K. Str. Abschn. II, S. 29.

3) Lenard, K. Str. an vielen hier nicht einzeln zu erwähnenden Stellen, z. B. S. 76.

andererseits in der Szintillationsmethode ein bequemes und sicheres Mittel der Intensitätsmessung gegeben ist.

Geht man auf das elementare Ereignis der Atomdurchquerung selbst zurück, so ergibt sich eine erste Übersicht der möglichen Teilvorgänge am besten, wenn man zunächst nur das Schicksal des bewegten Teilchens betrachtet. Für dieses charakteristisch und der Beobachtung allein zugänglich ist nämlich dessen Geschwindigkeit bzw. kinetische Energie, so daß also lediglich die Änderungen dieser beiden Größen die hier zu betrachtenden Vorgänge physikalisch charakterisieren können. Des vektoriellen Charakters der Geschwindigkeit wegen ist es ferner angebracht, diese der Betrachtung zugrunde zu legen; wir erhalten so die beiden folgenden und offenbar einzigen Möglichkeiten, nämlich eine Änderung der Richtung (Ablenkung, im Integraleffekt Diffusion) und eine Änderung der absoluten Größe (Geschwindigkeitsverlust); beide schließen als gemeinsamen extremen Fall die Absorption in sich, wenn wir diese mit Lenard definieren als Reduktion der ursprünglichen Strahlgeschwindigkeit nach Richtung und Größe zu ungeordneter Geschwindigkeit von molekularer Größenordnung. Die eben gegebene Einteilung genügt nun naturgemäß weitergehenden Ansprüchen nicht, weil sie rein beschreibend ist und sozusagen nur die kinematische Seite des Problems umfassend, über den eigentlichen Mechanismus der Vorgänge nichts aussagt. Da es wünschenswert ist, von vornherein alle überhaupt in Betracht zu ziehenden Möglichkeiten übersehen zu können, wird man sich nach einem leistungsfähigeren, jedoch möglichst einfachen Prinzip der Einteilung umsehen müssen. Dazu genügt es, und es ist dies nach dem oben Gesagten offenbar zugleich die einzige physikalisch begründete Möglichkeit, lediglich die Energieverhältnisse zu berücksichtigen; man wird sich allerdings, wie stets bei derartigen programmatischen Angaben, bewußt sein müssen, daß die einzelnen sich ergebenden Möglichkeiten teils zufällig, teils aus tieferen angebbaren Gründen in Wirklichkeit gleichzeitig eintreten. Unterscheiden wir von vornherein zwischen bewegtem Teilchen und durchquertem Atom, so kommen wir zu der folgenden Übersicht, welche alle nach unseren heutigen Kenntnissen denkbaren Möglichkeiten umfassen dürfte[1]):

I. Bewegtes Teilchen.

1. Direkte Übertragung kinetischer Energie an das Atom.
2. Emmission elektromagnetischer Strahlung.

---

1) Vgl. auch Lenard, K. Str. S. 167ff.

II. Durchquertes Atom.
1. Direkte Aufnahme kinetischer Energie.
2. Emission elektromagnetischer Strahlung.
3. Emission (korpuskularer) Sekundärstrahlung.
4. Chemische Änderungen.

Zu dieser Zusammenstellung sind nun einige generelle Bemerkungen zu machen. Zunächst fragt es sich, welcher Art die ev. emittierte elektromagnetische Strahlung sein kann, d. h. ob es sich dabei um eine Impulsstrahlung oder eine harmonische Wellenstrahlung handelt, wie wir sie in den Linien- und Bandenspektren vor uns haben. Diese Frage interessiert besonders im Fall I_2, und zwar für den Fall der α-Strahlen, da sie hier nach den in der Literatur vertretenen Anschauungen prinzipiell verschiedene und in ihren Folgerungen jeweils weitreichende Beantwortungen zuläßt; die übrigen unter I_2 und unter II_2 denkbaren feineren Unterscheidungen haben demgegenüber nur spezielles Interesse und sollen später gelegentlich besprochen werden. Durchquert ein α-Teilchen unter Ablenkung, Bremsung usw. ein Atom, so sind nämlich die beiden folgenden Eventualitäten denkbar. Stellt man sich auf den Standpunkt der Rutherford-Bohrschen Anschauung, nach der die α-Teilchen allein aus dem doppeltgeladenen positiven Kern des Heliumatoms bestehen, so ist offenbar außer einer direkten Übertragung kinetischer Energie an das Atom nur die Emission einer reinen Impulsstrahlung möglich (wobei dahingestellt bleiben muß, ob man diese in der beobachteten sekundären γ-Strahlung vor sich hat oder ob — was das Wahrscheinlichere zu sein scheint — die letztere zu deuten ist als charakteristische Eigenstrahlung der durchquerten Atome und also unter II_2 fallen würde). Prinzipiell anders liegen jedoch die Verhältnisse, wenn man sich auf den Standpunkt von Stark stellt[1]), den α-Teilchen noch emissionsfähige Elektronen zuschreibt und demgemäß das He^{++}-Atomion als Träger eines im sichtbaren Gebiet liegenden Seriensystems auffaßt. Dann nämlich wird man wohl die Anregung dieser Serien bei der Durchquerung annehmen müssen und hätte also eine beträchtliche Energieabgabe neben der direkten Übertragung kinetischer Energie und einer ev. Emission von Impulsstrahlung in Rechnung zu setzen. Die Verhältnisse liegen energetisch ganz ähnlich wie in der kinetischen Gastheorie, wo man entweder mit Molekülen ohne oder mit inneren Freiheitsgraden arbeitet. Endlich bedarf vielleicht die unter II_4 genannte chemische Änderung einer Erläuterung. Wir müssen generell ohne Zweifel neben der Bildung

1) J. Stark, dieses Jahrbuch 12, 398, 1915; 14, 197, 220, 235, 1917.

positiver Restatome durch Emission von Sekundärstrahlen auch die Dissoziation von Molekülen in neutrale Komponenten zulassen, die zwar hinsichtlich des Energieumsatzes ebenso wie die Sekundärstrahlung als Transformation kinetischer Energie in potentielle anzusehen ist, physikalisch aber doch insofern einen besonderen Platz beanspruchen kann, als sie ohne Spekulationen über den Bau der Moleküle rein thermodynamisch als Dissoziationswärme zu fassen ist. Für Materie im festen Zustand kommt die Dissozation zwar kaum in Frage, sie scheint aber mit Sicherheit für Gase angenommen werden zu müssen; wenigstens geben die Resultate der elektromagnetischen Kanalstrahlenanalyse, die Theorie der Glimmentladung und der Träger optischer Spektren hier weitgehende Anhaltspunkte.

§ 2. Allgemeines über die Ablenkung. Die Grundtatsache, um deren Analyse es sich zunächst handeln soll ist die, daß ein Bündel korpuskularer Strahlen beim Durchgang durch Materie — mag diese nun im festen oder gasförmigen Zustand sein — sich verbreitert, diffus wird. Die einzelnen Teilchen werden von ihren im Vakuum geradlinigen Bahnen abgelenkt und beschreiben in dem zerstreuenden Medium krummlinige (in erster Näherung polygonale [1])) Wege, nach Austritt aus demselben in den leeren Raum zwar wieder geradlinige, jedoch gegen die Einfallsrichtung geneigte Bahnen; ist der totale Ablenkungswinkel größer als 90^0, so spricht man von Reflexion oder (nach Lenard) treffender von Rückdiffusion, sonst einfach von Diffusion. Es liegt nun in der Natur der Sache, daß die Beobachtung, abgesehen von den später zu erwähnenden Versuchen von Wilson, nicht die Bahnen der einzelnen Teilchen liefert und auch die Theorie erst durch eine weitgehende Analyse auf diese zurückkommen kann, sondern daß das direkt gegebene Mittelwerte über die Ablenkungen sehr vieler Teilchen sind. Daraus ergibt sich von selbst als entsprechendes und allein zu quantitativer Beschreibung geeignetes Vorgehen die Anwendung wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden; die Beobachtung liefert dann also in deren Ausdrucksweise Verteilungsfunktionen. Es ist nun praktisch, eine spezielle Verteilungsfunktion als Ausgangspunkt zu wählen, nämlich die der Ablenkungswinkel [2]), die wir mit Φ_φ bezeichnen; es soll dies heißen, daß unter den betrachteten Verhältnissen, also etwa nach Durchdringung einer Schicht von gegebener Dicke, $\Phi_\varphi \cdot d\varphi$ Teilchen in den Raum zwischen den Mantelflächen zweier Kegel abgelenkt sind (und in diesem im ab-

1) Vgl. etwa Lenard, K. Str. S. 237 ff.

2) Z. B. H. Geiger, Proc. Roy. Soc. 83, 492, 1910.

soluten Vakuum dauernd weiterfliegen würden), deren halbe Öffnungswinkel φ bzw. $\varphi + d\varphi$ sind und deren gemeinsame Achsen mit der ursprünglichen, für alle Teilchen als parallel vorausgesetzten Bewegungsrichtung zusammenfallen. In praxi kann man nun, sei es mit dem Phosphoreszenz- oder Szintillationsschirm oder durch elektrometrische Methoden, nur selten eine der Definition der Verteilungsfunktion Φ_φ entsprechende Versuchsanordnung realisieren und wird demgemäß andere Verteilungsfunktionen wirklich beobachten und diese in Φ_φ umrechnen müssen. Für drei der wichtigsten Anordnungen wird diese Umrechnung durch die folgenden Beziehungen geleistet.

a) Fängt man die Teilchen auf in einer Ebene [1]), die senkrecht steht zur ursprünglichen Strahlrichtung (Achse) und erhält man für die auf der Flächeneinheit im Abstand r von der Achse auftreffenden die Verteilungsfunktion Φ_{r_1}, so ist Φ_{r_1} proportional $\Phi_\varphi \cdot \frac{\cos^3\varphi}{\sin\varphi}$. Bezieht man die Verteilung nicht auf die Flächeneinheit, sondern auf einen Kreisring von der Breite dr, so gilt für die entsprechende Verteilungsfunktion Φ_r, daß $\Phi_r = 2\pi r \cdot \Phi_{r_1}$.

b) Fängt man die Teilchen auf einer Kugelfläche [2]) um den Austrittspunkt der Strahlen aus der diffundierenden Schicht auf und erhält man für die auf die Flächeneinheit im Azimut φ von der Achse auftreffenden Teilchenzahlen die Verteilungsfunktion Φ_{k_1}, so ist Φ_{k_1} proportional $\Phi_\varphi / \sin\varphi$.

c) Fängt man endlich alle Teilchen innerhalb eines Kegels von halbem Öffnungswinkel φ um die Achse auf [3]) und erhält dafür die Verteilungsfunktion $\Phi_{k\varphi}$, so ist diese proportional dem von 0 bis φ erstreckten Integral über Φ_φ.

In allen diesen Fällen ist entsprechend den bei Zerstreuungsbeobachtungen an dünnen Schichten fester Substanz meist erfüllten Bedingungen vorausgesetzt, daß die Dicke der Schicht klein ist gegenüber dem Abstand der auffangenden Fläche von derselben und daß das einfallende Bündel linear ist; allgemeinere Näherungsrelationen wird man sich von Fall zu Fall durch einfache Integrationen aus den gegebenen herleiten können. Eine besondere Behandlung erfordern jedoch die Beobachtungen in Gasen, bei welchen meist die auffangende Fläche unmittelbar in das Gas taucht; es tritt dann [4]) insofern

1) Z. B. H. Geiger u. E. Marsden, Wien. Ber. **121**, 1, 1912.
2) Z. B. H. Geiger, Proc. Roy. Soc. **83**, 492, 1910.
3) Z. B. Crowther, Proc. Roy. Soc. **84**, 226, 1911.
4) Vgl. etwa Lenard, K. Str. S. 193, 202 u. a.

eine prinzipielle Änderung ein, als man von einer Verteilungsfunktion Φ_φ der Ablenkungswinkel überhaupt nicht mehr ohne weiteres sprechen kann und die beobachteten Daten ebenso wie die theoretischen Folgerungen auch nicht mehr einfach auf diese sich beziehen lassen; als Grundfunktion tritt vielmehr die Verteilungsfunktion der linearen Ablenkungen selbst, gemessen senkrecht zur Achse, auf.

§ 3. Beobachtungsmaterial über Ablenkung von α-Strahlen. Wir wollen aus dem großen vorliegenden Beobachtungsmaterial diejenigen Arbeiten auswählen, deren Resultate zu theoretischen Schlüssen brauchbar sind; dabei werden wir uns hier zunächst beschränken auf Daten, welche allein die Ablenkung betreffen, also Geschwindigkeitsverlust, Absorption usw. ausschalten. In Betracht kommen hier eine Reihe sorgfältiger Untersuchungen, welche aus der Schule Rutherfords hervorgegangen sind, der bekanntlich auch zuerst die Erscheinung der Diffusion der α-Strahlen gefunden hat.

Fällt ein schmales paralleles Bündel von α-Teilchen auf eine dünne Folie fester Substanz, so werden die Teilchen, wie man zunächst gefunden hat, im Mittel nur um ganz kleine Winkel von der Größenordnung 1^0 abgelenkt. Für diese „kleinen" Ablenkungen fand Geiger[1]) die Verteilungsfunktion

$$\Phi r_1 = \frac{1}{r_0{}^2 \pi} e^{-\frac{r^2}{r_0{}^2}}, \tag{1}$$

die physikalisch einfach als die Intensität der auffallenden Strahlen interpretiert werden kann und als solche eine anschauliche Bedeutung hat. Wir gewinnen daraus nach den Regeln in § 2 die Verteilungsfunktion Φ_φ für die Ablenkungswinkel in der Form (da φ klein ist!)

$$\Phi_\varphi d\varphi = \frac{\varphi}{\varphi_0} e^{-\frac{\varphi^2}{2\varphi_0{}^2}} d\varphi. \tag{2}$$

Man sieht unmittelbar, daß Φ_φ ein Maximum hat für $\varphi = \varphi_0$; in der Form (2) hat also φ_0 die Bedeutung des „wahrscheinlichsten" Ablenkungswinkels. Ist der Abstand des Schirmes von der Folie a, so ergibt sich aus (1), daß dieser wahrscheinlichste Winkel gleich ist r_0/a, wobei nun r_0 direkt aus den Beobachtungen zu entnehmen ist. Für den wahrscheinlichsten Winkel φ_0 haben sich weiterhin einige Gesetzmäßigkeiten ergeben[2]), nämlich für kleine Foliendicken d Proportionalität mit $\sqrt{d}$,

1) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. 81, 174, 1908; 86, 235, 1912.
2) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. 83, 492, 1910.

ferner Proportionalität mit v^{-3} (Geschwindigkeit der Strahlen) und angenähert mit dem Atomgewicht der zerstreuenden Substanz; die absoluten Werte waren für $v = 2 \cdot 10^9$ cm/sec (*RaC*) von 0,6⁰ für *Al* ansteigend bis 2,1⁰ für *Au*.

Berechnet man nun aus der Verteilungsfunktion (2) den Abfall der Teilchendichte mit zunehmendem Ablenkungswinkel, so findet man bereits für verhältnismäßig kleine Winkel unmeßbar kleine Beträge. Es ist deshalb von fundamentaler Wichtigkeit, daß Geiger und Marsden[1]) auch noch im Gebiet großer Winkel wenn auch sehr wenige, so doch eine durchaus zählbare Menge abgelenkter Teilchen nachweisen konnten und bei genauer Untersuchung fanden, daß es offenbar neben der Ablenkung in „kleinen" Winkeln eine prinzipiell davon verschiedene in „großen" Winkeln mit einem besonderen charakteristischen Verteilungsgesetz gibt. Am auffallendsten ist deren Existenz im Gebiet von Winkeln, die größer als 90⁰ sind und sich also in einer Reflexion oder Rückdiffusion äußern. Die rückdiffundierte Menge ist, wie die Untersuchung ergab, abhängig von der Dicke der materiellen Schicht, und zwar steigt sie mit dieser zu einem Endwert an. Die extremale Dicke, jenseits welcher eine Steigerung der rückdiffundierten Menge nicht mehr stattfindet, wollen wir mit Lenard[2]) die Rückdiffusionsdicke nennen; sie wurde leider nur für Gold bestimmt und zu etwa 10,4 mm Luftäqivalent gefunden, eine Angabe, welche noch durch die ergänzt werden mag, daß (etwa) die Hälfte der maximalen Menge aus einer Schicht von 2 mm Luftäquivalent rückdiffundiert. Bedeutungsvoller ist die Tatsache, daß die rückdiffundierte Menge unter sonst gleichen Umständen vom Atomgewicht A der Schichtsubstanz abhängt, und zwar $A^{3/2}$ annähernd proportional ist; es geht dieser Zusammenhang aus folgender Tabelle hervor, in der λ die relative rückdiffundierte Menge ist.

Metall	Atomgewicht	λ	$\lambda/A^{3/2}$	Δ
Blei	207	62	208	−25
Gold	197	67	242	+ 9
Platin	195	63	232	− 1
Zinn	119	34	226	− 7
Silber	108	27	241	+ 8
Phosphor	64	14,5	225	− 8
Eisen	56	10,2	250	+17
Aluminium	27	3,4	243	+10

1) H. Geiger u. E. Marsden, Proc. Roy. Soc. 82, 495, 1909.
2) Lenard, K. Str. an verschied. Stellen.

In der letzten Spalte habe ich die Abweichungen vom Mittelwert (233) der vorletzten Spalte zusammengestellt, die, wie man sieht, keinen systematischen Gang zeigen und sich somit durch Meßfehler und durch Verunreinigungen der benutzten Metalle erklären lassen dürften, so daß die Konstanz von $\lambda \cdot A^{2/3}$ jedenfalls als sehr angenähert geltend zu betrachten ist. Da die Autoren keine Angaben über die Herkunft der benutzten Metalle machen, ist man bezüglich der Rolle von Verunreinigungen allerdings auf Vermutungen angewiesen. Bezüglich der beiden Metalle *Pb* und *Fe*, welche die größten Abweichungen zeigen, ist für *Pb* aus dem hohen Atomgewicht das angegebene Vorzeichen von Δ wohl plausibel. Ob dagegen bei *Fe* nicht noch andere Gründe mitsprechen, ist fraglich; denn als Verunreinigungen von Eisen sind in erster Linie C(12), H(1) und das nur wenig schwerere Ni (59) anzunehmen.

Die Ablenkung in großen Winkeln wurde dann nochmals eingehend von Geiger und Marsden[1]) studiert, und zwar nun für die einzelnen Ablenkungswinkel getrennt. Die Versuche waren so angelegt, daß sie die Verteilungsfunktion Φ_{k_1} lieferten; wir wollen jedoch gleich die für später wichtigere Funktion Φ_φ benutzen, für welche sich die Form ergab (bis auf einen Proportionalitätsfaktor):

$$\Phi_\varphi = d \cdot v^{-4} \cdot A^{3/2} \frac{\cos \varphi/2}{\sin^3 \varphi/2}. \tag{3}$$

Der absolute Betrag ist charakterisiert durch die Angabe, daß für $v = 2{,}06 \cdot 10^9$ cm/sec von den auf eine Goldfolie von 1 mm Luftäquivalent ($d = 2{,}1 \cdot 10^{-5}$ cm) senkrecht auffallende Teilchen der $3 \cdot 10^7$te Teil nach Ablenkung um 45° auf ein Flächenelement von 1 mm² Größe auffällt, das einen Abstand von 1 cm vom Durchstoßpunkt des Strahlenbündels durch die Folie hat und senkrecht zum abgelenkten Strahl steht; der Fehler dieser Angabe ist in Anbetracht der Schwierigkeit der Messungen auf etwa 20 Proz. zu schätzen, gibt aber die Größenordnung sicher richtig. Bei der fundamentalen Wichtigkeit der großen Ablenkungen ist ein kurzes Eingehen auf die Versuchsbedingungen nötig, die zur Aufstellung des Gesetzes (3) führten, um ein Urteil über die Genauigkeit zu ermöglichen; dazu mögen die folgenden Angaben dienen. Die Abhängigkeit vom Winkel φ wurde geprüft zwischen 5° und 150°, die von der Foliendicke d zwischen 0,1 cm und 0,9 cm Luftäquivalent, die vom Atomgewicht zwischen 197 (Au) und 12 (C) und die von der Geschwindigkeit v zwischen Werten, die einer Reichweite von 1 cm bis

1) H. Geiger u. E. Marsden, Wien. Ber. 21, 1, 1912; Phil. Mag. 25, 604, 1913.

5,5 cm (Geschwindigkeitsverhältnis $1:\sqrt[3]{5}$) entsprach. Bedenkliche, weil systematische Abweichungen zeigten sich nur bezüglich des Winkels φ und des Atomgewichts, von denen die ersteren sich vermutlich in plausibler Weise durch gewisse Unvollkommenheiten der Meßanordnung und Schwierigkeiten bei der Zählung der jeweils abgelenkten Teilchen erklären lassen, die letzteren aber reell zu sein scheinen und darauf hindeuten, daß Φ_φ mit dem Atomgewicht etwas langsamer abnimmt, als der Proportionalität mit $A^{3/2}$ entsprechen würde; ich gebe dafür als Beispiel die Resultate, welche mit *Ra*-Emanation als Strahlenquelle erhalten wurden:

Metall	*Au*	*Pt*	*Sn*	*Ag*	*Cu*	*Al*	(*C*)
$N \cdot A^{3/2}$	85	105	99	95	112	105	137

Legt man durch die angegebenen Zahlen eine ausgeglichene Kurve mit den Atomgewichten als Abszissen, so erkennt man, daß diese ohne Zweifel mit sinkendem Atomgewicht etwas ansteigt; wenn die Abweichungen von der Konstanz auch nahezu innerhalb der Fehlergrenzen liegen, scheinen sie, wie gesagt, doch einen tieferen Grund zu haben. Zu bemerken ist dazu jedoch, daß man bessere Konstanz erzielt[1]), wenn man die Angaben nicht wie oben bezieht auf Schichten, deren (gleiches) Luftäquivalent nach dem Braggschen Quadratwurzelgesetz berechnet ist, sondern wenn man neuere direkte Ergebnisse von Richardson und Marsden über den Zusammenhang zwischen Atomgewicht und Luftäquivalent berücksichtigt.

An die bisher besprochenen Angaben über Ablenkung in festen Körpern sind nun einige über Diffusion in Gasen anzuschließen. Ihre Bedeutung für die Theorie liegt auf der Hand und ist vor allem in dem Umstand zu sehen, daß man bei Gasen bis zu Atomgewichten herunterkommt, welche das des Heliums sogar unterschreiten; daneben ist es naturgemäß von Interesse, das Verhalten freier ablenkender Atome und Moleküle studieren und sich so von den fast unbekannten Bindungen im Gefüge fester Körper freimachen zu können. Allerdings steht diesen prinzipiellen Vorteilen in der Komplikation der Versuchsbedingungen ein großer Nachteil gegenüber, welcher die an Gasen erhaltenen Resultate den bisherigen an Zuverlässigkeit durchaus nicht gleichwertig erscheinen läßt. In Betracht kommt hier zunächst eine Untersuchung von Rutherford und Nuttall[2]), welche direkt die Ab-

---

1) H. Geiger u. E. Marsden, Phil. Mag. **25**, 617, 1913.
2) E. Rutherford u. J. M. Nuttall, Phil. Mag. **26**, 702, 1913.

lenkung in Gasen zu messen versuchten; Anlage und insbesondere Deutung der Versuchsergebnisse sind jedoch zu kompliziert, um hier auseinandergesetzt werden zu können und sind insbesondere viel weniger sauber als die bisher besprochenen Ablenkungsversuche an festen Körpern. Gemessen wird ein nicht leicht zu übersehender Integraleffekt, aus welchem erst auf Umwegen hier brauchbare Schlüsse gezogen werden können. Klarer liegen die Verhältnisse in einer anderen Arbeit, die — dem Thema zunächst scheinbar fernliegend — doch zu unmittelbar hier interessierenden Folgerungen führt. Marsden[1]) hat nämlich gefunden, daß in Wasserstoff, der von α-Strahlen durchquert wird, offenbar von einigen der getroffenen Moleküle H-Atome mit einer Geschwindigkeit fortgestoßen werden, die größer ist als die Geschwindigkeit der stoßenden α-Teilchen selbst; entdeckt wurden diese rasch fliegenden Atome dadurch, daß sich über die reguläre Reichweite hinaus noch etwa 4 mal soweit mit abnehmender Häufigkeit typische Szintillationen beobachten lassen. Wenn die genaue Bestimmung der Reichweite und insbesondere der Winkelverteilung der Emission auch noch aussteht, so darf man doch die bisherigen Ergebnisse als gesichert betrachten.

Zum Schluß ist noch ein Wort zu sagen über die bekannten Versuche von Wilson[2]), die Ablenkung in großen Winkeln, und zwar direkt an den Einzelbahnen der α-Teilchen, in der Kondensationskammer sichtbar zu machen. Es wurde den Photogrammen Wilsons ausschlaggebende Bedeutung zum Beweis der großen Ablenkungen bei einem Zusammenstoß zugesprochen; demgegenüber ist zu erwähnen, daß Lenard[3]) dagegen Einwände geltend gemacht hat, welche die Beweiskraft in dem genannten Sinn erheblich herabzumindern imstande sind. Lenard hält es nämlich für möglich, die scharfen Knicke der Bahnspuren als eine perspektivische Täuschung aufzufassen, eine Deutung, die sich nebenbei bemerkt durch Fixierung auf zwei zueinander senkrecht stehenden Photogrammen nach Art der photogrammetrischen Aufnahmen unschwer und eindeutig als richtig oder falsch erweisen lassen müßte.

§ 4. Beobachtungsmaterial über Ablenkung von Elektronen. Wie bereits einleitend bemerkt wurde, liegen die Verhältnisse hier wesentlich ungünstiger als für α-Strahlen, teils weil die Deutung der

1) E. Marsden, Phil. Mag. 27, 824, 1914; vgl. auch Rutherford, Phil. Mag. 27. 493, 1914.

2) C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc. 87, 493, 1912.

3) Ph. Lenard, K. Str. S. 240.

Versuchsergebnisse sehr viel komplizierter ist, teils weil die meisten Arbeiten an sich einer strengen Kritik nicht standhalten und sich als zu quantitativen Schlüssen ungeeignet erweisen. Trotzdem lassen sich eine Reihe von Daten dank der erwähnten kritischen Bearbeitung der gesamten Literatur durch Lenard bereits als sichergestellt hinstellen, welche für uns brauchbar sind. Generell läßt sich sagen, daß ohne Zweifel auch Elektronen in festen Körpern wie in Gasen die Erscheinung der Diffusion in kleinen Winkeln und der Rückdiffusion zeigen, daß die Ablenkung auch hier, und zwar in demselben Sinne wie bei α-Strahlen von der Geschwindigkeit abhängt und ferner, daß sie unter sonst gleichen Verhältnissen erheblich stärker ist als für α-Strahlen.

Das Analogon der Diffusion in kleinen Winkeln durch feste Körper ist eingehend untersucht von Crowther[1]) (dessen Arbeit allerdings Lenard[2]) recht scharf kritisiert), so daß wir bei der späteren Verwertung vorsichtig sein wollen. Crowther bestimmte für β-Strahlen von Radiumbromid die Verteilungsfunktion $\Phi_{k\varphi}$ und fand dafür in Abhängigkeit von der Schichtdicke

$$\Phi_{k\varphi} = \text{const} \cdot (1 - e^{-k/d}), \tag{4}$$

worin k eine Konstante ist. Die Prüfung wurde vorgenommen für einen Grenzwinkel φ_0 von 18^0 und für Al-Folien von $7 \cdot 10^{-3}$ bis $7 \cdot 10^{-4}$ cm Dicke. Zur Bewertung dieser Angabe entnehme ich aus Lenard K. Str., daß für parallele Strahlen und dünne Schichten der Geschwindigkeitsverlust in einer Al-Folie von 10^{-4} cm Dicke bei v etwa gleich $2{,}6 \cdot 10^{10}$ cm/sec zu vernachlässigen ist; der absorbierte Bruchteil ist unter denselben Verhältnissen etwa 1 Promille und also auch zu vernachlässigen, so daß man in Gl. (4) jedenfalls in großer Annäherung einen Ausdruck für den reinen Ablenkungseffekt sehen kann. Als Fehlerquelle käme nur noch die Wirkung einer Wellenstrahlung nach Lenard in Betracht, die quantitativ kaum in Rechnung zu setzen ist; man wird jedoch annehmen können (Lenard K. Str. S. 76. Anm. 1944), daß sie gerade bei Al nur gering sein wird. Die übrigen Resultate lassen sich zusammenfassend am besten ausdrücken, wenn man wie in der Fehlertheorie den mittleren Ablenkungswinkel φ_m dadurch definiert, daß ebensoviele Elektronen innerhalb wie außerhalb eines Kegels vom halben Öffnungswinkel φ_m fallen. Es gilt dann in Abhängigkeit vom Atomgewicht und der Foliendicke d

$$\varphi_m \sim A \cdot \sqrt{d}/(mv^2). \tag{5}$$

1) J. A. Crowther, Proc. Roy. Soc. 84, 226, 1911.
2) Ph. Lenard, K. Str. S. 122, Anm. 343; dort weitere Hinweise.

Geprüft wurde diese Beziehung für Dicken von $2 \cdot 10^{-3}$ bis $9 \cdot 10^{-3}$ cm, für Atomgewichte von 12 (C) bis 194 (Pt) und für Geschwindigkeiten von $2{,}4 \cdot 10^{10}$ bis $2{,}9 \cdot 10^{10}$ cm/sec; die Masse m des Elektrons ist dabei nach der Formel $m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}$ angesetzt. Aus den oben angegebenen Gründen wird man allerdings der Beziehung (5) namentlich für die Metalle mit höherem Atomgewicht weniger Beweiskraft zu weiteren Schlüssen zuschreiben; quantitativ lassen sich, wie auch Lenard a. a. O. bemerkt, Fehlerabschätzungen mangels genauer Angaben leider nicht machen.

Anschließend sind hier noch einige Angaben [1]) mehr orientierenden Charakters zusammengestellt, welche sich auf die sog. „Parallelfalldicke" beziehen; dabei sind der Vollständigkeit halber auch gleich die Verhältnisse in Gasen berücksichtigt. Unter Parallelfalldicke (x_1) versteht Lenard diejenige Strecke, welche ein primär paralleles Strahlenbündel in einem Medium durchlaufen kann, ohne merklich divergent zu werden. Natürlich ist dieses „merklich" quantitativ zu definieren und Lenard wählt aus gewissen praktischen Gründen einen Divergenzwinkel von 20° (Ablenkungswinkel 10°). Die Parallelfalldicken sind nicht direkt zu beobachten, sondern müssen errechnet werden; diese Rechnungen sind aber so durchsichtig, nach verschiedenen Methoden mit übereinstimmendem Resultat anzulegen und stützen sich auf so klare Daten, daß man Angaben über ihre Größe wohl unter das empirische Material aufnehmen kann. Die sich ergebenden Werte für x sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

		$v = 0{,}35\,c$	$v = 0{,}92\,c$
Luft	760 mm Hg	0,01	3,00
Luft	3 „ Hg	3,00	—
H_2	760 „ Hg	0,16	—
H_2	40 „ Hg	3,00	—
CH_3J	760 „ Hg	—	0,15
Al		0,000004	0,0015
Sn		—	0,0005
Au		0,000001	0,00013

Wir haben damit, wie gesagt, bereits einige Daten für Gase vorweggenommen. Diese wollen wir nun nach den Angaben Lenards noch etwas ergänzen. Wie schon oben S. 24 bemerkt, könnte man für Gase nur schwer dieselbe Verteilungsfunktion Φ_φ wie für feste Körper

1) Lenard, K. Str. S. 242.

messend finden. Wir legen deshalb mit Lenard[1]) eine Verteilungsfunktion Φ_{r_1}' der linearen Ablenkungen zugrunde; Φ_{r_1}' soll also wie früher Φ_{r_1} die Intensität der auf die Flächeneinheit im Abstand r von der Achse auffallenden Strahlen messen. Bei der Verwertung der Beobachtungsdaten ist aber darauf zu achten, daß Φ_{r_1} und Φ_{r_1}' insofern prinzipiell voneinander verschieden sind, als in Φ_{r_1} neben der Annahme einer bestimmten linearen Ablenkung noch implicite die Annahme eines bestimmten Auftreffwinkels auf das Flächenelement steckte, während Φ_{r_1}' diese Beschränkung natürlich nicht enthält. Für Φ_{r_1}' ergibt sich nun

$$\Phi_{r_1}' = \frac{A}{\pi} e^{-Ar^2}, \tag{6}$$

Die Konstante A ist cet. par. charakteristisch für das betreffende Gas und es ergab sich nun der wichtige Satz, daß bei gleicher Dichte A für alle untersuchten Gase angenähert den gleichen Wert hat und daß dieser Wert umgekehrt proportional dem Druck ist; sie enthält natürlich auch die Dicke der diffundierenden Gasschicht und falls diese nicht bis zum auffangenden Schirm reicht, den Abstand der Schichtgrenze vom Schirm[2]). Wir werden darauf bei der Theorie noch einzugehen haben und haben hier die Lenardschen Ansätze absichtlich so gefaßt, daß sie nur wirklich beobachtbare Daten enthalten. Von diesem Standpunkt aus können wir Angaben über den absoluten Wert von A machen für den Fall, daß das Gas bis zum Schirm reicht; A ist dann umgekehrt proportional der dritten Potenz der Schichtdicke. Aus einer Tabelle bei Lenard berechne ich die folgenden Werte für A bei einer Schichtdicke $d = 1$ cm, einer Elektronengeschwindigkeit $v = 0{,}92\,c$ und der Dichte von Luft bei Atmosphärendruck, in welche zu späterer Verwendung die Werte einer Größe a, des sogenannten Trübungsfaktors gleich mit aufgenommen sind; deren Bedeutung wird sich bei Besprechung der theoretischen Folgerungen ergeben:

Gas	Molekulargewicht M	A	a/M
Luft	29	$4{,}8 \cdot 10^3$	$1{,}2 \cdot 10^{-9}$
C_2H_5Br	109	$1{,}2 \cdot 10^3$	$2{,}4 \cdot 10^{-9}$
$CHCl_3$	120	$2{,}3 \cdot 10^3$	$0{,}8 \cdot 10^{-9}$
CH_3J	142	$1{,}3 \cdot 10^3$	$2{,}4 \cdot 10^{-9}$

1) Lenard, K. Str. S. 204ff.

2) E. Friman, Ann. d. Phys. **49**, 409, 1916; Lenard, K. Str. S. 206.

Zur Ergänzung mag noch die Größenordnung $A = 2 \cdot 10^{-1}$ für $v = 0{,}25 \cdot c$ dienen, die aus Beobachtungen an H_2 geschätzt ist[1]).

Die Ablenkung in großen Winkeln ist leider noch wenig erforscht und wegen der verschiedenen Komplikationen auch kaum direkt experimentell faßbar, so daß man stets aus den Integraleffekten Rückschlüsse indirekter Art ziehen muß. (Es ist deshalb hier, wo man sich nicht auf die Verschiedenheit der Verteilungsfunktionen wie bei den α-Strahlen stützen kann, auch sachlich nicht berechtigt, prinzipiell zwischen kleinen und großen Winkeln im Beobachtungsmaterial zu trennen, so daß man besser etwa von Diffusion in kleinen Winkeln und von Rückdiffusion bezüglich der Integraleffekte sprechen sollte; die Analogie zu den großen Ablenkungen bezeichnet Lenard, von dem auch die ersteren Bezeichnungen herrühren, als echte Reflexion. Da das Ziel dieses Berichtes eine möglichst systematische und objektive Ableitung theoretischer Folgerungen aus den empirischen Daten sein soll, so kann diese feinere Unterscheidung und Entwirrung natürlich nicht schon hier bei Zusammenstellung des reinen Beobachtungsmaterials erfolgen.) Es kommt hier in Betracht[2]) die „Rückdiffusionskonstante", die sich am einfachsten definieren läßt als der maximal, d. h. für genügende Schichtdicke, aus einem parallelen, seitlich unendlich ausgedehnten Bündel rückdiffundierte Bruchteil der einfallenden Elektronen. Als Zahlenwerte, die einigermaßen verbürgt sind, gibt Lenard an für $v = 0{,}35 \cdot c$ die Werte 0,28 für *Al*, 0,60 für *Ag*, und 0,68 für *Au* und für $v = 0{,}92 \cdot c$ den Wert 0,23 für *Al*. Wichtiger, weil einfacher, sind für uns andere Angaben für dicke Schichten, welche sich auf die sogenannte „Rückdiffusionsdicke" beziehen, d. h. diejenige Dickenausdehnung einer ablenkenden Schicht, jenseits welcher kein merklicher Beitrag mehr zur rückdiffundierten Menge mehr geliefert wird. Lenard gibt dafür die folgenden Werte:

Substanz	$v = 0{,}35$ cm	$v = 0{,}92$ cm
Luft 760 mm *Hg*	0,3	150
Luft 3 „ *Hg*	80,0	—
Al	0,00014	0,07
Zn	—	0,03
Sn	—	0,03
Au	0,00008	—
Pb	—	0,02

1) Lenard, K. Str. S. 208.

2) Vgl. Lenard, K. Str. Abschnitt VII, D. E. F.

Zum Schluß müssen wir aber vor allem einen charakteristischen Komplex von Tatsachen[1]) anführen, den wir, allerdings der theoretischen Deutung vorgreifend, mit Lenard als Reflexion bezeichnen[2]) wollen. Halten wir uns auch hier nur an die Tatsachen, so lassen sich diese dahin zusammenfassen, daß ganz langsame Elektronen mit Geschwindigkeiten unterhalb der Ionisierungsspannung von fester und gasförmiger Materie reflektiert werden. Die Anlage der Versuche erlaubte, namentlich für Gase, diese Erscheinung quantitativ im einzelnen zu studieren und eindeutig nachzuweisen[3]), daß die Elektronen von den Gasmolekülen reflektiert werden, und zwar bei den Edelgasen rein elastisch (vermutlich auch bei Stickstoff), bei den übrigen Gasen mit um so größerem Geschwindigkeitsverlust, je elektronegativer das Gas ist. Für feste Körper gibt Lenard als Wert der „Reflexionskonstante" d. h. für den Bruchteil der reflektierten Elektronen die Größenordnung 0,6 an, allerdings auf Grund indirekter (theoretischer) Schlüsse.

Mit diesen Angaben ist das überhaupt bis jetzt verfügbare Material durchaus nicht erschöpft, sondern nur insoweit, als es sich um direkt der Messung zugängliche oder doch aus dieser ohne eine vorgefaßte theoretische Meinung zu entnehmende Daten handelt.

§ 5. Theorie der Ablenkung. Allgemeines. Wir gehen nun dazu über, das Beobachtungsmaterial zu verwerten zu theoretischen Folgerungen, nicht in dem Sinne einer Theorie der Ablenkungen als solcher, sondern dem Zweck dieses Berichtes entsprechend mit dem Ziel, Schlüsse über die Konstitution der Atome und Moleküle zu ziehen. Für die Behandlung der Theorien ergibt sich dadurch die folgende Disposition: Wir gehen aus von einer zunächst möglichst allgemeinen Besprechung der Sachlage und schließen daran eine kurze Darstellung der bisher vorliegenden speziellen Lösungsversuche. Diese werden kritisiert, und zwar nach dreierlei Richtung, nämlich inwieweit sie in sich richtig und vollkommen sind, in welchem Umfang sie die Beobtungen formal darstellen und endlich, wie ihre Interpretation der Ablenkungsbeobachtungen physikalisch zu bewerten ist. Damit ist der Weg geebnet zur Beantwortung der eigentlich interessierenden Frage, was sich aus dieser Theorie eindeutig oder zwangläufig für den Bau der Atome entnehmen läßt bzw. wo hier noch Lücken sind und in

1) Vgl. Lenard, K. Str. Abschnitt VII, D. E. F.

2) Lenard, K. Str. S. 198, 201.

3) Vgl. die Zusammenfassung von J. Franck und G. Hertz, Phys. Zeitschr. 17, 409, 1916.

welcher Richtung eine Vervollkommnung unserer Kenntnis erwartet werden kann. Man kann nun aber schon von vornherein sagen, daß sich dabei ein abschließendes Urteil noch nicht wird gewinnen lassen; denn vorerst handelt es sich lediglich um die Ablenkung, deren Behandlung sich naturgemäß gar nicht trennen läßt von der der übrigen eingangs erwähnten Vorgänge der Absorption und insbesondere des Geschwindigkeitsverlustes. Physikalisch hängen alle diese eng miteinander zusammen und konnten hier im Interesse der Übersichtlichkeit nur insofern getrennt werden, als sie zu verschiedenen empirischen Effekten führen.

Die Theorie der Ablenkung muß naturgemäß an die modernen Anschauungen von der Konstitution der Atome anschließen, will sie nicht für sich, als eine ad hoc durchgeführte Konstruktion, allein stehen und so ziemlich belanglos bleiben. Dadurch sind ihr die prinzipiellen Grundlagen vorgezeichnet, die wir folgendermaßen formulieren können: Die Ablenkung entsteht bei der Durchquerung elektrischer und magnetischer Kraftfelder, welche in den einzelnen Atomen sitzen. Aufgabe der Theorie ist es, aus ihr auf die Konstitution dieser Kraftfelder, d. h. auf die Konstitution der Atome zu schließen. Nun hat die moderne Atomphysik bekanntlich zu der Auffassung geführt, daß das Kraftfeld eines Atoms wiederum aufgebaut zu denken ist aus elementaren Kraftfeldern, welche sich um einzelne geladene Zentren ausbreiten. Wir haben vorerst hinsichtlich des elektrischen Teils dieser Felder keinen Grund, die Gültigkeit des Coulombschen Gesetzes im Innern des Atoms zu leugnen und können uns also sowohl das integrale elektrische Atomfeld durch Superposition aus elementaren, um einzelne Ladungen ausgebreiteten Coulombschen Feldern hergestellt denken, wie auch die Wirkung dieser Ladungen auf das abgelenkte Teilchen nach Coulomb berechnen. Dagegen liegen die Verhältnisse verwickelter bezüglich des magnetischen Teils; man wird hier zwar die ponderomotorische Kraft auf das bewegte, das Atom durchquerende Teilchen nach dem vierten Lorentzschen Grundgesetz der Elektronentheorie berechnen können, ist aber bezüglich der Herkunft und der Konstitution des magnetischen Feldes auf Vermutungen angewiesen. Insbesondere läßt uns hier die modernste Entwicklung der Atomphysik noch gänzlich im Stich bezüglich des Zusammenhanges zwischen magnetischem Feld und bewegten Ladungen, sodaß man vorerst gezwungen ist, neben der „elektrostatischen“ Konstitution zusammenhanglos eine „magnetische“ Konstitution einfach zu postulieren und die Daten für diese etwa aus der Weißschen Magnetonenhypothese zu entnehmen.

Wir wollen demgemäß zunächst uns nur mit den elektrostatischen Feldern beschäftigen und nur anhangsweise einige Bemerkungen über die magnetischen Felder zufügen.

Aus der Zusammensetzung der integralen Kraftfelder im Innern des Atoms aus elementaren Coulombschen Kraftfeldern folgt nun aber eine sehr unangenehme Eigenschaft derselben, welche gerade die größte und in Strenge bisher noch ungelöste Schwierigkeit für die Theorie nach sich zieht. Wir können jene nämlich nicht mehr als starr und unveränderlich nach Art geometrischer Gebilde annehmen, sondern müssen die Möglichkeit zulassen, daß sie durch das durchquerende Teilchen deformiert werden. Der Vorgang dieser Deformation läßt sich genauer dahin beschreiben, daß die oben genannten Zentren der elementaren Felder gegeneinander und im Raum durch das durchquerende Teilchen verschoben werden. Dieses und jene Zentren können also nicht für sich behandelt werden, sondern sie bilden ein einziges gekoppeltes System; die Verhältnisse werden dadurch ganz analog denen im n-Körperproblem der Mechanik und können also in Strenge überhaupt nicht, bestenfalls durch Näherungsmethoden, der analytischen Behandlung zugänglich gemacht werden. Dazu kommt aber noch ein weiterer komplizierender Umstand. Man wird aus bekannten, hauptsächlich durch die Stabilität des Atomsystems geforderten Gründen dazu gezwungen, die Zentren der elementaren Felder nicht als relativ zueinander ruhend anzunehmen. Eine solche Auffassung der Atome als dynamische Systeme bedingt aber unmittelbar, daß das integrale Kraftfeld schon an und für sich nicht als ein starres Gebilde anzusehen ist, sondern daß es zeitlich variiert. Im Bilde des n-Körperproblems hat dies Komplikationen zur Folge, welche wesentlich die Anfangsbedingungen betreffen, physikalisch, daß die Ablenkung nicht nur gegeben ist durch reine (geometrische) Lagenverhältnisse, sondern auch durch die „Phase“ des Atoms gegen das durchquerende Teilchen.

Alles dies und ebenso der Umstand, daß man naturgemäß niemals die Ablenkung weder durch ein einziges Atom noch die eines einzigen Teilchens beobachtet und zur Deutung zur Verfügung hat, weist von vornherein darauf hin, daß man nur durch Anwendung typisch statistischer Methoden zum Ziel gelangen kann. Diese finden denn auch in allen vorliegenden theoretischen Bearbeitungen des Problems ausgiebige Anwendung und bringen, richtig benutzt, an sich auch keine Beschränkung etwa in der Eindeutigkeit der gezogenen Schlüsse mit sich. Daneben ist man aber noch zu mannigfachen Vernachlässigungen und Vereinfachungen, und zwar aus lediglich analytischen

Gründen, gezwungen; diese aufzudecken und vor allem in ihren Wirkungen auf das Endresultat zu beurteilen, ist aber sehr oft nicht möglich, obwohl gerade in ihnen leider das Unbefriedigende aller Theorien zu sehen ist.

Was nun zunächst den statistischen Teil der Untersuchung anlangt, so läßt sich die Sachlage im Anschluß an das eben Gesagte folgendermaßen präzisieren. Wenn ein Teilchen eine Schicht Materie durchdringt, so durchdringt es dabei eine gewisse Anzahl von Atomen und in jedem Atom wieder eine gewisse Anzahl von elementaren Kraftfeldern. Da die Gesamtablenkung sich zusammensetzt aus den Einzelablenkungen in diesen, so sind die statistischen Komponenten ohne weiteres in den Einzelablenkungen gegeben und die Frage ist mathematisch also die, wie man aus dem beobachteten Integraleffekt, d. h. aus der (integralen) Verteilungsfunktion, auf die Größe und Verteilung der Komponenten schließen kann. Dabei sind nun zwei Möglichkeiten der statistischen Betrachtung streng voneinander zu unterscheiden. Einmal kann man nämlich die beobachtete Verteilung, wie sie in einer der oben S. 24 erwähnten Verteilungsfunktionen zum Ausdruck kommt (integrale Verteilung), an sich betrachten. Die statistische Summation bezieht sich dann auf die abgelenkten Teilchen und erlaubt aus der Verteilungsfunktion gewisse Parameter, wie mittlere Ablenkung, wahrscheinlichste Ablenkung usw. im Anschluß an die bekannten Methoden der Fehlertheorie zu berechnen. Tiefere Bedeutung gewinnen derartige Folgerungen erst, wenn man die genannten Parameter in Verbindung setzt mit gewissen Versuchsparametern, z. B. mit der Dicke oder dem Atomgewicht der zerstreuenden Substanz, besonders aber in dem einen Fall, daß man annehmen kann, die Ablenkungen seien hervorgerufen durch jeweils nur eine einzige Atomdurchquerung. Dann nämlich gibt die beobachtete Verteilung — als typischer Fall ist die Rutherfordsche Einzelablenkung in großen Winkeln von größter Wichtigkeit — direkt Aufschluß über die Natur der elementaren Ablenkungsprozesse. Die zweite Möglichkeit besteht in der statistischen Auflösung jeder (einzelnen) tatsächlichen, d. h. in die Verteilungsfunktion eingehenden Ablenkung in die elementaren Komponenten. In erster Stufe wird man dabei zurückgehen auf die Ablenkungen durch die einzelnen Atome, in zweiter Stufe auf die Ablenkungen durch die elementaren Kraftfelder, welche die Atome zusammensetzen. Wie die genauere Überlegung zeigt, kommt man so aus dem Verlauf der beobachteten Verteilungsfunktion unter gewissen Prämissen zu Aussagen über die Größe der mittleren Ablenkung durch ein Atom bzw. durch ein elementares

Kraftfeld. Diese Mittelwerte müssen dann ihrerseits aufgebaut werden durch Integration über Einzelwerte der Ablenkungen bzw. deren Wahrscheinlichkeit, so daß sich hier diese zweite Möglichkeit methodisch wieder vereinigt mit der oben erwähnten ersten Möglichkeit der Einzelablenkungen, daß sie also über den Umweg der Statistik für den komplizierteren Fall der „zusammengesetzten" Ablenkungen letzten Grades dasselbe leistet, wie die erste in dem einfacheren Fall der „Einzelablenkung".

Diese allgemeinen Ausführungen sind nun natürlich zu ergänzen und zu erläutern durch ein Eingehen auf Einzelheiten. Am einfachsten liegen die Verhältnisse, wie bereits gesagt, wenn man es mit Einzelablenkungen zu tun hat. Um zunächst noch möglichst allgemein zu bleiben, wollen wir annehmen, daß der Vorgang einer Ablenkung fixiert werden könne durch gewisse Größen $q_1 \ldots q_n$, welche die Durchquerung eines Atoms durch ein Teilchen vollständig beschreiben. Der Ablenkungswinkel ist dann also eine Funktion dieser q_n und die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Ablenkung hat die Form $f(q_1 \ldots q_n) \, dq_1 \ldots dq_n$. Diese ist im allgemeinen natürlich sehr kompliziert und nicht einfach anschaulich zu deuten. Nur im Falle zentrischer Symmetrie, der in den bisherigen Theorien stets angenommen wird oder durch vorherige Mittelwertsbildung über einen Teil der Variabeln q_n hergestellt zu denken ist, werden die Verhältnisse so einfach, daß man sie geometrisch übersehen kann. Der Elementarbereich für die Wahrscheinlichkeit wird dann nämlich eine zur ursprünglichen Bewegungsrichtung der ankommenden Teilchen senkrecht stehende Fläche f, so daß man von „Stoßarealen", welche zu den einzelnen Ablenkungen gehören, sprechen und die Wahrscheinlichkeit einfach durch (f: Querschnitt des Atoms) deuten kann. Dazu ist nun zweierlei zu bemerken. Zunächst spielt hier herein die oben S. 36 erwähnte Auffassung des Atoms als dynamisches System; diese führt man implicite durch zeitliche Mittelwertbildung zurück auf die Betrachtung statischer Systeme, und zwar geschieht dies stets so, daß man einfach die Wahrscheinlichkeit für das einzelne zentrisch symmetrische elementare Kraftfeld (z. B. die elektrostatischen Felder der im Atom befindlichen Elektronen) multipliziert mit der Anzahl der Zentren und noch obendrein annimmt, daß diese homogen über den Raum des Atoms verteilt sind[1]). Ein solcher Ersatz dynamischer

1) Vgl. etwa J. J. Thomson, Proc. Cambr. Soc. 15, 465, 1910; Darwin, Phil. Mag. 23, 901, 1912.

Systeme durch statische läßt sich weitgehend rechtfertigen dadurch, daß durch die Bewegung der Zentren an sich nur Fehler höherer Ordnung im Verhältnis der Geschwindigkeiten der Zentren zu denen der durchquerenden Teilchen auftreten und die zeitliche Mittelwertsbildung zwar die Streuung der Einzelwerte der Ablenkungen unberücksichtigt läßt, aber keinen Einfluß auf die Mittelwerte der Ablenkungen selbst hat; nach einem Theorem von Smoluchowski[1]) läßt sich, nebenbei bemerkt, diese Streuung abschätzen. Wesentlich anders liegen aber die Verhältnisse bezüglich der Annahme einer homogenen Verteilung der Zentren, da diese auf den Mittelwert selbst zurückwirkt und deshalb sehr bedenklich erscheint. Der daraus resultierende Fehler läßt sich allgemein nicht übersehen und müßte von Fall zu Fall durch eine eingehende Diskussion abgeschätzt werden; daß in der Tat je nach der angenommenen Verteilung ganz verschiedene Werte für den Mittelwert der Ablenkung durch ein Atom resultieren, geht bereits hervor aus den Resultaten einer Rechnung, die Darwin[2]) durchgeführt hat für den Fall homogener Verteilung der Elektronen über das Volumen bzw. über die Oberfläche des kugelförmig gedachten Atoms und die um etwa 50 Proz. differieren. Auf diesen Punkt zu achten, ist besonders notwendig, wenn man mit den modernen Atommodellen operiert, in denen die Elektronen in ausgezeichneten, im einfachsten Fall in einer Ebene liegenden Bahnen rotieren; hier ist es auf Grund derartiger festumrissener Annahmen auch möglich, die diesbezüglichen Rechnungen exakt durchzuführen.

Ob nun in einem speziellen Falle, d. h. für bestimmte spezielle Versuchsbedingungen, mit Einzelablenkungen oder mit zusammengesetzten zu rechnen und demgemäß natürlich das Versuchsergebnis in dem einen oder anderen (ganz verschiedenen) Sinne zu deuten ist, ist a priori nicht zu entscheiden. Ein gutes Beispiel dafür mag die Tatsache bilden, daß Crowther[3]) seine Versuche über die Streuung von β-Strahlen im Sinne der zusammengesetzten Ablenkungen, Rutherford[4]) dieselben Versuche aber im Sinne der Einzelablenkungen diskutiert hat. Die Verhältnisse liegen hier — und darauf ist mit allem Nachdruck hinzuweisen — so, daß man eine Entscheidung treffen kann (d. h. abschätzen kann, in welchem Betrag jede der beiden Typen von Ablenkungen beteiligt ist) nur auf Grund einer bereits

1) Vgl. L. Flamm, Wien. Ber. **123**, 1414, 1914.
2) C. G. Darwin, Phil. Mag. **23**, 915, 1912.
3) Crowther, Proc. Roy. Soc. **84**, 225, 1910.
4) E. Rutherford, Phil. Mag. **21**, 683, 1911; **27**, 491, 1914.

vorgefaßten Anschauung über das Zustandekommen der Ablenkungen, und zwar einer bereits im einzelnen analytisch durchgeführten. Denn nur Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen über die Häufigkeit der Ablenkungen einer oder der anderen Art können hier zu einem Urteil führen, in denen naturgemäß die ganze Theorie bereits stecken muß.

Die zusammengesetzten Ablenkungen, über die nun noch einiges zu bemerken ist, entstehen durch Superposition von kleinen Einzelablenkungen, sei es in den einzelnen Atomen, sei es, wie bereits erwähnt, in den einzelnen elementaren Kraftfeldern desselben Atoms; sie setzen sich also zusammen aus einzelnen (elementaren) Komponenten, nämlich aus den mittleren (oder im Anschluß an die Bezeichnung der Fehlertheorie wohl besser den wahrscheinlichen) Ablenkungen der genannten elementaren Prozesse erster und zweiter Stufe. Nun liegt die Sache in praxi hier so, daß man die mittlere integrale Ablenkung (Q) kennt, etwa aus der beobachteten Verteilung, und die mittlere elementare Ablenkung (ε) berechnen will. Man kommt damit in der Tat ganz allgemein zum Ziel durch statistische Überlegungen, nämlich entweder in Analogie zu der bekannten Ableitung des Fehlergesetzes aus der Superposition von Elementarfehlern[1]) oder mit Hilfe einer von Rayleigh angegebenen Darstellung der Superposition von Schwingungen gleicher Frequenz und Amplitude, aber verschiedener Phase[2]), und findet die wichtige und stets angewandte Beziehung $Q = \varepsilon . \sqrt{n}$, wenn n die Zahl der elementaren superponierten Ablenkungen ist. Man muß also dieses n kennen; beziehen sich die elementaren Ablenkungen speziell auf Atome, so wird man n gleich der Zahl der von dem abgelenkten Teilchen durchquerten Atome zu setzen haben, die sich aus anderweitigen Daten unschwer berechnen läßt. Für dünne Metallfolien haben hier Geiger und Marsden[3]) eine hübsche Methode angegeben, welche vor dem üblichen Verfahren der Berechnung aus Dicke (Gewicht) der Folie und Atomgewicht der Foliensubstanz gewisse Vorzüge hat; sie benutzen nämlich das Gesetz von Bragg, daß die Anzahl der Atome pro Flächeneinheit der Folie bei gleichem Luftäquivalent proportional der Wurzel aus dem Atomgewicht ist. In zweiter

1) Vgl. etwa Czuber, Theorie d. Beobachtungsfehler S. 61 ff. Man vgl. auch die Bemerkungen von Ehrenfest in dessen bekanntem Enzyklopädieartikel IV 32, S. 86, die allgemein für das hier und im folgenden Gesagte wichtig sind.

2) Rayleigh, Papers I. S. 491; Theory of Sound 2. ed. § 429. v Laue, Enzyklopäd. d. Math. V, 24 (Wellenoptik), S. 393.

3) H. Geiger und E. Marsden, Phil. Mag. 25, 616, 1913.

Stufe wird man die Beziehung zwischen Q und ε aber auch anwenden können auf die elementaren Kraftfelder der einzelnen Atome [1]), muß dann aber allerdings bereits von spezielleren Annahmen ausgehen und diese Kraftfelder etwa identifizieren mit den Coulombschen Feldern der im Atom befindlichen Elektronen oder positiven Ladungen; man erhält dann also die mittlere Ablenkung Q_a eines Atoms ausgedrückt durch die mittlere Ablenkung ε etwa eines Elektrons und die Zahl n der Elektronen im Atom; und da man einerseits ε direkt aus den Gesetzen der Zentralbewegung berechnen kann, andererseits durch Anwendung desselben statistischen Verfahrens auf das Ensemble der durchquerten Atome Q_a verbunden wird mit der beobachteten integralen Verteilung, bekommt man also eine Beziehung zwischen der beobachteten mittleren Ablenkung und der Zahl n.

Bei genauerem Zusehen wird man aber finden, daß bereits die Grundlagen der statistischen Betrachtung über die zusammengesetzten Ablenkungen recht wenig klar gefaßt sind, wodurch natürlich die Beurteilung aller folgenden Schlüsse ungemein erschwert wird. Unter der mittleren elementaren Ablenkung durch ein Zentrum, sei dies nun ein Atom oder ein elementares Kraftfeld im Atom, versteht man nämlich, wie aus dem Gang der diesbezüglichen Rechnungen sich zeigt, den nach Maßgabe der Gewichte der einzelnen elementaren Ablenkungen gewonnene Mittelwert für das betreffende Zentrum, der sich also auf eine große Zahl von durchquerenden Teilchen bezieht, aber methodisch — es ist dies analog dem bekannten Unterschied zwischen der Boltzmannschen und Gibbschen Statistik — ebenso auf eine große Zahl von Zentren mit je einer Durchquerung bezogen werden kann. Diese mittlere Ablenkung ist nun natürlich für alle (identischen) Zentren der absoluten Größe nach dieselbe und jeweils nur verschieden bezüglich der räumlichen Orientierung, wodurch die Anwendbarkeit der Wurzelbeziehung bedingt ist. Wenn man nun nach diesem Gesetz n mittlere Ablenkungen ε zusammensetzt zu $Q = \varepsilon . \sqrt{n}$, so rechnet man also stillschweigend mit dem Mittel der mittleren Ablenkungen (bezüglich der räumlichen Orientierung). Dadurch wird, soviel ich sehe, die Gültigkeit dieser Formel unabhängig von der Größe von n, dagegen resultiert für die Streuung der mittleren Ablenkungen in allen Fällen das Gaußsche Gesetz nur, wenn n groß ist; außerdem müssen die einzelnen Elementargrößen, deren Wirkungen sich superponieren, im

1) z. B. J. J. Thomson, Proc. Cambr. Soc. **15**, 465, 1910; G. C. Darwin, Phil. Mag. **23**, 914, 1912.

Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung unabhängig voneinander sein. Man wird also bezüglich der integralen Ablenkung durch einen Atom- oder Molekülhaufen in praxi nach dem Wurzelgesetz rechnen und auch Gaußsche Verteilung erwarten können, wenn viele Atome regellos wie in einem Gase im Raume verteilt sind. Dagegen ist beides a priori zweifelhaft, wenn die Atome regelmäßig gelagert sind, wie dies nach den neuesten röntgenogrammetrischen Aufnahmen bei allen Metallen der Fall zu sein scheint. Dasselbe gilt für die Ablenkungen durch die einzelnen elementaren Zentren eines Atoms [1]) (Elektronen), die sicher durch beträchtliche elektrostatische Kräfte miteinander gekoppelt und deshalb nicht unabhängig voneinander sind, deren Zahl außerdem jedenfalls von der Größenordnung des Atomgewichts und deshalb namentlich bei den leichteren Elementen (C, Al) nicht groß ist.

Was zunächst die gegenseitige Unabhängigkeit der elementaren Ablenkungen im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung anlangt, so scheint hier eine exakte Fassung außerordentlich schwierig zu sein. Es läßt sich aber generell wohl so viel sagen, daß für einen „Haufen“ regellos verteilter Zentren diese Unabhängigkeit zusammenhängt mit der Stärke der Koppelungskräfte zwischen den einzelnen Zentren oder genauer gesagt, mit dem Verhältnis der Koppelungskräfte zu den ablenkenden Kräften. Hat man es wie hier stets mit lauter elektrostatischen Kräften zu tun, so wird eine geometrische Fassung ermöglicht dadurch, daß man die Kräfte analytisch ersetzen kann durch die reziproken Quadrate der wechselseitigen Entfernungen; der Stoßparameter p (S. 46) muß dann klein sein gegenüber der gegenseitigen Entfernung der einzelnen Zentren. Um dieser Forderung zu genügen, die zugleich auch das Kriterium enthält, wie weit man die Zentren als frei betrachten kann, sind verschiedene, allerdings recht wenig befriedigende Auswege benutzt worden [2]); so hat man z. B. darauf hingewiesen, daß die „Stoßzeit“ für schnellbewegte Teilchen sehr kurz ist gegen die Eigenschwingungsdauer der Zentren oder man hat den Stoßparameter von vornherein und recht willkürlich beschränkt auf einen Größenbereich, der klein ist gegen den gegenseitigen Abstand der Zentren. Haben wir es nicht mit einem „Zentrenhaufen“ zu tun, sondern mit regelmäßiger Lagerung, wie etwa in den Kristallgittern,

---

1) z. B. J. J. Thomson, Proc. Cambr. Soc. **15**, 465, 1910; G. Darwin, Phil. Mag. **23**, 914, 1912; Ph. Lenard, K. Str. S. 202.

2) Vgl. die zusammenfassende Kritik bei N. Bohr, Phil. Mag. **25**, 11, 1913.

so ist eine andere Art der Abhängigkeit zu befürchten, die nicht mehr dynamisch ist, sondern etwa als geometrische bezeichnet werden kann. Denn es bestimmt dann eine Ablenkung alle folgenden in ganz gesetzmäßiger Weise[1]); ein Punkt, auf den meines Wissens bisher noch nicht hingewiesen wurde. Wichtig ist dabei, daß man von der thermischen Bewegung der Atome um ihre Ruhelage absehen und das Gitter als geometrisch starr betrachten kann, daß also durch die thermischen Schwingungen der Gitterpunkte keine Milderung der störenden „Regelmäßigkeit“ zu erwarten ist; wenigstens scheint mir dies aus einer Arbeit von Grüneisen[2]) hervorzugehen, der für das Verhältnis der mittleren Elongation der Atome zum mittleren Abstand beim Schmelzpunkt den kleinen Wert von etwa 0,08 findet und für die Abhängigkeit dieses Verhältnisses von der Temperatur annähernd Proportionalität mit der reziproken Wurzel aus dem Volumzuwachs. Dagegen könnte ein anderer Umstand in Betracht kommen, der ausgleichend wirken müßte. Wenn wir auch bezüglich der feineren Konstitution einatomiger Metallkristalle, insbesondere über die elektrischen Verhältnisse (Ladung der Gitterpunkte, freie Elektronen usw.) noch durchaus im unklaren sind und sich hier die verschiedenen zahlreichen Theorien schroff gegenüberstehen, so wird man doch in der einen oder anderen Form annehmen müssen, daß sich eine „Elektronenwolke“ zwischen das Atomgitter (oder wohl besser Ionengitter) lagert. Dann würden die hier in Betracht kommenden ablenkenden Zentren also nicht nur in den Gitterpunkten sitzen, sondern — und zwar nach allen bisherigen Hinweisen in durchaus damit vergleichbarer Dichte — auch in der Wolke. Es gehört nun nicht hierher, die verschiedenen mannigfachen Anschauungen zu diskutieren, die man sich über die Konstitution der Elektronenwolke gebildet hat. Sie führen aber jedenfalls zu zwei prinzipiell verschiedenen Annahmen, die wir als die der „regellosen“ Wolke und der „Gitterwolke“ bezeichnen können. Die erstere resultiert aus allen den bekannten gaskinetischen Elektronentheorien und zum Teil auch z. B. aus den Theorien, welche zwar Gitteranordnung der Elektronen, aber Gültigkeit des Gleichverteilungsgesetzes der Energie annehmen[3]), die letztere ist vollständig oder annähernd vertreten, z. B. in den Theorien

1) Das mathematische Problem hat Ähnlichkeit mit einer bekannten Aufgabe aus der Theorie der geometrischen Wahrscheinlichkeiten über die „Sichtweite im Walde“. Vgl. etwa Polya, Arch. Math. Phys. 27, 135, 1918.

2) E. Grüneisen, Ann. d. Phys. 39, 296, 1912.

3) Vgl. etwa G. Borelius, Ann. d. Phys. 57, 278, 1918.

von Stark und Haber[1]) usw. Wesentlich ist nun, daß man in der integralen Ablenkungsverteilung ein wirksames Mittel hat, zwischen beiden zu entscheiden, ein Punkt, der natürlich auch für die speziell hier interessierenden Fragen von großer Bedeutung ist. Allerdings wird man sich, ehe man weitere Schlüsse zieht, erst metallographisch und röntgenogrammetrisch über die Konstitution der benutzten (technisch hergestellten) Metallfolien genau orientieren müssen. Man überzeugt sich leicht davon, daß eine Durchrechnung für ein spezielles Gitter, etwa nach den kürzlich von Madelung mitgeteilten Feldformeln[2]) oder direkt aus konstanten mittleren Ablenkungen zwar möglich, aber sehr kompliziert ist. Für unsere Zwecke genügt auch vollkommen das Resultat allgemeiner Überlegungen, daß für ein solches Gitter weder das Wurzelgesetz noch Gaußsche Verteilung gilt; das erstere zeigt sich in der integralen Verteilung darin, daß die mittlere Ablenkung nicht mehr der Wurzel aus der Dicke der substantiellen durchstrahlten Schicht proportional ist. Nebenbei sei bemerkt, daß die Ablenkung durch ein Gitter auch mathematisch insofern auf interessante Probleme führt, als man es nicht mehr mit Verteilungen nach Analogie mit linearen Fehlern zu tun hat, sondern mit solchen nach Analogie der Fehlerverteilung in der Ebene.

Nun ist noch ein Wort zu sagen über einen speziellen Ansatz von Lenard[3]) über die Verteilungsfunktion des einzelnen Atoms oder Moleküls. Lenard geht nämlich in seiner Theorie der Diffusion in Gasen von der Annahme aus, daß für das einzelne Molekül die Ablenkungswinkel Θ verteilt sind nach dem Gesetz $e^{-\operatorname{tg}^2 \Theta / a}$, worin a eine charakteristische Konstante des Moleküls, der sog. Trübungsfaktor ist. Ist diese Funktion unser früheres Φ_{r_1}, — Lenards Angabe ist hier nicht klar und ließe auch an Φ_r denken, welches aber dann die Form $\operatorname{tg}\Theta . e^{-\operatorname{tg}^2 \Theta / a}$ haben müßte — so hat man es also mit Gaußscher Verteilung zu tun, die Lenard als den allgemeinsten hier denkbaren Ansatz bezeichnet. Nun ist aber eine solche Verteilung durchaus nicht die allgemeinste, sondern sie ist bereits bedingt durch die ganz spezielle Voraussetzung, daß die Totalablenkung des Moleküls zustandekommt durch eine große Zahl elementarer Ablenkungen, daß also die Zahl der elementaren Zentren (oder im Rahmen der Lenardschen

1) J. Stark, Atomdynamik Bd. III, S. 147; Jahrbuch d. Rad. u. Elektr. 9, 188, 1912; später benutzt von F. Haber, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 1117, 1913.

2) E. Madelung, Phys. Zeitschr. 19, 524, 1918.

3) Ph. Lenard, K. Str. S. 202f., 238f.

Anschauung der Dynamiden) groß ist. Man wird im Gegenteil eine von der Gaußschen stark abweichende Verteilung namentlich für die leichten Elemente zu erwarten haben; stellt man die Verteilung dar etwa durch eine Brunssche Φ-Reihe oder eine Reihe nach den kanonischen Parametern von Hausdorff[1]), so bekommt man eine Abweichung vom Exponentialgesetz von der Ordnung $1/n$, wenn n die Zahl der elementaren Zentren ist. Für die Richtigkeit der von Lenard abgeleiteten Endformel hat dieser Einwand allerdings keine praktische Bedeutung, da Lenard in Wirklichkeit mit den durch a charakterisierten mittleren Ablenkungen rechnet und demgemäß auch für die integrale Verteilung (bei Ablenkung durch sehr viele Moleküle) in der Tat Gaußsche Verteilung findet; es würde sich eine solche übrigens auch aus der bekannten Gruppeneigenschaft des Gaußschen Gesetzes ergeben.

§ 6. Spezielle Theorien der Ablenkung. Nach diesen allgemeinen Ausführungen können wir nun dazu übergehen, die bisher vorliegenden speziellen Theorien der Ablenkungen im einzelnen kurz zu besprechen. Ältere Arbeiten von Kaufmann, Stark, Warburg[2]) u. a. haben heute nur noch historisches Interesse, sind aber insofern von Bedeutung gewesen, als in ihnen zum erstenmal der Grundgedanke aller Theorien überhaupt, nämlich die Annahme von ablenkenden Kraftfeldern im Atom, klar herausgearbeitet ist und lediglich die Verfeinerung der Darstellungen durch die Zerlegung in elektrostatische Felder elementarer Ladungen fehlt. Von diesem Gesichtspunkt aus gehört hierher auch die Dynamidentheorie von Lenard[3]), deren tiefere und wohlbegründete Bedeutung aber erst bezüglich der Erklärung der Absorption zur Geltung kommen wird. Die späteren Theorien, deren prinzipiellen Inhalt wir bereits in § 5 verarbeitet haben, bringen dann den Fortschritt, die ablenkenden Kraftfelder zu deuten als die elektrostatischen Felder elementarer Ladungen im Atom, als welche Elektronen- und positive Ladungen angenommen werden; zu nennen sind hier die Untersuchungen von Thomsen, Rutherford, Darwin, Bohr, Flamm u. a.

Deutet man die ablenkenden Kraftfelder in dieser Weise — die positive Ladung ist dabei entweder ebenfalls in Volumteilen von sehr

---

1) H. Bruns, Kollektivmaßlehre, Kap. XI; F. Hausdorff, Leipz. Ber. 1901, 166.

2) W. Kaufmann, Ann. d. Phys. 69, 111, 1897; 18, 836, 1904; J. Stark, Phys. Zeitschr. 3, 161, 1901; E. Warburg, Verh. d. D. Phys. Ges. 6, 9, 1904.

3) P. Lenard, K. Str. S. 102 ff.

kleiner Dimension, den Kernen, konzentriert oder nach Thomsen homogen über eine Kugel ausgebreitet zu denken — so werden sie zentrisch symmetrisch und die Größe der Ablenkung hängt nur noch von einer Größe (dem Stoßparameter), nämlich von dem Abstand p der unbeeinflußten Bahn vom Zentrum ab. Damit wird die Berechnung der Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Ablenkung sehr einfach, da nun (vgl. S. 38) nur eine Variable $q_1 = p$ auftritt und der Wahrscheinlichkeitsbereich gleich $dq = 2\pi p . dp$ wird. Die Ablenkung selbst läßt sich dann unschwer finden aus den bekannten Gesetzen der Zentralbewegung in einer hyperbolischen Bahn und hängt ab außer von p von der Ladung und Masse des ablenkenden Zentrums sowohl wie des abgelenkten Teilchens. Am einfachsten liegen die Verhältnisse, wenn die Masse M des Zentrums sehr groß ist gegen die Masse m des abgelenkten Teilchens oder, was mathematisch-mechanisch auf dasselbe hinauskommt, wenn das Zentrum als fest im Raum stehend angesehen werden kann; zugleich ist für diesen Fall der Ablenkungswinkel cet. par. ein Maximum und nimmt ab mit abnehmendem M/m. Ist dieses Verhältnis nicht sehr groß, so wird das Zentrum in Bewegung gesetzt und der Übergang von der aus der Theorie der Zentralbewegung folgenden relativen Bewegung (bzw. der Bewegung gegen den Schwerpunkt von M und m) zur absoluten Bewegung wird dann recht kompliziert. Nicht in dieser immerhin auf elementarem Wege und nach bekannten Mustern zu erledigenden Komplikation liegt aber die Schwierigkeit für die Durchführung, sondern vielmehr in folgendem Punkt, auf den wir später noch zurückkommen werden. Man darf nämlich nicht oder nicht immer, wie das die bekannte Theorie der Zentralbewegung annimmt, das Zentrum als frei beweglich betrachten, sondern muß berücksichtigen, daß es im Atom an eine statische oder dynamische Gleichgewichtslage gebunden ist; mit Berücksichtigung dieser wird die mathematische Behandlung formal in ähnlicher Weise kompliziert wie im Dreikörperproblem und läßt, wie gleich bemerkt sei, nur näherungsweise Lösungen zu.

Gehen wir nun zu den Ausführungen im einzelnen über, so geht wiederum von den einfachsten Voraussetzungen aus die Theorie von Rutherford[1]). Rutherford nimmt bekanntlich an, daß die gesamte positive Ladung E des Atoms konzentriert ist in einem zentralen Kern, um den die Elektronen sich gruppieren. Betrachten wir mit Rutherford zunächst nur die Ablenkung durch den Kern und nehmen diesen als

1) E. Rutherford, Phil. Mag. 21, 669, 1911; 27, 488, 1914.

fest an, was beides nach dem oben Gesagten in erster Näherung erlaubt ist, wenn wir uns auf große Ablenkungswinkel beschränken und Atome von hohem Atomgewicht voraussetzen, so finden wir für den Ablenkungswinkel ϑ durch einen Kern mit der Ladung E für ein Teilchen mit der Masse m, der Ladung e, der ursprünglichen Geschwindigkeit v und dem „Kernabstand" p die Gleichung:

$$\sin^2 \vartheta/_2 = 1/1 + \frac{p^2 m^2 v^4}{E^2 \cdot e^2}. \qquad (7)$$

Dabei ist bemerkenswert, daß diese Formel gilt, gleichviel ob E und e von gleichem oder von verschiedenem Vorzeichen ist; in ersterem Falle liegt lediglich der Kern im äußeren, im letzteren Falle im inneren Brennpunkt der Bahnhyperbel.

Die Verteilungsfunktion Φ_φ und die mittlere Ablenkung für einen Kern sind daraus unmittelbar zu entnehmen, da die Wahrscheinlichkeit für einen Kernabstand p gegeben ist durch $2\pi p\, dp$. Man findet für die Verteilungsfunktion der Winkel:

$$\Phi_\varphi = \frac{e^2 \cdot E^2}{m^2} \cdot \frac{1}{v^4} \cdot \frac{\cos \varphi/_2}{\sin^3 \varphi/_2}. \qquad (8)$$

Zahlenmäßig ist der Zusammenhang zwischen dem Ablenkungswinkel ϑ und p gegeben durch die folgende Tabelle, welche p in Vielfachen von $\frac{2Ee}{mv^2}$ gibt; für $E = e$ und $v = 1{,}5 \cdot 10^9$ ist der Wert dieser Größe 10^{-13}.

p	10	5	2	1	0,5	0,25	0,125	0
ϑ	5,7°	11,4°	28°	55°	90°	127°	152°	180°

Die Periheldistanz ist gegeben durch

$$r_0 = p \cdot \operatorname{ctg}(45 - \vartheta/_4).$$

Zur Beurteilung dieser Formel diene, daß für $\vartheta = 5^0$ $r_0 = 1{,}04 \cdot p$, für $\vartheta = 80^0$ $r_0 = 2{,}1 \cdot p$, für $\vartheta = 160^0$ $r_0 = 11 p$ und endlich für $\vartheta = 180^0$ $r_0 = \frac{2 e \cdot E}{m v^2}$ wird.

Diese Betrachtungen sind nun von Darwin[1]) in zwei wesentlichen Punkten erweitert worden. Einmal hat Darwin die Mitbewegung des Kernes — unter der Annahme daß dieser vollkommen frei ist — berücksichtigt. Die relative Bewegung von Kern und Teilchen gegeneinander ist dann zwar nach wir vor sehr einfach darzustellen, der

1) G. Darwin, Phil. Mag. 25, 201, 1913; 27, 499, 1914; vgl. auch Flamm, Wien. Ber. 123, 1394; 124, 527, 1915.

Übergang zu der absoluten Bewegung erfordert aber, wenn auch elementare, so doch recht unangenehme Rechnungen. Demgemäß ist auch die Verteilungsfunktion der Ablenkungen ziemlich verwickelt. Ich gebe hier nur die folgende von Darwin mitgeteilte Entwicklung in eine Reihe nach steigenden Potenzen von m/M (m = Masse des Teilchens, M = Masse des ablenkenden Zentrums), die sich zum Vergleich mit Gl. (8) umgerechnet auf die Funktion Φ_φ, folgendermaßen schreibt und für $m/M = 0$ in die Rutherfordsche Lösung übergeht.

$$\Phi_\varphi = \frac{e^2 \cdot E^2}{m^2 v^4} \cdot \left\{ \frac{\cos \varphi/_2}{\sin^3 \varphi/_2} - 2\left(\frac{m}{M}\right)^2 \sin \varphi/_2 \cos \varphi/_2 + \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi\right) \cdot \sin \varphi/_2 \cos \varphi/_2 \cdot \left(\frac{m}{M}\right)^3 \cdots \right\} \tag{9}$$

Zur Beurteilung der Genauigkeit dieser drei ersten Glieder sei hinzugefügt, daß selbst für $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$ (entsprechend Kohlenstoff) der Fehler nur 1 Proz. beträgt.

Für den Fall, daß das abgelenkte Teilchen ein Elektron ist, kommt natürlich stets nur diese Rutherfordsche Form in Betracht. Die genauere wird aber von Bedeutung für den Fall der α-Strahlen; $M/m > 1$ umfaßt dann alle Substanzen mit Ausnahme von He und H, $M/m = 1$ bezieht sich auf He und $M/m = {}^1/_4$ nach Darwins Ansatz auf Wasserstoff. (Dazu mag vorläufig bemerkt sein, daß sich dieser Wert sowie die sich daraus ergebenden Folgerungen, sich auf das H-Atom beziehen, während die Ablenkungsbeobachtungen naturgemäß an H_2-Molekülen angestellt sind.) Den kleinsten Wert, nämlich rund 10^{-4} erreicht M/m für den Fall, daß ein α-Teilchen durch ein Elektron abgelenkt wird. Wichtig ist, daß bei Berücksichtigung der Mitbewegung des Kernes die Ablenkungswinkel mit abnehmenden p nun nicht mehr von 0 bis 180° zunehmen, sondern daß es einen von M/m abhängenden maximalen Ablenkungswinkel gibt; für $M/m = 1$ (He) ist dieser z. B. 90°, für $M/m = {}^1/_4$ nur noch 14,5°; für den Fall der Ablenkung eines α-Teilchens durch ein Elektron wird natürlich auch der maximale Ablenkungswinkel sehr klein, nämlich 28″. Die Geschwindigkeit, welche die ablenkenden, primär ruhenden Kerne erhalten können, ist namentlich für leichte Kerne eine sehr beträchtliche; ist Θ der Winkel zwischen der Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens und der Endgeschwindigkeit des Kerns, so ist diese letztere der Größe nach gegeben durch $V = 2v \frac{m}{m+M} \cdot \cos \Theta$, erreicht also für zentralen Stoß schon bei Helium den Wert v, bei Wasserstoff den Wert ${}^8/_5\, v$ bzw. ${}^4/_3\, v$.

Die kürzeste Entfernung (Periheldistanz der relativen Bewegung) zwischen Kern und Teilchen endlich ergibt sich zu

$$r_0 = \frac{e \cdot E}{v^2}\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)(1 + \sec \Theta). \tag{10}$$

Die Bedeutung dieser Größe werden wir später noch kennen lernen.

Die zweite von Darwin vorgenommene Erweiterung des Rutherfordschen einfachen Ansatzes ist für die Theorie der Ablenkung von geringerer Wichtigkeit und soll deshalb hier nur kurz erwähnt werden. Sie bezieht sich auf den Fall, daß ein Elektron abgelenkt wird und zwar auf die Berücksichtigung der Variation der Elektronenmasse und der Ausstrahlung in den Bewegungsgleichungen. Die Wirkung beider ist, daß das Elektron nicht in einer Hyperbel um den Kern herumfliegt, sondern in einer asymmetrischen komplizierten Kurve, die unter geeigneten Umständen überhaupt nicht mehr ins Unendliche zurückführt, sondern in spiraligen Umläufen in den Kern mündet. Die prinzipielle Bedeutung dieser Feststellung liegt wie gesagt in erster Linie nicht hier, sondern in ihrer Anwendung auf die Theorie der Absorption und soll dort besprochen werden.

Wir haben nun bisher stets nur von den Ablenkungen durch einen Kern bzw. durch ein Elektron gesprochen. Die Erweiterung auf mehrere ablenkende Zentren, die nach den modernen Anschauungen allerdings nur für Elektronen in Betracht kommt, haben J. J. Thomson, sowie Darwin und Flamm[1]) vorgenommen. Wir haben bereits generell die Bedenken besprochen, welche sich hier gegen das statistische Verfahren vorbringen lassen und wollen nun einige Einzelheiten der genannten Theorien angeben. Der Grundgedanke ist stets der, daß die mittleren Ablenkungen durch ein Zentrum sich zu der mittleren Ablenkung durch das Atom nach dem Wurzelgesetz zusammensetzen. Für kleine Ablenkungswinkel setzt nun Thomson für die Ablenkung (eines Elektrons durch ein Elektron) an:

$$\vartheta_1 = \frac{2\, e \cdot E}{p \cdot v^2}. \tag{11}$$

Die mittlere Ablenkung für alle Werte von p zwischen 0 und a ist dann

$$\vartheta_a = \frac{2\, eE}{v^2} \cdot \frac{2}{a^2} \int_0^a dp = \frac{4\, e \cdot E}{a \cdot v^2}. \tag{12}$$

1) J. J. Thomson, Proc. Cambr. Soc. **15**, 465, 1910; G. C. Darwin, Phil. Mag. **23**, 914, 1912; L. Flamm, Wien. Ber. **123**, 1394; **124**, 527, 1915.

Ist der (als geradlinig angenommene) Weg durch das Atom l, die Dichte der Elektronen im Atom n, so ist die Anzahl der Ablenkungen mit Stoßparametern p zwischen 0 und a gleich $n a^2 \pi \cdot l$, die mittlere Ablenkung im Atom also

$$\frac{4 e \cdot E}{a v^2} \sqrt{n a^2 \pi l} = \frac{4 e \cdot E}{v^2} \sqrt{n \pi l}. \qquad (13)$$

Wenn nun der Radius des kugelförmig gedachten, gleichmäßig mit Elektronen erfüllten Atoms b ist, so ist der Mittelwert von $\sqrt{l}$ gleich $4/5 \cdot \sqrt{2 b}$ und die gesuchte mittlere Ablenkung Θ durch ein Atom wird, wenn man endlich noch die Gesamtzahl N_0 der Elektronen im Atom einführt,

$$\Theta = \frac{16 e \cdot E}{5 v^2} \cdot \frac{1}{b} \cdot \sqrt{\frac{3}{2} N_0}. \qquad (14)$$

Es dürfte aus dem Gang dieser Rechnungen zur Genüge hervorgehen, in welch sorgloser Weise die statistischen Mittelwertsbildungen vorgenommen werden. Darüber hinaus aber — es ist in der ganzen Arbeit kaum eine Zeile, gegen welche sich bei genauerer Überlegung nicht Bedenken erheben — sind auch die Grundlagen teils direkt falsch, teils anfechtbar. Wesentlich gründlicher und namentlich bezüglich des statistischen Teils befriedigender, sind die hier anschließenden Untersuchungen von Darwin und Flamm, die wir bereits erwähnt haben. Sie bedeuten auch prinzipiell insofern einen Fortschritt, als sie die Mitbewegung der Kerne berücksichtigen; allerdings beziehen sich die Rechnungen nur auf den Fall der Ablenkung eines α-Teilchens durch Elektronen, für welchen wegen der Kleinheit der maximalen Einzelablenkungen gewisse Vereinfachungen eintreten.

Nun gehen aber neben der eben behandelten zusammengesetzten Ablenkung, welche durch Superposition sehr vieler, regellos verteilter Ablenkungen entstehen, in die mittlere Ablenkung sowohl wie in die Verteilungsfunktion eines Atoms noch einzelne Ablenkungen ein, welche von den nur einmal ablenkenden Zentren herrühren, sei es, daß diese der positive Kern im Sinne Rutherfords, die positive homogene Kugel Thomsons oder Elektronen sind, welche mit großem Stoßparameter p wirken. Für die ersteren beiden ist der Gang der Rechnung ohne weiteres klar, für die letzteren ist das „Gewicht" der diesbezüglichen Ablenkung (im Sinne der Fehlertheorie als der Durchschnittswert) in der bekannten Form aus der Wahrscheinlichkeit zu bilden. Das Gegebene ist es in diesem Falle, die Lage eines Elektrons durch Zylinderkoordinaten zu bestimmen. Summiert man dann bei der

Mittelwertbildung über alle Elektronen und über alle Stoßparameter, so erhält man vierfache Integrale, die im allgemeinen auf elliptische führen und sich nicht in geschlossener Form darstellen lassen. Wichtig ist nun die Frage, wie man die so erhaltenen „mittleren Einzelablenkungen" und die oben diskutierten „mittleren zusammengesetzten" Ablenkungen zu der „mittleren Totalablenkung" zusammenzusetzen hat. Bezeichnen wir jene beiden mit Θ_1 und Θ_2, diese mit Θ, so wird gesetzt $\Theta = \sqrt{\Theta_1{}^2 + \Theta_2{}^2}$, die sich z. B. aus der allgemeinen Fehlertheorie bei Unabhängigkeit der beiden Komponenten voneinander ergibt.

Wir haben bereits mehrfach erwähnt, daß etwas andere Betrachtungen anzustellen sind, wenn die zerstreuende Materie bis zu der auffangenden Fläche reicht, als wenn sie in einer dünnen begrenzten Schicht (Folie) konzentriert ist. Für den ersten Fall, der bei der Untersuchung von Gasen vorliegt, hat Lenard[1]) eine Theorie der Ablenkung ausgearbeitet. Er geht aus von einer Verteilungsfunktion für das einzelne Atom oder Molekül von der Form $e^{-\operatorname{tg}^2 \varphi/a}$ (S. 44) und findet für die integrale Verteilung der linearen Ablenkungen r (nicht der Winkel!) bei kleinem Öffnungswinkel des diffusen Strahlenbündels

$$i = i_0 \frac{A}{\pi} e^{-Ar}, \tag{15}$$

wobei

$$A = \frac{L_\varrho}{a\vartheta\left(d^2 - d\vartheta + \frac{\vartheta^2}{3}\right)}. \tag{16}$$

Dabei bedeutet L_ϱ die freie Weglänge der abgelenkten Teilchen im diffundierenden Medium, ϑ die Dicke des Mediums und d den Abstand des auffangenden ebenen Schirmes von der vorderen Begrenzung des Mediums. Reicht das Medium bis zum Schirm, so wird $d = \vartheta$ und es wird einfach $A = 3\,L/a d^3$.

Endlich sei noch eine prinzipiell wichtige Erweiterung aller bisherigen Ansätze kurz erwähnt, nämlich die Berücksichtigung magnetischer elementarer Kraftfelder. Nach dem früher Gesagten liegen die Verhältnisse dann insofern wesentlich verwickelter, als die Felder nicht mehr zentrisch symmetrisch sind und also die Wahrscheinlichkeit für eine elementare Ablenkung nicht mehr von nur einer Größe (etwa dem Stoßparameter p) abhängt, sondern außerdem noch von der räumlichen Orientierung der ursprünglichen Bahn gegen die Achse des Feldes. Bisher liegt deshalb nur eine näherungsweise Durchführung

1) P. Lenard, K. Str. 202.

der Rechnungen[1]) vor, welche die Bahn geradlinig ansetzt, und zwar in Richtung der Scheiteltangente, d. h., welche nur für kleine Ablenkungen gilt; sie ist also wesentlich zugeschnitten für α-Teilchen und müßte für Elektronen erweitert werden. Ist M das Moment eines Elementarmagnetes, p wiederum der Abstand zwischen ursprünglicher Bahn und Mitte des Magneten und α der Winkel zwischen Bahn und Achse des Magneten, so ist der einzelne Ablenkungswinkel

$$\vartheta = 2\frac{M \cdot e}{m v^2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \sin\alpha, \tag{17}$$

woran sich unschwer die weiteren, allerdings durch die erwähnten Vernachlässigungen wesentlich beschränkten, Folgerungen knüpfen lassen.

Zum Schluß wird es nützlich sein, die Endresultate aller Theorien, wie sie zu einem Vergleich mit der Erfahrung in Betracht kommen, zusammenzustellen. Wir führen dazu die folgenden einheitlichen Bezeichnungen ein:

$e\ m\ v$ Ladung, Masse und Geschwindigkeit der Teilchen.

$E\ M$ Ladung und Masse eines Kerns (ablenkendes Zentrum).

$\varepsilon\ \mu$ Ladung und Masse eines Elektrons.

n Anzahl der Elektronen in der Volumeinheit des Atoms.

n_0 Gesamtzahl der Elektronen im Atom.

N Anzahl der Atome in der Volumeinheit der ablenkenden Schicht.

d Dicke der ablenkenden Schicht.

Φ Verteilungsfunktionen der Ablenkungen nach S. 24.

φ mittlerer integraler Ablenkungswinkel.

l_o wahrscheinlichster Ablenkungswinkel.

φ Ablenkungswinkel (allgemein als Argument).

Rutherford, Einzelablenkungen durch einen festen Kern

$$\Phi_{K_1} = N \cdot d \cdot \frac{E^2 e^2}{m^2 v^4} \frac{\cos \varphi/_2}{\sin^3 \varphi/_2}.$$

Darwin, Einzelablenkung durch einen beweglichen Kern

$$\Phi_{k1} = N \cdot d \cdot \frac{E^2 e^2}{m^2 v^4} \cdot \frac{\cos \varphi/_2}{\sin^3 \varphi/_2} \cdot \frac{\sin \varphi/_2}{\cos^3 \varphi/_2} \frac{\left(\operatorname{ctg}\varphi \pm \sqrt{\operatorname{cos\,sec}^2\varphi - \left(\frac{m}{M}\right)^2}\right)^2}{\sqrt{\operatorname{cos\,sec}^2\varphi - \left(\frac{m}{M}\right)^2}}, \tag{17}$$

(wobei für $m \leq 1$ nur das positive Vorzeichen der Wurzel gilt).

1) L. Flamm, Wien. Ber. 124, 622, 1915; vgl. auch W. Hicks, Proc Roy. Soc. 90, 356, 1914.

Thomson, Zusammengesetzte Ablenkung. Positive Kugel mit Elektronenwolke

$$\varphi_m = \sqrt{N\pi d} \cdot \frac{e^2}{m v^2} \left\{ \frac{384}{25} n_0 + \frac{\pi^2}{16} n_0^2 \right\}^{1/2} \tag{18}$$

$$\Phi_{k\varphi} = e^{-c^2/K \cdot d}.$$

Thomson, Zusammengesetzte Ablenkung. Positive Kerne vom Volumen σ $\times$ Atomvolumen und Elektronenwolke.

$$\varphi_m = \sqrt{N\pi d} \cdot \frac{e^2}{m\, v_2} \left\{ \frac{384}{25} n_0 \left[2 - \left(1 - \frac{\pi}{8}\right) \sigma^{1/3}\right] \right\}^{1/2}. \tag{19}$$

Darwin, Zusammengesetzte Ablenkung. Positiver Kern und homogene Elektronenwolke in der Atom-Kugel

$$\varphi_\sigma = \frac{3}{4} \pi \sqrt{2 N d} \cdot \frac{M + \mu}{m} \frac{\varepsilon \cdot e}{m v^2} \sqrt{n} \cdot \sqrt{n + 2{,}77}. \tag{20}$$

Darwin, Zusammengesetzte Ablenkung. Positiver Kern und homogene Elektronenschale

$$\varphi_\sigma = \pi \sqrt{2 N d} \cdot \frac{M + \mu}{m} \frac{\varepsilon \cdot e}{m v^2} \sqrt{n} \cdot \sqrt{n + 1{,}44}. \tag{21}$$

Die Formeln könnten noch ergänzt werden durch die Resultate einer Untersuchung von Flamm, welcher die Reichweiteschwankungen der α-Strahlen in Verbindung gesetzt hat mit den Ablenkungen derselben durch die Atome und so aus jenen also indirekt Schlüsse auf diese ziehen kann. Da aber notwendigerweise neben der Ablenkung dabei auch der Geschwindigkeitsverlust eine wesentliche Rolle spielt, soll sie, ebenso wie die Arbeiten von Bohr, erst später besprochen werden.

§ 7. Einige kritische Bemerkungen.

Ehe die eben besprochenen Theorien nun mit der Erfahrung verglichen und dann endlich zu den eigentlich interessierenden Schlüssen über die Atomstruktur benutzt werden, möchte ich einige Bemerkungen kritischer Natur zu den einzelnen speziellen Ansätzen zusammenstellen, soweit nicht schon besonders bezüglich der wahrscheinlichkeitstheoretischen Seite solche im allgemeinen in den Ausführungen von § 5 gebracht wurden.

Allen Theorien gemeinsam ist, daß als Grundlage die Zentralbewegung des abgelenkten Teilchens um ein ablenkendes Zentrum dient, sei dieses nun eines der im Atom sitzenden Elektronen oder die Rutherfordschen positiven Kerne. Für die letzteren ergibt sich, wie

nebenbei bemerkt sei, ein schwerwiegendes Bedenken insofern, als eine komplexe Struktur der Kerne (wie sie für die radioaktiven Elemente notwendig und per analogiam für die schwereren Atome recht wahrscheinlich ist[1]) die zentrische Symmetrie und die Coulombsche Form des elektrostatischen Kraftfeldes schwer erklärlich macht und auch die einfache für die Zentralbewegung gültige Form des Energiesatzes wegen der inneren Freiheitsgrade des Kerns jedenfalls zweifelhaft erscheinen läßt. Wir wollen aber davon absehen und im Sinne der obigen Theorien starre punktförmige Zentren annehmen. Dann ist für den Fall fester Zentren (Masse des Zentrums groß gegen Masse des Teilchens) gegen die benutzten Ansätze nichts einzuwenden. Hat man es dagegen mit leichten Zentren zu tun, so liegt der folgende Einwand nahe, wenn man diese als frei beweglich behandelt. Es verschieben sich dieselben dann während des Stoßes aus ihrer Anfangslage und zwar, während der Ablenkungswinkel von 0 bis zu seinem Endwert zunimmt, streng genommen um unendliche Strecken, so daß jedenfalls die Frage auftaucht, wie man sich zu dieser, die ganzen Ablenkungstheorien eng berührenden, wenn nicht formal überhaupt in Frage stellenden mechanischen Folgerung zu stellen hat. Die Antwort wird darauf hinauskommen, nachzuweisen, inwieweit man die Ansätze der beschriebenen Theorien als eine genügende Näherung betrachten kann, etwa in dem Sinne, daß man das Zentrum nur in der Umgebung des Perihels der relativen Bewegung als frei behandelt und nur Verschiebungen desselben zuläßt, die klein sind gegen die Atomgröße. Um hierüber Auskunft zu erhalten, muß man natürlich von der relativen Bewegung von Zentrum und Teilchen zueinander oder zum Schwerpunkt zu der absoluten Bewegung (Bewegung relativ zum ganzen Atom) übergehen, was elementare, aber bekanntlich etwas weitläufige Rechnungen erfordert.

Wir betrachten eine ruhende Masse m_0 mit der Ladung e_0, auf welche sich die Masse m_1 mit der Ladung e_1 mit der Geschwindigkeit v so zubewegt, daß der kürzeste Abstand von m_0 und v (als Vektor) gleich a ist. Beziehen wir alles zunächst auf den Schwerpunkt des Systems (m_0, m_1), so beschreiben die beiden Massen Hyperbeln um diesen, und zwar als äußeren Brennpunkt für den Fall der Abstoßung, als inneren für den Fall der Anziehung. In einem System von Polarkoordinaten r und φ, dessen Nullpunkt im Schwerpunkt liegt und dessen

1) Rutherford, Phil. Mag. 27; vgl. auch die interessante Studie von W. Lenz, Münch. Ber. 1918, S. 355.

Nullinie mit der Periheldistanz zusammenfällt, ist die Bahngleichung (oberes Zeichen für Anziehung, unteres für Abstoßung)

$$r = \frac{\pm p}{1 \pm \varepsilon \cos\varphi}. \tag{22}$$

Es ist dann also die Periheldistanz r_0 gegeben durch $\pm p / 1 \pm \varepsilon$ und der halbe Winkel φ_0 zwischen den Asymptoten (für $r = \infty$) durch $\cos\varphi_0 = \mp 1/\varepsilon$. Wenn wir die Integrationskonstanten gleich aus dem Energie- und dem Flächensatz bestimmen, so bekommen wir für p und ε die folgenden Ausdrücke, die für die Masse m_0 gelten und in die für m_1 geltenden einfach durch Vertauschung der Indizes 0 und 1 übergehen.

$$p = \frac{a^2 v^2}{e_0 \cdot e_1} \cdot \frac{m_0 \cdot m_1{}^2}{(m_0 + m_1)^2} \tag{23}$$

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{a^2 \cdot v^4 \cdot m_0{}^2 m_1{}^2}{e_0{}^2 e_1{}^2 (m_0 + m_1)^2}}. \tag{24}$$

Nun müssen wir zuerst r, φ und den Winkel μ zwischen Bahntangente und Radius vector als Funktion der Zeit ausdrücken, deren Nullpunkt wir am einfachsten in das Perihel legen. Eine explizite Darstellung ist dabei nicht nötig, sondern es genügt zur numerischen Rechnung die bekannte Darstellung mit Hilfe der exzentrischen Anomalie, die in unserem Fall rein imaginär wird. Setzen wir

$$u = \frac{\varepsilon \pm \cos\varphi}{\varepsilon \cos\varphi \pm 1}, \tag{25}$$

so wird

$$\frac{a^3 v^3}{e_0{}^2 \cdot e_1{}^2 (\varepsilon^2 - 1)^{3/2}} \cdot \frac{m_0{}^2 \cdot m_1{}^2}{(m_0 + m_1)^2} \left\{ \varepsilon \sqrt{u^2 - 1} \mp ln\left(u + \sqrt{u^2 - 1}\right) \right\} = t. \tag{26}$$

Dazu kommt für r die Bahngleichung und für den Winkel μ die folgende Gleichung, welche μ durch φ ausdrückt, nämlich $\operatorname{tg}\mu = r\,d\varphi/dr$, oder ausgerechnet mit Hilfe von Gl. (22)

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{\varepsilon \cos\varphi \pm 1}{\varepsilon \cdot \sin\varphi}. \tag{27}$$

Die Gleichungen (22), (25), (26), (27) stellen also implizite in einer zur numerischen Rechnung recht bequemen Form zunächst die Elemente r, φ und μ der relativen Bewegung als Funktion der Zeit t dar.

Um nun zur absoluten Bewegung überzugehen, legen wir ein rechtwinkliges Koordinatensystem (xy) so, daß die y-Achse zusammenfällt mit der Bewegungsrichtung des Schwerpunktes und sich mit diesem

mitbewegt, ebenso ein zweites $(x_0\, y_0)$, parallel dazu, welches im Atom ruht, sich also gegen das System $(x\,y)$ translatorisch verschiebt mit der Absolutgeschwindigkeit des Schwerpunktes

$$V' = v \cdot \frac{m_1}{m_0 + m_1}. \tag{28}$$

Es ist am einfachsten, für das folgende einen festen Punkt P auf der y_0-Achse anzunehmen und den Abstand R der Masse m_0 von diesem zu bestimmen; legen wir P so, daß für $t = T$ zu m_0 derselbe y_0-Wert gehört, wie zu P, so ist

$$\begin{aligned} R^2 &= r^2 + \xi^2 - 2\, r\, \xi \cos(\varphi_0 - \varphi) \\ \xi &= r_T \cos(\varphi_0 - \varphi_T) - V'(T - t), \end{aligned} \tag{29}$$

wodurch R als Funktion der Zeit gegeben ist. Ebenso müssen wir nun den Ablenkungswinkel α der Masse m_1 als Funktion der Zeit ausdrücken, d. h. den Winkel α der Bahntangente mit der y-Achse, welcher am Anfang der Bewegung die Bahn parallel läuft. Dies geschieht mit Hilfe des oben eingeführten Winkels μ und der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dx_0}{dt}, \frac{dy_0}{dt}$ und gibt die folgenden Beziehungen, in denen v' zur Abkürzung die Geschwindigkeit von m_1 im System $(x\,y)$ ist.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin(v'y) \cdot \sqrt{v^2 \frac{m_1^{\,2}}{(m_0+m_1)^2} \pm \frac{2\, e_0\, e_1\, m_0^{\,2}}{m_0\,(m_0+m_1)^2} \cdot \frac{1}{r}}}{\cos(v'y) \cdot \sqrt{\phantom{v^2 \frac{m_1^{\,2}}{(m_0+m_1)^2} \pm \frac{2\, e_0\, e_1\, m_0^{\,2}}{m_0\,(m_0+m_1)^2} \cdot \frac{1}{r}}} + v\, \frac{m_1}{m_0+m_1}}$$

$$\begin{aligned} (v'y) &= \mu - (\varphi_0 - \varphi) && \text{erster Ast} \\ (v'y) &= 180^0 - \mu - (\varphi_0 + \varphi) && \text{zweiter Ast.} \end{aligned} \tag{30}$$

Im Verlauf der numerischen Rechnung ergeben sich von selbst eine Reihe praktischer Vereinfachungen; so ist es z. B. das gegebene, r und R zu messen in Vielfachen der Periheldistanz r_0.

Die numerische Durchrechnung gestaltet sich mit Hilfe des Formelsystems (22)—(30) in praxi recht einfach und ergibt, daß in der Tat das eingangs erwähnte Bedenken gerechtfertigt ist. Die primär ruhende Masse verschiebt sich nicht nur — wie dies ja ohne jede Rechnung vorauszusehen war — um eine unendliche Strecke aus ihrer Ruhelage, sondern die Verschiebung wird bereits für Ablenkungswinkel, die erheblich kleiner sind als der Endwert und ohne Gefährdung aller quantitativen Folgerungen nicht mehr etwa als Näherungswert angesehen werden kann, vergleichbar mit den üblicherweise anzunehmenden Atom-

dimensionen der Größenordnung 10^{-8} cm. Zur Veranschaulichung der Verhältnisse sei hier nur ein Beispiel gegeben, das sich auf zwei Elektronen ($m_0 = m_1$, $e_0 = e_1$) bezieht, und zwar auf $v = 10^9$ und $a = 10^{-9}$. Der Ablenkungswinkel α als Funktion von R (gemessen in Vielfachen von r_0) ist in der Fig. 1 gezeichnet, wobei R der Abstand von einem Punkt P ist, der für $r = 10 \cdot r_0$ denselben y Wert hat wie die primär ruhende Masse m_0; die Bahn ist dort praktisch zusammenfallend mit der Asymptote und R gleich $a/2$. Der totale Ablenkungswinkel ist $26^0\ 50'$, die Periheldistanz $0{,}8 \cdot 10^{-9}$.

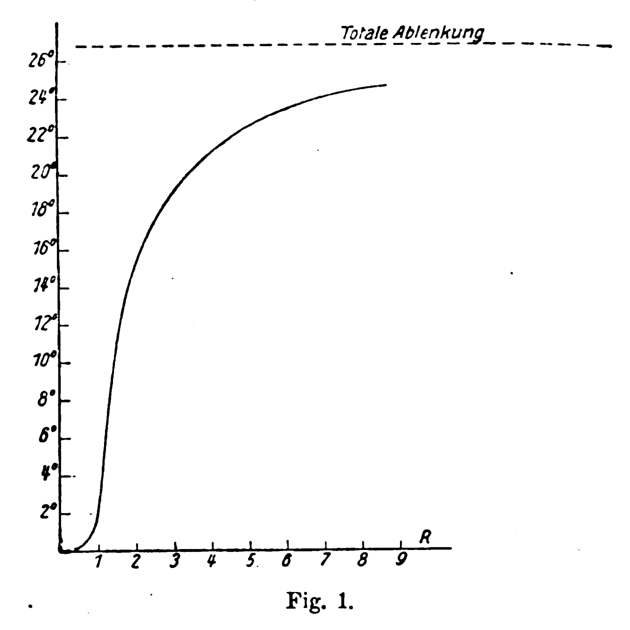


Fig. 1.

Die übliche, neuerdings von Bohr[1]) verfeinerte Argumentation ist nun, daß die auf das ruhende Zentrum seitens des abgelenkten Teilchens wirkende Kraft „in einer gegen die Eigenschwingungsdauer des Zentrums so kurzen Zeit wirkt, daß das Zentrum als vollkommen frei zu betrachten ist“. In dieser vagen Formulierung läßt sich zwar bezüglich der auf das Zentrum übertragenen Energie diese Annahme genauer fassen für einen zackenförmigen Kraftverlauf (Impuls), sie verliert aber zunächst jeden Sinn bezüglich der Ablenkungen, wie dies bereits aus dem oben durchgerechneten Beispiel hervorgehen dürfte. Die Verhältnisse kann man sich hier einigermaßen veranschaulichen an

1) N. Bohr, Phil. Mag. 25, 10, 1913.

den bekannten und etwa in der Theorie der Registrierinstrumente vielfach behandelten Vorgängen, daß eine Masse durch eine äußere Kraft bewegt wird und dem Kraftverlauf getreu folgen soll; ist die Eigenschwingungsdauer der Masse klein gegen die „Ablaufzeit" der Kraft, so erfolgt getreue Abzeichnung und umgekehrt. Jedenfalls ist hier bei allen quantitativen Schlüssen größte Vorsicht nötig und es ist vorerst auch kaum eine Abschätzung der Fehler möglich. Denn selbst wenn wir absehen von den vielen im Anschluß an die moderne Quantentheorie der Atome sich ergebenden Problemen und Schwierigkeiten und uns ganz auf den Boden der klassischen Mechanik und Elektrodynamik stellen, scheint eine Lösung vorerst nicht oder nur unter Aufwand sehr großer Rechenarbeit möglich zu sein. Wie man sich durch Ansetzen der Bewegungsgleichungen sofort überzeugt, ist eine allgemeine Diskussion auch in dem einfachsten Fall eines statischen Systems und quasielastischer Bindungskräfte nicht möglich. Wir können auf die hier auftauchenden Fragen erst im zweiten Teil bei Besprechung der Geschwindigkeitsverluste näher eingehen und wollen uns hier mit dem Hinweis begnügen, daß für dynamische Systeme ähnliche Probleme in der Astronomie vielfach behandelt sind[1]); man wird aber aus diesen Untersuchungen für unseren Fall kaum Nutzen ziehen können und lediglich die außerordentliche Schwierigkeit und Komplikation des mathematischen Teils der einschlägigen Untersuchungen erkennen, die bisher nur der numerischen Rechnung und auch dann nur unter vereinfachenden Annahmen zugänglich waren.

Um aber wenigstens einigen Anhalt zur Beurteilung der Sachlage zu haben, wollen wir zum Schluß noch die totalen Ablenkungen für den Fall eines vollkommen freien und eines vollkommen festen Zentrums vergleichen. Da zwischen den beiden jeweils sich ergebenden Werten die wirkliche Ablenkung liegen muß, erhält man immerhin einen Überblick über die maximalen Fehler, die infolge der Vernachlässigung der im Atom wirkenden Bindungskräfte auftreten können. Der totale Ablenkungswinkel α einer Masse m mit der Ladung e, die sich auf das Zentrum M mit der Ladung E hinbewegt, ist für ein vollkommen freies Zentrum gegeben durch[2])

$$\operatorname{tg} \alpha_{fr} = \frac{M \cdot \sin 2\mu_{fr}}{m + M \cdot \cos 2\mu_{fr}} \qquad \operatorname{tg} \mu_{fr} = \frac{M+m}{M \cdot m} \cdot \frac{e \cdot E}{p v^2}. \tag{31}$$

1) z. B. Tisserand, Mécanique céleste Tome IV; W. Ebert, Diss. München 1895.

2) Darwin, Phil. Mag. 27, 499, 1914; vgl. auch L. Flamm, Wien. Ber. 123, 1398, 1914.

Für ein festes Zentrum erhält man hieraus den entsprechenden Winkel α_f, wenn man $M = m$ setzt, also in Übereinstimmung mit der einfachen Rutherfordschen Formel:

$$\operatorname{tg} \alpha_f = \operatorname{tg} 2\mu_f \qquad \operatorname{tg} \mu_f = \frac{1}{m} \cdot \frac{e \cdot E}{p v^2} . \tag{32}$$

Nun interessieren hier vor allem zwei Fälle. Sind Teilchen und Zentren beides Elektronen, so ist $M = m = m_0$ und man findet zwischen α_{f_r} und α_f die einfache Beziehung:

$$2 \operatorname{tg} \frac{\alpha_f}{2} = \operatorname{tg} \alpha_{f_r} . \tag{33}$$

Wenn also α_f von 0 bis 180° variiert, so variiert α_{f_r} nur von 0 bis 90°, entsprechend dem Darwinschen Grenzwinkel (S. 48), der

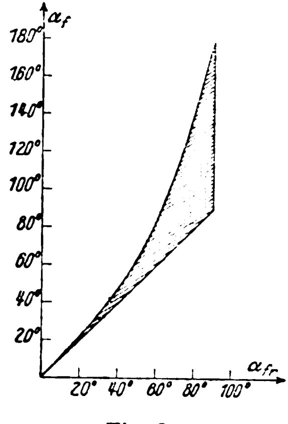


Fig. 2.

hier 90° ist. Der Zusammenhang im einzelnen ist gegeben in der Fig. 2. Während für Einzelablenkungen der evtl. Fehler natürlich in voller Größe eingeht, ist zur Bewertung der mittleren Ablenkung zu berücksichtigen, daß die Wahrscheinlichkeit gerade der großen Ablenungen mit großem Fehler nach dem früher Gesagten abnimmt proportional $(\sin \alpha/2)^{-4}$; im mittleren maximalen Fehler sind also die Einzelfehler jedenfalls mit verschiedenem, mit deren Größe rasch abnehmendem Gewicht anzusetzen. Der zweite Fall, welcher in Betracht kommt, bezieht sich auf die Ablenkung eines α-Teilchens durch ein Elektron. Es ist hier $E = 2e$ und M/m etwa $7 \cdot 10^3$ zu setzen. Da der maximale Ablenkungswinkel für festes Zentrum wieder 180°, der für be-

wegliches aber nur 28″ ist (S. 48), so liegen die Verhältnisse also hier an sich viel bedenklicher. Vergleichen wir mit Bohr die „Stoßzeit“ mit der Eigenschwingungsdauer der Elektronen, diese entnommen aus der Dispersionstheorie, so finden wir für letztere die Größenordnung 10^{-16} sec, für erstere unter der Annahme $p = 10^{-8}$ entsprechend der Größenordnung des Atomradius maximal rund 10^{-17}, so daß also gerade für α-Strahlen — für welche ein Analogon zu den langsamen Kathodenstrahlen fehlt und die Geschwindigkeit stets groß (v 10^9) ist — die Annahme freier Elektronen jedenfalls nicht ohne weiteres erlaubt ist.

§ 8. Vergleich mit der Erfahrung und Schlußfolgerungen. Wie bereits in der Einleitung betont wurde, ist es der Endzweck der Theorien über die Ablenkung und den Geschwindigkeitsverlust korpuskularer Strahlen in Materie, Aussagen über die Konstitution der Atome machen zu können; die hier bisher erreichten Ergebnisse wollen wir, soweit sie auf die Ablenkung sich stützen, nun diskutieren. Es ist heute kaum mehr notwendig, dem historischen Gang der Forschung folgend, die einzelnen Theorien über die Struktur der Atome auf Grund des in den vorhergehenden Paragraphen zusammengestellten empirischen und theoretischen Materials zu prüfen. Wir können uns vielmehr von vornherein beschränken auf das Rutherfordsche Modell. Dieses soll charakterisiert sein lediglich durch zwei Eigenschaften, eine qualitative und eine quantitative, nämlich durch die Konzentration der Ladung des einen Vorzeichens in einem „Kern“ von sehr kleinen Dimensionen, um welchen die Ladung des anderen Vorzeichens in einer räumlich ausgedehnten „Wolke“ [1]) angeordnet ist, und durch die Größe der Kernladung, welche (gemessen in Elektronenladung) gleich ist der Ordnungsnummer des betreffenden Atoms. Es soll gleich hier ausdrücklich betont werden, daß in der Tat aus der Ablenkung (und ebenso dem Geschwindigkeitsverlust) korpuskularer Strahlen bei der Durchquerung von Atomen prinzipiell weitergehende Folgerungen als die in den obigen beiden Aussagen niedergelegten bisher nicht haben gezogen werden können.

Die Tatsache, auf welche die Annahme eines Kernes sich stützt, ist das Auftreten großer Ablenkungen von α-Teilchen bei einem einzigen Zusammenstoß; ist diese sichergestellt, so ergibt sich zunächst

1) Nebenbei sei bemerkt, daß die neueste Entwicklung der Bohrschen Atomtheorie in den räumlichen Modellen von Born wieder zur Annahme solcher räumlichen Wolken hinführt.

als Deutung, wenn auch noch nicht als die einzig mögliche[1]), die von Rutherford gegebene. Zum eindeutigen Nachweis dieser Tatsache scheiden deshalb die Reflexionsversuche von Geiger und Marsden (S. 26) aus, da sie immerhin auch durch Rückdiffusion gedeutet werden könnten; auch die Versuche Wilsons in der Kondensationskammer sind vorerst (S. 29) noch nicht absolut beweisend, ebenso Versuche, welche bei der Durchquerung dünner Schichten das Vorkommen großer Ablenkungen an sich nachweisen. Einen eindeutigen Beweis liefert allein die später von Geiger und Marsden gefundene Abhängigkeit der Verteilungsfunktion von der Schichtdicke (S. 27), nämlich die Proportionalität der in einem bestimmten Winkel abgelenkten Teilchenzahl mit der ersten Potenz der Dicke. Eine willkommene Ergänzung des Beweismaterials hat dann später der Nachweis der sekundären H-Strahlen großer Geschwindigkeit durch Marsden (S. 29) gebracht, die ebenfalls eindeutig ist. Diese beiden eben genannten Tatsachen führen aber weiter im einzelnen zur Rutherfordschen Kerntheorie (insbesondere die von Geiger und Marsden studierte), durch die quantitative Übereinstimmung der berechneten und der beobachteten Verteilungsfunktion (S. 27 und 47), zunächst in Abhängigkeit vom Winkel φ und von der Geschwindigkeit und ebenso, wenn auch weniger genau, die von Marsden beobachtete Reichweite der H-Strahlen im Vergleich mit der aus Darwins Theorie folgenden (S. 29 und 48). Daß man zugleich den wichtigen Schluß auf die Gültigkeit des Coulombschen Gesetzes für die elektrostatische Wechselwirkung zwischen Kern und Teilchen sicher ziehen kann, hat Darwin[2]) noch besonders nachgewiesen.

Die zweite quantitative Eigenschaft des Rutherfordschen Modells wird, nachdem nun seine Richtigkeit als sichergestellt anzusehen ist, gestützt durch die Abhängigkeit der Geiger-Marsdenschen Verteilungsfunktion vom Atomgewicht. Da einerseits die Beobachtungen für Φ_φ (S. 27) Proportionalität mit $A^{3/2}$ liefern, andererseits die Theorie (S. 47) Proportionalität mit dem Quadrat der Kernladung $E \times$ Anzahl N der Atome in der Volumeinheit ergibt (für äquivalente Schichten), da ferner N proportional $A^{-1/2}$ ist, so folgt zunächst, daß $E^2 \cdot A^{-1/2}$ proportional $A^{3/2}$, d. h. also, daß E proportional A ist. Der Propor-

1) Man kann nämlich, worauf Herr Stark gesprächsweise hinwies, noch andere Mechanismen ersinnen, welche große Ablenkungen bei einer Durchquerung liefern, nämlich die Durchdringung zweier starrer Elektronengitter.

2) C. G. Darwin, 27, 504. 1914.

tionalitätsfaktor ergibt sich aus den Absolutangaben. So ergibt sich endlich, daß die Kernladung gleich ist dem halben Atomgewicht. Wie oben angegeben, ist dieser Wert mit dem relativ großen Fehler von 20 Proz. behaftet. Nebenbei bemerkt, ist die S. 28 erwähnte möglicherweise vorhandene geringe Abweichung der Werte $N \cdot A^{1/4}$ von der Konstanz nicht durch die Darwinsche Erweiterung der Rutherfordschen Theorie auf leichte Atome zu erklären (S. 48), sondern liegt gerade im umgekehrten Sinne, so daß hier vielleicht die Andeutung tieferliegender konstitutiver Eigenschaften vorliegt. Bemerkenswert ist, daß die einfache Rutherfordsche Formel auch noch für Kohlenstoff sich als so weitgehend gültig erweist, obgleich die betreffenden Messungen an Paraffinfolien angestellt sind, sich also auf komplizierte, C und H enthaltende Moleküle beziehen. Man kann darin indirekt einen Beweis sehen, daß sich die Ablenkung in Übereinstimmung mit dem S. 46f. Gesagten in der Hauptsache in der Tat in der gegen die Atom- bzw. Moleküldimensionen kleinen nächsten Umgebung der Kerne abspielt. Die quantitative Seite der Theorie läßt sich, wie Rutherford selbst bereits bemerkt hat, weiterhin, wenn auch mit wesentlich geringerer Sicherheit, stützen durch die Reflexionsversuche von Geiger und Marsden (S. 26) und durch die Zerstreuung in Gasen nach Rutherford und Nutall (S. 28); wegen der Diskusion dieser Fälle sei auf die Originalarbeiten von Rutherford[1]) hingewiesen.

Den klaren Verhältnissen bei den einfachen Ablenkungen in großen Winkeln gegenüber erlauben die zusammengesetzten Ablenkungen in kleinen Winkeln nur recht viel weniger exakte Schlüsse. Das Wesentlichste, nämlich die Proportionalität der Verteilungsfunktion im ersteren Fall mit der ersten Potenz der Schichtdicke, im letzteren Fall mit der Wurzel aus der Dicke, haben wir bereits hervorgehoben. Da bei den kleinen Ablenkungen der Vorbeigang des α-Teilchens am Kern in wesentlich größerer Entfernung erfolgen muß als bei den großen Ablenkungen, so kann man a priori sagen, daß bei jenen nicht nur der Kern, sondern auch die „Elektronenwolke“ wirksam sein werden. Demgemäß muß man auch deren Wirkung in Rechnung ziehen, ein Vorhaben, das nach den vorhergehenden kritischen Ausführungen von vornherein wenig aussichtsreich ist und mit beträchtlichen Fehlern verbunden ist. Interessante wahrscheinlichkeitstheoretische Bemerkungen, die übrigens auch zur Beurteilung der Einzelablenkungen von Bedeutung sind, hat Rutherford[2]) angestellt. Darwin (S. 49) hat seine

1) E. Rutherford, Phil. Mag. **21**, 669, 1911; **27**, 488, 1914.
2) Vgl. L. Flamm, Wien. Ber. **124**, 633, 1915.

Theorie dann angewendet auf die Versuche von Geiger (S. 25). Wie zu erwarten, hat sich dabei zwar Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung (verglichen wird der mittlere Ablenkungswinkel) der Größenordnung nach ergeben, wenn der Atomradius zu 10^{-8} bis 10^{-9} und die Zahl der Elektronen im Atom etwa gleich der Ordnungszahl angenommen wird, es haben sich aber keinerlei neue oder wichtige Schlüsse über die Konstitution der Wolke usw. ergeben.

Ehe wir die Verhältnisse für β-Strahlen besprechen, sind noch kurz einige wichtige Ergänzungen zu dem bisher Gesagten zu bringen. Die erste betrifft das Vorzeichen der Kernladung bzw. der Komponenten der Wolke, die wir der anderweitig sich ergebenden Auffassung folgend, gelegentlich bereits als Elektronenwolke bezeichnet haben. Es ist bekannt, daß über das Vorzeichen der Kernladung aus Ablenkungsbeobachtungen allein nichts auszusagen ist; im Rahmen des hier behandelten Tatsachenkomplexes ist dazu in gewisser Weise nur geeignet die Absorption. Wichtiger ist eine zweite Ergänzung, welche die räumliche Ausdehnung des Kernes betrifft. Die Form des Kernes ist zunächst festgelegt durch die Bedingung der zentrischen Symmetrie des Coulombschen Kraftfeldes; der Kern muß also allgemein ein zentrobarischer Körper in der Bezeichnung von W. Thomson-Helmholtz sein. Inwieweit allerdings diese Forderung zur Darstellung der Versuchsdaten wirklich notwendig ist, — denn daß sie hinreichend ist, ist evident — ist eine schwierigere Frage, deren Diskussion in Hinblick auf die neuesten Ansichten über eine Struktur der Kerne sicher lohnend wäre. In diesem Zusammenhang bemerkenswert ist die Frage, ob mit den Daten von Geiger und Marsden die Existenz von mehr als einem Kern im Atom verträglich ist. An Hand der S. 52 gegebenen Formeln erkennt man, daß der funktionelle Bau der Verteilungsfunktion durch die Gegenwart anderer Kerne wegen der kleinen Perihel-distanz schon bei 5^0 Ablenkung nur wenig beeinflußt wird, ebenso wie Folgerungen über die Größe der Kerne nicht beeinflußt würden. Dagegen wird nach S. 47 der Zusammenhang der Kernladung mit dem Atomgewicht bzw. der Ordnungszahl durch die Existenz mehrerer Kerne im Atom naturgemäß ein anderer. Was speziell die Größe des Kernes anlangt, so hatte bereits Rutherford in seiner ersten Arbeit abgeleitet, daß der Radius des Kernes des Goldatoms kleiner als 3×10^{-12} cm sein muß; aus den Versuchen von Marsden (S. 29, 49) ergibt sich für das H-Atom (genauer das H_2-Molekül) ein noch wesentlich kleinerer Wert, nämlich rund 10^{-13} cm, da hier die kürzeste Entfernung, bis zu welcher das geometrische Zentrum

des α-Teilchens sich dem Zentrum des H-Kernes nähern kann, zu mindestens $1{,}7 \cdot 10^{-13}$ sich ergibt. Eine dritte Ergänzung endlich soll lediglich in dem Hinweis bestehen[1]), daß die Mitwirkung magnetischer Kräfte bisher noch ganz ungeklärt ist und ernstliche Probleme auch speziell für die Theorie der Ablenkungen bietet; die oben zusammengestellten Schlußfolgerungen beziehen sich natürlich nur auf das rein elektrostatische Atommodell, und es ist vorläufig noch nicht zu übersehen, welche Änderungen für allgemeinere elektrodynamische Modelle eintreten können und werden.

Ungleich komplizierter liegen nun die Verhältnisse bezüglich der Ablenkung von Elektronenstrahlen. Es läßt sich hier, abgesehen von den Komplikationen der Theorie, schon wegen der Lückenhaftigkeit und geringeren Zuverlässigkeit des Beobachtungsmaterials Definitives kaum aussagen. Zur Charakterisierung der Sachlage mag dienen, daß z. B. Crowther seine Diffusionsversuche im Sinne zusammengesetzter Ablenkungen und des Thomsonschen Atommodelles deutet, während Rutherford dieselben Versuche direkt als Beweis seiner Theorie einfacher Ablenkungen heranzieht und Lenard wiederum das Vorkommen von Ablenkungen in großen Winkeln auf kleinste Geschwindigkeiten beschränkt wissen will[2]). Alle Versuche an schnellen Elektronenstrahlen lassen sich jedenfalls einerseits im Sinne Lenards deuten durch Rückdiffusion, während andererseits nicht eindeutig zu entscheiden ist, ob dies die einzige Möglichkeit der Deutung ist und Rutherfords Atommodell a fortiori für Elektronen das Vorkommen einfacher großer Ablenkungen fordert; erst die Hinzuziehung weiterer Daten, insbesondere solcher über Absorption, kann die Folgerungen etwas bestimmter gestalten. Die Verhältnisse liegen aber jedenfalls schon insofern ungünstiger für die Beibringung eines eindeutigen Beweises der Kerntheorie, als das Auftreten großer Ablenkungen hier durchaus nicht an große Annäherung an einen Kern gebunden ist, sondern — und zwar unabhängig von der Bindung bereits bis zu 90° — durch Elektronen im Atom bewirkt werden kann. Ein direkter Beweis dafür dürfte in den Reflexionen bei Geschwindigkeiten unterhalb der Ionisierungsspannung zu sehen sein (S. 34), bei denen ein Eindringen der reflektierten Elektronen ausgeschlossen erscheint. Daß jedenfalls allgemein die Elektronen (bei kleinen wie bei großen Ablenkungen) eine große

---

1) Vgl. L. Flamm, Wien. Ber. **124**, 633, 1915.

2) Crowther, Proc. Roy. Soc.; E. Rutherford, Phil. Mag. **21**, 669 1911; P. Lenard, K. Str. S. 201 und an vielen andern Stellen.

Rolle spielen und ihre Wirkung die der Kerne verdeckt, zeigen die von Lenard angeführten (S. 32) gesetzmäßigen Zusammenhänge mit dem Molekulargewicht (Massenproportionalität), zugleich aber übereinstimmend damit auch, daß feinere konstitutive Eigenschaften der Atome und Moleküle in den bis jetzt untersuchten mittleren Ablenkungen nahezu vollständig verwischt werden. Weitergehende Aufschlüsse sind also nur zu erwarten durch ein Hinausgehen über die integralen Verteilungen zu der Verteilungsfunktion des einzelnen Zusammenstoßes, etwa durch eine Verfeinerung und statistische Bearbeitung der Wilsonschen Bahnspuraufnahmen.

Greifswald, Ende April 1919.

(Eingegangen 27. April 1919.)

Bericht über Lumineszenzerregung durch Kanalstrahlen.

Von H. Baerwald.

Literatur[1]).

1886.

1. E. Goldstein, Über eine noch nicht untersuchte Strahlungsform an der Kathode induzierter Entladungen. Berl. Ber. 1886, S. 697.

1897.

2. W. Arnold, Über Lumineszenz. Wied. Ann. 61, 325—327, 1897.

1) Diese Übersicht berücksichtigt nur die streng zum Thema gehörigen Veröffentlichungen. Sonstige Zitate sind als Fußnoten gegeben.

1898.

3. E. Goldstein, Über eine noch nicht untersuchte Strahlungsform an der Kathode induzierter Entladungen. (Wiederabdruck von 1.) Wied. Ann. **64**, 45, 1898.
4. W. Wien, Untersuchungen über die elektrische Entladung in verdünnten Gasen. Wied. Ann. **65**, 447, 1898.

1901.

5. W. Wien, Untersuchungen über die elektrische Entladung in verdünnten Gasen. (Zweite Abhandlung.) Ann. d. Phys. **5**, 432, 435, 1901.
6. E. Goldstein, Über Kanalstrahlen. Verh. d. D. Phys. Ges. **3**, 209 bis 211, 1901.

1902.

7. E. Goldstein, Über den Einfluß der Lichtbrechung auf Beobachtungen an Geißlerschen Röhren. Verh. d. D. Phys. Ges. **4**, 4—12, 1902.
8. W. Wien, Untersuchungen über die elektrische Entladung in verdünnten Gasen. (Dritte Abhandlung.) Ann. d. Phys. **8**, 252—256, 1902.
9. W. Wien, Über Fluoreszenzerregung der Kanalstrahlen an Metalloxyden. Phys. Zeitschr. **3**, 440—441, 1902.
10. G. C. Schmidt, Über die chemischen Wirkungen der Kanalstrahlen. Ann. d. Phys. **9**, 703—711, 1902.

1903.

11. J. Tafel, Über die Wirkung von Kanalstrahlen auf Zinkoxyd. Ann. d. Phys. **11**, 613—618, 1903.

1904.

12. G. C. Schmidt, Über die Wirkung von Kanalstrahlen auf Aluminiumoxyd und Zinkoxyd. (Antwort an Herrn J. Tafel.) Ann. d. Phys. **13**, 622—633, 1904.
13. J. Tafel, Über die Wirkung von Kanalstrahlen auf Zinkoxyd. II. Ann. d. Phys. **14**, 206—207, 1904.

1906.

14. H. Rau, Beobachtungen an Kanalstrahlen. Phys. Zeitschr. **7**, 421—422, 1906.
15. H. Rau, Beobachtungen an Kanalstrahlen. Diss. Würzburg, S. 5—12, 1906.

1908.

16. J. Trowbridge, Die von Kanalstrahlen hervorgerufene Phosphoreszenz. Proc. Amer. Acad. **43**, 401—402, 1908.
17. v. Carlheim-Gyllensköld, Über die von Kanalstrahlen hervorgerufene Lumineszenz. Ark. f. Mat., Astr. och Fys. **4**, 33, 1908.

1910.

18. H. v. Dechend und W. Hammer, Szintillation bei Kanalstrahlen. Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 531—532, 1910.

1912.

19. E. Goldstein, Über die Emissionsspektra aromatischer Verbindungen in ultraviolettem Licht, in Kathodenstrahlen, Radiumstrahlen und Kanalstrahlen. Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 40—42, 1912.
20. J. Koenigsberger und J. Kutschewski, Über den Durchgang von Kanalstrahlen durch Gase. Ann. d. Phys. **37**, 164, 1912.
21. J. Stark und G. Wendt, Serienemission an festen Metallverbindungen durch Kanalstrahlen. Schwellenwert der erregenden Energie. Ann. d. Phys. **38**, 669—689, 1912.
22. J. Stark und G. Wendt, Bandenemission fester Metallverbindungen durch Kanalstrahlen. Ann. d. Phys. **38**, 690—695, 1912.
23. H. Baerwald, Über die Erregung von Erdalkaliphosphoren durch Kanalstrahlen. Ann. d. Phys. **39**, 849—886, 1912.

1913.

24. E. Ohlon, Die Lumineszenzwirkungen der Kathoden- und Kanalstrahlen bei der Temperatur der flüssigen Luft. Ark. f. Mat., Astr. och Fys. **8**, No. 22, 1913.

1914.

25. E. Rüchardt, Über den Wirkungsgrad bei der Phosphoreszenzerregung durch Kanalstrahlen. Diss. Würzburg 1914. Ann. d. Phys. **45**, 1063—1088, 1914.

1915.

26. E. Rüchardt, Über Phosphoreszenzerregung durch Kanalstrahlen. Ann. d. Phys. **48**, 838—876, 1915.

1917.

27. W. Wien, Kanalstrahlen. (Zusammenfassende Darstellung.) Handbuch d. Radiologie. IV, 5—15, 1917.

Die Erscheinungen der Lumineszenz, welche Kanalstrahlen an festen Körpern hervorrufen, gehören neben denjenigen in Gasen zu den am frühesten bemerkten; an ihnen sind sie entdeckt, und ihre Beobachtung hat das Studium der Strahlung eingeleitet. Obgleich die unmittelbare Sichtbarkeit der Strahlwirkungen, wie sie die Lumineszenzwirkungen ermöglicht, an sich ein erheblicher Vorteil für die Untersuchung ist, haben sich in weiterem Fortgange der Entwicklung Auffänger, Thermoelement und photographische Platte jenen überlegen gezeigt und erst die Analyse der Strahlen und unsere verfeinerte Kenntnis von ihnen ermöglicht, über die wir heute verfügen.

Was andrerseits die Kenntnis der Lumineszenzerscheinungen fester Körper selbst anbetrifft, so wird man kaum sagen können, daß die Methode der Erregung durch Kanalstrahlen sie am meisten gefördert hätte. Das geschleuderte Atom oder Molekel ist eine zu grobe Sonde

für die Struktur eines lumineszierenden Atomaggregates. Seiner Empfindlichkeit, seiner leicht zerstörbaren, komplizierten Struktur war mit Kathodenstrahlen, mit Wellenstrahlung leichter beizukommen. Was wir an Kenntnis der bestdefinierten lumineszierenden Substanzen, der Lenardschen Phosphore besitzen, verdanken wir fast ausschließlich letzteren Erregungsarten. Die Ausarbeitung dieses Spezialgebietes, die ganze Summe von Forschungsarbeit, die hier geleistet worden ist, bedeutet einen Beitrag zum Problem der Lichtemission, der, in sich geschlossen, es nicht als fühlbare Lücke erscheinen läßt, daß er ohne Zuhilfenahme von Kanalstrahlerregung geleistet wurde.

So sind die Erscheinungen der Lumineszenz fester Körper bei Kanalstrahlenerregung bisher von verhältnismäßig geringer Bedeutung geblieben und dementsprechend der Umfang der hier gemachten Beobachtungen ein einigermaßen beschränkter. Wir berichten zunächst über die Erscheinungen der Lumineszenz fester Körper, wie sie bei Kanalstrahlenerregung beobachtet worden ist, jedoch ohne quantitative Beziehungen zu den erregenden Strahlen. Als Einteilung benutzen wir die von J. Stark und G. Wendt (21, 22) gegebene, die Beobachtungen nach Linien- und Bandenemission ordnende. Eine Unterscheidung zwischen „Fluoreszenz" und „Phosphoreszenz" ist dabei nicht beabsichtigt, vielmehr wird das Gebiet zusammenfassend „Lumineszenz" benannt. Die weiteren Abschnitte des ersten Teils berücksichtigen Besonderheiten, welche bei Kanalstrahlenerregung, wie überhaupt bei atomistischer Strahlung, also auch bei α-Strahlen, zutage treten und bei anderen Erregungsarten fehlen, eben jene Tatsachen der Szintillation einerseits, der Erwärmung und Zerstörung andererseits, welche letztere die Reinheit der Erregungsgesetze trüben und den Kanalstrahl als weniger geeignetes Reagens für das lumineszierende Molekel erscheinen lassen, bei den α-Strahlen indessen wegen der verschwindenden Strahldichte keine erhebliche Rolle spielen.

Der zweite Teil geht auf die Beziehungen zwischen Lumineszenz und Kanalstrahl ein. Die Frage nach dem Vorhandensein spezifischer Wirkungen der verschiedenen geladenen Strahlteilchen trat zeitlich als erste auf und ist schon durch die ersten Mitteilungen W. Wiens (5, 8) nahegelegt worden.

Der augenblickliche Stand der Forschung wird durch die mehr quantitativen Untersuchungen E. Rüchards (25, 26) gekennzeichnet, welche die Schwierigkeiten und Fehlermöglichkeiten der Kanalstrahlenerregung umgehen und zeigen, daß hier im wesentlichen dieselben Gesetze herrschen wie bei Erregung mit Licht und Kathodenstrahlen.

Die Messungen des Wirkungsgrades bei der Erregung Lenardscher Phosphore, die Beziehungen zwischen Phosphoreszenzintensität und den einzelnen Faktoren der Kanalstrahlenenergie gehören hierher. Betrachtungen über die Grenzgeschwindigkeit der Erregung bilden den Abschluß.

I. Die Erscheinungen der Lumineszenz.

1. Linienfluoreszenz der aus festen Körpern erzeugten Dämpfe.

2. Die ersten Beobachtungen: Die ersten Mitteilungen über die hier in Frage kommenden Erscheinungen sind wenig systematisch und tragen mehr den Charakter gelegentlicher Nebenbemerkungen. Wir charakterisieren sie am besten, indem wir sie in historischer Reihenfolge zitieren.

E. Goldstein (1, 3) spricht in seiner, die Entdeckung der Kanalstrahlen verkündigenden Mitteilung (a. a. O. S. 677) gleich nach der Namengebung von ihrer Fähigkeit der Fluoreszenzerregung von Glas. Während die Kathodenstrahlen sehr intensive Wirkung haben, „bedarf es schon der Aufmerksamkeit, um das äußerst schwache grüne Leuchten der Glaswand, welches die hellsten Kanalstrahlen hervorrufen, wahrzunehmen". Von der Überlagerung der grünen Fluoreszenz durch das gelbrote Leuchten, welches durch Verdampfen der Glasbestandteile entsteht, spricht Goldstein noch nicht. Da es sehr auffallend ist und der Beobachtung im Falle des Vorhandenseins schwerlich entgangen sein dürfte, ist anzunehmen, daß die Strahlen in diesen ersten Versuchen zu schwach und diffus waren, um die Wirkung des Gelbleuchtens haben zu können.

3. W. Arnold (2) erwähnt S. 326 das rotgelbe Leuchten der von Kanalstrahlen getroffenen Glaswand ausdrücklich, sagt, daß es mit der Zeit nachläßt und bemerkt, daß Erwärmung regenerierend wirkt.

Weiter werden Salze untersucht: „Natriumsalze leuchten rotgelb, in dem Licht tritt hell die *D*-Linie auf". Ebenso verhält sich metallisches Natrium. Daß bei anderen Salzen das Linienspektrum wie bei *Na* beobachtet wurde, geht aus der Mitteilung nicht hervor, ist auch nicht wahrscheinlich; denn das Leuchten der festen Lösungen wird dicht neben das Leuchten der einfachen Salze gestellt. Im ganzen sind aber Arnolds Beobachtungen die ersten systematischen auf dem Gebiete der Kanalstrahlenlumineszenz.

4. In einer späteren Mitteilung spricht E. Goldstein (7) über das goldgelbe Leuchten an der Glaswand ebenfalls (S. 11). Er trennt

es räumlich von der grünen Glasfluoreszenz auf Grund einer Erklärung von Helmholtz, welche die Lumineszenz der festen Glaswand im Innern durch Strahlenbrechung an die Außenseite des Rohres verlegt, während „das Leuchten von Gasteilchen, mögen dieselben der Innenwand auch noch so nahe liegen, niemals außen erscheinen, sondern stets im Innern". Goldstein schreibt demgemäß das goldgelbe Leuchten dem durch die Strahlen vergasten Natrium zu, beobachtet auch in seinem Spektrum die *D*-Linie.

5. In der Arbeit: „Über die chemischen Wirkungen der Kanalstrahlen" kommt G. C. Schmidt (10) auf die Beobachtungen Arnolds an Salzen zurück. Auch Schmidt beobachtet die Linienserienemission der Salzdämpfe, macht aber auf ein von dieser Emission verschiedenes, vorangehendes Stadium des Bandenleuchtens aufmerksam, welches nach wenigen Augenblicken in Linienemission umschlägt.

So leuchtet $NaCl$ anfangs schwach bläulich, um erst dann in rotgelb überzugehen. Auch erwähnt Schmidt (10) S. 706 anormale Fälle, Fälle des Ausbleibens der Linienfluoreszenz bei Salzen, z. B. bei Quecksilber-, Eisen-, Nickel-, Kobalt-, Mangansalzen u. a. Interessant ist dabei die Bemerkung: „Ebensowenig wie durch Kathodenstrahlen habe ich ein intensiv gefärbtes Salz durch Kanalstrahlen zum Leuchten bringen können". Wir kommen auf das Fehlen der Linienfluoreszenz bei gefärbten Salzen noch zurück.

6. Einen etwas anders gearteten Fall des Ausbleibens der Linienfluoreszenz an der inneren Glaswand von Entladungsröhren behandelt H. Rau (14, 15) und glaubt auf Grund seiner Untersuchung das *Na*-Leuchten der Glaswand bei Kanalstrahlen nicht einer Verdampfung, nicht als „Folge einer durch den Aufprall der Kanalstrahlenteilchen hervorgerufenen lokal hohen Temperatur" ansehen zu sollen, sondern als Begleiterscheinung eines Oxydationsvorganges, als Chemilumineszenz. Rau wiederholt hierbei Beobachtungen W. Wiens (8), welche das Fehlen des Gelbleuchtens in reinen Wasserstoffstrahlen, und seine Wiederkehr bei Einlassen von Luft feststellten.

Ebenso wie in reinen Wasserstoffstrahlen fehlt aber das *Na*-Leuchten nach Bestrahlung der Glaswand mit Kathodenstrahlen auch bei solchen Kanalstrahlen, welche es sonst zeigen, um erst allmählich sich wieder wie gewöhnlich herzustellen. „Es ist dies" — sagt Rau — „wohl zu erklären durch eine mit der grünen Kathodenstrahlenfluoreszenz oder mit deren Ursache verbundene chemische Veränderung der Glasoberfläche". Da nun diese grüne Glasfluoreszenz bei Wasserstoffkanalstrahlen besonders lebhaft ist, wird bei ihnen auf eine ähnliche

Einwirkung auf die Glasoberfläche geschlossen, wie bei Kathodenstrahlen.

Dieses Beispiel des Ausbleibens von Linienemission bei Kanalstrahlerregung scheint mit dem von G. C. Schmidt an farbigen Salzen beobachteten keine innere Beziehung zu haben. Wir werden aber sehen, daß eine solche möglich und von J. Stark tatsächlich zur Erklärung herangezogen worden ist.

7. Ebenso wie J. Trowbridge (16) hat auch V. Carlheim-Gyllensköld (17) die Wirkung von Kanalstrahlen auf Salze untersucht. Die Linienspektren, welche Kanalstrahlen an Salzen der Alkali- und Erdalkalimetalle hervorrufen, findet man besonders in der Arbeit des letzteren sorgfältig verzeichnet, zugleich den Versuch, ihre Intensitätsverhältnisse quantitativ zu erfassen. V. Carlheim-Gyllensköld geht zum ersten Male auch tiefer auf eine Erklärung der Linienemission von Salzen bei Kanalstrahlenerregung ein (a. a. O. S. 25). Das positive Kanalstrahlteilchen ersetzt das Kation im Salz, wirft es im Stoß aus seiner Verbindung hinaus und gibt ihm neben der Wärmewirkung auf das Gesamtmolekel so viel Energie mit, daß es diese in Form sichtbarer Wellenstrahlung frei im Raume sich bewegend, ausstrahlen kann:

„En supposant donc que les rayons-canaux consistent en atomes d'hydrogène portant des charges positives, et se déplaçant avec une grande rapidité, nous pouvons supposer que ces atomes en tombant sur un composé sont capables de le dissocier et de chasser le cathion, qui acquièrera une énergie cinétique très grande par suite du choc. La réaction chimique sera un échange ordinaire entre les électrons et les cathions.“ Diese Hypothese hat viel Bestechendes. Nahegelegt wird sie durch die Beobachtung, daß die Serienemission eines Metalles unabhängig von der Natur seiner chemischen Verbindung ist. Indessen erscheinen die speziellen Annahmen bei V. Carlheim-Gyllensköld dadurch nicht ausreichend gestützt; seine Versuche haben im ganzen mehr beschreibenden Charakter.

8. Die Reihe der Veröffentlichungen führt uns noch einmal zur Erscheinung des zeitlich aufeinander folgenden Einsatzes der Banden- und Linienfluoreszenz zurück. Diese bei Salzen beobachtete Tatsache könnte nämlich in Beziehung zu den von E. Goldstein (19) an aromatischen Verbindungen beobachteten, nacheinander einsetzenden Emissionen des sogenannten Vor- und Hauptspektrums[1]) stehen. Während

1) Goldstein unterscheidet hiervon noch das Lösungsspektrum als

das erstere aus breiten Banden besteht, oder gar den Charakter eines kontinuierlichen Spektrums aufweist, zeigt das Hauptspektrum schmale Streifen. Tragen wir der Komplikation der Moleküle aromatischer Substanzen Rechnung, so werden wir jedenfalls annehmen dürfen, daß ein Emissionszentrum, welches durch schmalere Streifen definiert ist, einen einfacheren Bau besitzen wird, als das Emissionszentrum breiter Banden. Es wird sich auch hier um molekulare Zersetzung handeln, ebenso wie bei den Salzen. Das unter der Wirkung der Kanalstrahlung entstehende einfachere Molekel entspricht dem von Kanalstrahlen aus Salzen befreiten Atom. Mag es bei aromatischen Substanzen auch nicht zur Verdampfung und völligen Zerlegung des gesamten Molekularkomplexes kommen, das prinzipiell Wichtige bleibt hier die Vereinfachung des Emissionszentrums und die damit verbundene zunehmende Präzision des Fluoreszenzspektrums unter Einwirkung der Kanalstrahlen.

9. Als weiteres Merkmal dieser eben besprochenen Analogie sei die Ermüdung der Kanalstrahlenfluoreszenz angeführt, auf welche auch schon frühere Mitteilungen hinwiesen. Die aromatischen Hauptspektra zeigen sie ebenso wie die Linienspektra der Salze. Goldstein spricht sich auch in der eben zitierten Arbeit über die Ermüdung aus, wir wollen sie hier indessen nur als Beleg der erwähnten Analogie zwischen den Hauptspektren aromatischer Verbindungen und der Linienemission der Salze anführen.

10. Es liegt in der Natur des an sich ziemlich komplizierten Phänomens des Serienleuchtens bei Kanalstrahlenerregung, daß der Grundvorgang des Energieaustausches zwischen bewegten und ruhenden Atomen, der die Lumineszenz veranlaßt, bei unserer heutigen Kenntnis im wesentlichen nur hypothetisch geklärt werden kann. Am weitesten auf dem Wege von der Sicherung der Hypothese zur Theorie durch Stützung von Tatsachen und Beobachtungen geht eine Arbeit von J. Stark und G. Wendt (21). Sie legt die Verhältnisse in bisher umfassendster Weise klar, trennt auch zum ersten Male das Serien- vom Bandenleuchten scharf ab, entsprechend der Theorie Starks, welche beiden ganz verschiedene Trägerzentren zuweist.

An der Spitze steht eine die gesamten Beobachtungsresultate enthaltende Tabelle, welche wir ihrer Bedeutung wegen in extenso (S. 74) wiedergeben.

---

drittes. In seiner Funktion ist es sicherlich analog dem später zu besprechenden Bandenleuchten der Salze, das ebenfalls komplexen Molekülen zuzuschreiben sein dürfte.

Tabelle I. (S. 672—673.)

Die Tabelle lehrt unmittelbar das positive Resultat:

„Alle Metalle an der Oberfläche fester farbloser Verbindungen emittieren infolge auftreffender Kanalstrahlen ihre Serienlinien.“

Dabei bestätigt sich noch das von V. Carlheim-Gyllensköld gefundene Ergebnis, daß die Serienemission eines Metalles durch Kanalstrahlen unabhängig von der chemischen Natur der Verbindung des Metalles ist.

Sehr merkwürdig ist nun die Feststellung, daß alle Körper, welche im sichtbaren Spektrum mehr oder weniger Licht absorbieren, gefärbte Salze, reine Metalle, keine Serienemission bei Kanalstrahlenerregung zeigen. Alle Erscheinungen des Auftretens und Verschwindens der Serienlumineszenz lassen sich von dieser Tatsache aus begreifen, z. B. auch jene von W. Wien (8) und H. Rau (14, 15) beobachtete *Na*-Emission des Glases, die in reinem Wasserstoff verschwindet. Sie kann nach Stark durch die Bildung einer im Wasserstoff sich bildenden dünnen lichtabsorbierenden Schicht Natriumhydrid erklärt werden. Im Sauerstoff wird sie durch Oxydation beseitigt, und gibt die Serienemission frei[1]).

11. Nun handelt es sich um die Erklärung dieser Grunderscheinung. Sie ist dadurch erschwert, daß als Ort der Emission, — wie schon E. Goldstein (7) hervorhob — nicht der getroffene feste Körper selbst, sondern der ihm vorgelagerte Gasraum in Betracht gezogen werden muß. Stark und Wendt schließen das schon aus der Tatsache, daß die Serienlinien nicht verbreitert erscheinen. Sie beobachten aber auch direkt die dem festen Körper vorgelagerte leuchtende Schicht und konstatieren, daß ihre Dicke mit zunehmendem Atomgewicht des Metalles im Salze abnimmt.

Das Leuchten im Gasraum scheint im Widerspruch zur Abhängigkeit des Leuchtens von der optischen Natur des festen Körpers zu stehen. Aufgeklärt wird er aber durch einen Vergleich der Zerstäubungen leuchtender und nicht leuchtender Substanzen. Eine nicht leuchtende Wismutplatte entsandte durch Zerstäubung, wie durch Versuche festgestellt wurde, 17 mal mehr Atome in den Gasraum, als eine leuchtende Kalkspatplatte.

Die Erregung zur Serienemission findet also nicht im Gasraum statt, sondern ganz offenbar im festen Körper selbst. Nur die Ausstrahlung geht im Gasraum vor sich.

1) Siehe auch die früheren Beobachtungen G. C. Schmidts (10), § 5.

Tabelle I.
(J. Stark und G. Wendt. Ann. d. Phys. 38, 672—673, 1912.)

Element	Verbindung	Absorpt. Farbe	Leuchtfarbe	Linie $\mu\mu$	Okul. Intensität
Lithium	Lithiumchlorid ($LiCl$) entwässert	farblos	rot	670,8	ziemlich groß
	Lithiumoxyd (Li_2O) und Lithiumhydroxyd ($Li OH$) am Metall in Luft gebildet	farblos	rot	610,4 497,2 460,2	
Natrium	Natriumchlorid ($NaCl$)	farblos	gelb	616,1 615,6 } D	mäßig
				568,8 568,3 } D	sehr groß
				515,4 514,9 } D	klein
				498.3 497.7 } D	klein
Kalium	Kaliumchlorid (KCl)	farblos	unbestimmt	580,2 578,3 } D	mäßig
	Kaliumoxyd (K_2O) und Kaliumhydroxyd am Metall in Luft gebildet	grau		536,0 534,0 } D	klein
Rubidium	Rubidiumsuboxyd am Metall in Luft gebildet	grau-blau	unbestimmt	Drei rote Linien	sehr klein
				572,4	mäßig
				565,4 564,8 } D	klein
				420,2 421,5 } D	sehr klein
				584,5	klein
Cäsium	Cäsiumchlorid ($CsCl$)	farblos	violett	566,4	groß
				459,3	klein
				455,5	klein
Magnesium	Magnesiumchlorid ($MgCl_2$) an Luft entwässert und wahrscheinlich zum Teil in MgO verwandelt	farblos	unbestimmt	518,4 517,3 516,7 } T	groß
Calcium	Calciumfluorid (CaF_2) Flußspatplatte	farblos	rotviolett	649,9 612,2	ziemlich groß

Tabelle I. (Fortsetzung.)

Element	Verbindung	Absorpt. Farbe	Leuchtfarbe	Linie $\mu\mu$	Okul. Intensität
Calcium	Calciumoxyd (CaO) am Metall in Luft gebildet	farblos	rotviolett	560,3	ziemlich groß
				534,9 487,8 445,4 430,2	mäßig
				422,7	groß
				396,7 393,3 } D	klein
Strontium	Strontiumchlorid ($SrCl_2$) an Luft entwässert (SrO_2)	farblos	weißblau	640,8 638,7 550,4 548,6 523,8	ziemlich groß
				496,2	groß
				460,7 421,5 407,8	mäßig
Barium	Bariumchlorid ($BaCl_2$) an Luft entwässert (BaO?)	farblos	unbestimmt	649,7 614,1 606,0	mäßig
				553,6	groß
				493,4 455,4	mäßig
Thallium	Thalliumsulfat an Luft entwässert, unter der Einwirkung der Kanalstrahlen wird es erst grau, dann schwarz, wahrscheinlich Bildung von Thalliumoxyd.	farblos	unbestimmt	535,1	erst groß, dann immer kleiner
Aluminium	Aluminiumoxyd (Al_2O_3) bräunt sich etwas unter den Kanalstrahlen	farblos	unbestimmt	396,2 394,4 } D	klein
Zink	Zinkoxyd (ZnO), bräunt sich unter den Kanalstrahlen	farblos	violett	481,1 472,2 468,0 } T	erst mäßig, dann immer kleiner

12. Als Kennzeichen für die Ausstrahlung kann erstens die geringe Geschwindigkeit der strahlenden Teilchen dienen: Sie zeigen keinen Dopplereffekt.

Zweitens ihre positive Ladung. Ein vor den getroffenen festen Körpern geschaltetes Netz drückt bei positiver Aufladung die leuchtende Schicht zurück, zieht sie bei negativer Aufladung in den Gasraum hinein.

Endlich der Schwellenwert der erregenden Energie, der hier bei der Serienemission wie bei der Bandenfluoreszenz in Erscheinung tritt. Wir kommen später noch auf ihn zurück.

13. Alle Einzelheiten zusammengenommen, kommen wir dann zu einer Vorstellung von dem Mechanismus der Serienerregung, wie sie Stark (21, S. 687) in folgenden Sätzen zum Ausdruck gebracht hat: „Durch ihren Stoß auf die Moleküle der festen Oberfläche werfen dank ihrer großen kinetischen Energie die einzelnen Kanalstrahlenteilchen Metallatome, losgetrennt von ihren Valenzelektronen, als langsame positive Atomionstrahlen aus der festen Oberfläche in den angrenzenden Gasraum. Bei dem sie abtrennenden Stoß übernehmen diese positiven Metallionen in einige ihrer Serienfrequenzen oszillatorische Energie; diese strahlen sie nach dem Austritt aus der festen Oberfläche auf einer relativ sehr kleinen Wegstrecke im Gasraum aus und laufen dann nicht leuchtend als langsame Strahlen weiter in den Gasraum hinein. Dieser Fall von Überführung oszillatorischer Energie aus der festen Oberfläche in den Gasraum durch die positiven Metallionen ist indes nur dann möglich, wenn die feste Oberfläche Licht von denjenigen Frequenzen, in welchen die Metallionen Energie aufgenommen haben, wenig oder gar nicht absorbiert; absorbiert dagegen die Oberfläche in diesen Frequenzen, so entzieht sie den abgetrennten Metallionen bei ihrem Austritt ihre Lichtenergie, diese laufen von Anfang an ohne Lichtemission in den Gasraum ein, und trotz kräftiger Zerstäubung ist dann in diesem Falle an der Auftreffstelle der Kanalstrahlen keine Serienemission wahrnehmbar.“

14. Damit ist das Problem des Serienleuchtens, soweit wir es bis heute beurteilen können, im wesentlichen gelöst; weitere Forschung müßte von hier aus an die Verfeinerung des Bildes im einzelnen gehen. Bisher ist in dieser Richtung kein weiterer Schritt geschehen.

Von E. Ohlon (24) ist eine Arbeit zu verzeichnen, welche die Kanalstrahlenerregung von Salzen und Mineralien bei tiefen Temperaturen zum Gegenstand hat. Ohlon trennt, wie Goldstein (19) bei aromatischen Verbindungen, das Hauptspektrum vom Vorspektrum. Ersteres ist aber bei Salzen identisch mit der Serienlumineszenz. Neues,

über die Beobachtungen von J. Stark und G. Wendt Hinausgehendes hat die einstweilen als vorläufige Mitteilung sich gebende Studie denn auch noch nicht gebracht.

2. Bandenfluoreszenz der festen Körper.

15. Die Bemerkungen über die Bandenlumineszenz sind in den ersten Arbeiten ebenso verstreut wie über die das Linienleuchten. Von E. Goldsteins gelegentlicher Bemerkung über die grüne Glasfluoreszenz gleich in seiner ersten Veröffentlichung über Kanalstrahlen (1) ist schon in § 1 die Rede gewesen.

W. Arnold (2), der auch hier gleich am Anfang systematisch vorging, spricht ausdrücklich, wenn auch nicht ausführlich, vom Leuchten fester Lösungen. Er stellt damit sofort das Problem des Bandenleuchtens in den Mittelpunkt der Diskussion, das in den folgenden Mitteilungen mehrfach behandelt worden ist und in der Lichtemission Lenardscher Erdalkaliphosphore sein Vorbild gefunden hat.

In den Arbeiten W. Wiens (4, 5) über „die Entladung in verdünnten Gasen" sind die Beobachtungen über die Bandenfluoreszenz des Glases zunächst mehr Hilfsmittel zur Erforschung der Strahlen selbst. Ihre Lumineszenzwirkung wird erst später Ziel der Untersuchung. Das Grünleuchten wird bei stärker und schwächer abgelenkten Strahlenbündeln beobachtet (8) und gleich darauf eine Studie „über die Fluoreszenzerregung der Kanalstrahlen an Metalloxyden" (9) veröffentlicht. Es wird das bald braune, bald blaue oder grüne Leuchten des Aluminiumoxyds, das grüne des Zinkoxyds, das rote des Magnesiumoxyds besprochen, bemerkt, daß Kupfer und Eisenoxyd nicht leuchten, und betont, daß die Lumineszenz anders wie beim Glase, von der Art der Kanalstrahlen unabhängig ist. Die Oxyde sind durch Verbrennen hergestellt. Wahrscheinlich handelt es sich in allen Fällen um Bandenleuchten, wenngleich es nicht ausgeschlossen ist, daß in einigen sich Linienemission hinzugesellte. Wichtig ist die Bemerkung, daß die obengenannten Oxyde in reinem Zustande, auf nassem Wege hergestellt, nicht leuchten. „Es ist daher — heißt es weiter — wahrscheinlich, daß nicht die gewöhnlichen Oxyde als solche unter dem Einfluß von Kanalstrahlen fluoreszieren, sondern möglicherweise höhere Oxyde, die sich bei der Verbrennung bilden und unter der Bestrahlung bei Abgabe von Sauerstoff in niedere Oxyde verwandeln." Mit den letzten Worten wird auf die Ermüdungserscheinung hingezielt.

16. Diese Theorie sieht also im Bandenleuchten unter Kanalstrahlen eine Chemilumineszenz. Ihr tritt die Ansicht G. C. Schmidts entgegen, nach welcher es sich bei den durch Verbrennung hergestellten Oxyden um feste Lösungen, bei den auf nassem Wege dargestellten um inhomogene Gemische handelt. Verunreinigungen finden sich in allen Metallen. Die Lumineszenz ist aber an die Existenz komplexer Moleküle fester Lösungen geknüpft.

J. Tafel (11, 13) hielt demgegenüber mehr am Standpunkt der Chemilumineszenz fest. Er wiederholt die Versuche an Zinkoxyd und findet ein weißes Präparat leuchtend, ein gelbbräunliches aus diesem weißen durch Druck und unter Kanalstrahlenwirkung hervorgehendes nicht leuchtend, ebenso nicht leuchtend ein weißes Präparat, welches aus diesem gelbbraunen durch Erhitzung regeneriert wird. J. Tafel schließt, daß die Lumineszenzfähigkeit eine Eigenschaft von chemischen Modifikationen ist. Er nimmt also von Zinkoxyd drei Modifikationen an, zwei weiße und eine gelbbraune. Diese Meinung wirkt nicht sehr überzeugend, weil die Hypothese der Modifikationen als eine ad hoc gemachte erscheint, die unserer Erkenntnis des Gegenstandes durch keine Vorstellung zu Hilfe kommt.

G. C. Schmidt (12) hat denn auch experimentell dargetan, daß mit größter Vorsicht hergestelltes reines Aluminium- und Zinkoxyd unter Kanalstrahlen nicht leuchtet, daß aber ganz geringfügige Beimengungen von Chromoxyd rote, von Kupferoxyd grüne bis blaue Fluoreszenz des Aluminiumoxyds, Beimengungen von Kadmium zu Zinkoxyd gelbe und grüne Fluoreszenz des Zinkoxyds bedingen. Er hat damit die Versuche W. Wiens (9) rekonstruiert und die Theorie fester Lösungen gestützt. Auf den weiteren Ausbau dieser Theorie ist hier nicht näher einzugehen. Wir machen nur darauf aufmerksam, daß er in Lenards lichtelektrischer Theorie des Leuchtens der Erdalkaliphosphore zu erblicken ist.

17. V. Carlheim-Gyllensköld (17) und E. Ohlon (24) gehen auf die Vorstellungen vom Emissionszentrum der Bandenfluoreszenz etwas näher ein. Sie beobachten die Einzelerscheinungen, E. Ohlon besonders das Umschlagen vom Banden-Vorspektrum in das Linien-Hauptspektrum, — in Anlehnung an E. Goldsteins Untersuchungen über aromatische Verbindungen (19) — kommen aber beide zu entgegengesetzten Ansichten. Während V. Carlheim-Gyllensköld von einem neutralen Emissionszentrum spricht, glaubt E. Ohlon, daß das Bandenleuchten mit einem starken Elektronenaustritt aus dem Zentrum verbunden sei.

Wir erinnern hier an die Theorie Lenards[1]) über die Glühfarben geschmolzener Salze. Diese waren in Übereinstimmung mit dem kontinuierlichen Grunde der Flammenspektren und dieser wieder insofern in Verbindung mit den Nebenserien, als jener als Verbreiterung und Hofbildung dieser aufzufassen war (a. a. O. S. 220, 232). Dementsprechend hat Lenard als gemeinsames Emissionszentrum beider das positive Metallatom genannt. E. Ohlons Ansicht erscheint hierdurch gestützt; denn das Bandenleuchten fester Körper bei Kanalstrahlen hat seine deutliche Parallele in den Glühfarben geschmolzener Salze. Freilich sind diese Ansichten auch mit der Annahme verträglich, daß es sich bei der Bandenemission nicht um absoluten Elektronenaustritt aus dem Atomverband, sondern nur um Lockerung des Emissionselektrons handelt.

18. J. Stark und G. Wendt haben diese Untersuchungen wie eigene Beobachtungen unter einem einheitlichen Gesichtspunkt behandelt. Sie gehen von der Tatsache aus, daß eine von einem schmalen Kanalstrahlenbündel getroffene Kristallplatte nicht bloß am Orte des Auftreffens, sondern durch ihr ganzes Volumen hin leuchtet, daß diese Kristallplatte an der getroffenen Stelle Serienemission, darunter, sowie rund herum Bandenleuchten zeigen kann[2]). Hieraus kann sofort ein Rückschluß auf das ganze Phänomen des Bandenleuchtens gezogen werden. Die Bandenemission erscheint danach nicht als direkte Folge des Energieaustausches zwischen Strahlteilchen und getroffenem Molekel. Vielmehr schiebt sich dieser Energieaustausch als Koppelungsglied ein, derart, daß seine lokal konzentrierte Energie von allen im Volumen des Körpers verteilten Resonatoren absorbiert und in Form sichtbarer Wellenstrahlung wieder zur Emission gebracht wird.

Stark detailliert diese Anschauung noch genauer und sagt: „Da die meisten Metallverbindungen, welche die beschriebene Bandenfluoreszenz zeigen, mit Licht oberhalb 300 $\mu\mu$ nicht zu dieser Fluoreszenz angeregt werden können, so ist zu folgern, daß das direkt von den Kanalstrahlen an ihrer Auftreffstelle zur Emission gebrachte Licht, welches die Fluoreszenz erregt, eine Wellenlänge kleiner als 300 $\mu\mu$ hat."

Demnach erscheinen die im sichtbaren Gebiete gelegenen Banden als mit den direkt erregten ultravioletten Banden gekoppelt. Diese Auffassung ist charakteristisch für Starks Theorie der Bandenemission,

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 17, 197—247, 1905.

2) Die Überlagerung der roten Linienemission und blauen Bandenemission bei Lithiumchlorid bemerkt schon J. Trowbridge (16).

wie sie ausführlich in „Die elementare Strahlung" S. 223 ff. ausgeführt ist.

Unserer Kenntnis der Bandenlumineszenz bei Kanalstrahlen ist damit eine Grundlage gegeben, auf der künftige Untersuchungen weiterbauen können. Die Aufsuchung der ultravioletten, direkt erregten Banden wird die wichtigste unter ihnen sein.

3. Die Szintillation.

19. Eine besondere Art des Bandenleuchtens ist die Szintillation. Bei abnehmender Strahldichte und wachsender Geschwindigkeit der Strahlteilchen setzt sie ein und bedeutet offenbar eine Kondensation der Erregung der Bandenlumineszenz auf ein kleineres Volumen, vielleicht auf ein Einzelzentrum und seine nächste schwingungsfähige Umgebung. Die Szintillation ist ihrer Natur nach nicht völlig geklärt, aber es besteht kein Grund, eine prinzipielle Verschiedenheit vom Bandenleuchten, anzunehmen und zu glauben, daß die Theorie der Bandenlumineszenz von Stark für sie nicht zuträfe.

Benutzt wird die Szintillation zur Zählung von α- und β-Teilchen. H. v. Dechend und W. Hammer (18) haben sie auch bei Kanalstrahlen beobachtet und damit die Vermutung Regeners[1]) bestätigt, daß alle Korpuskularstrahlen szintillatorische Lumineszenz erregen können. H. v. Dechend und W. Hammer beschreiben das Phänomen bei Kanalstrahlen deutlich; aus ihren Bemerkungen geht hervor, daß bei Szintillationswirkung die Kanalstrahlendichte eine äußerst geringe war, daß ihre Geschwindigkeit schon im Erzeugungsraum eine höchstmögliche und im Beobachtungsraum noch durch starke Felder beschleunigt, — genaue Zahlen fehlen — wahrscheinlich in die Nähe der Geschwindigkeit der α-Teilchen kamen, also etwa $5 \cdot 10^8$ bis $1 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ betrug. W. Hammer[2]) hat schon bei einfacher Feldbeschleunigung eine Geschwindigkeit von $2{,}5 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ gemessen.[3])

Ungeklärt bleibt bei der Szintillation die Bremsung der Lichtenergieverteilung auf einen kleinen Raum. Nach Stark müssen wir annehmen, daß von sehr schnellen Korpuskeln sehr hohe Frequenzen erregt werden. Je höher die Frequenz, desto größer ist möglicher-

1) E. Regener, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 353, 1908.

2) W. Hammer, Phys. Zeitschr. **12**, 1077, 1911.

3) Anm. b. d. Korrektur: Siehe hierzu die inzwischen erschienene Notiz: H. v. Dechend u. W. Hammer, Phys. Zeitschr. **20**, 234, 1919.

weise ihre Absorption im lumineszierenden Medium, welches die Oszillatoren in sich eingebettet trägt. Bei Frequenzen in der Nähe der Röntgenschen wird die Absorption die erregende Energie in kleinstem Volumen kondensieren können. So wird ein Bild der Szintillationserregung möglich.

4. Zerstörung der Lumineszenz durch den Strahl.

20. Die Ermüdungserscheinung bei Erregung von Lumineszenz durch Kanalstrahlen ist eine so auffallende, daß sie gleich in den ersten Arbeiten (2) erwähnt und in den folgenden wiederholt betont wird (9, 10, 19, 22, 23, 25, 26). Sie tritt sehr rasch ein, besonders bei großer Strahldichte. Bei geringer Strahldichte macht sie sich weniger bemerkbar.

Eine besondere Messung der Ermüdungsgeschwindigkeit findet man bei E. Rüchardt (25); das Prinzip seines Verfahrens sei hier kurz wiederholt. An den von Kanalstrahlen erregten Phosphoreszenzfleck (grün bei *SrBi*-Phosphor) grenzt unmittelbar ein Vergleichsschirm. Dieser ist mit spektral zerlegtem und entsprechend ausgeblendetem Licht beleuchtet. Ein Photometer-Schwärzungskeil reguliert die Beleuchtungsintensität. Keilstellung und Beleuchtungsintensität sind durch Eichung in ihrer Zuordnung bekannt. Nun wird der Keil schrittweise immer auf eine etwas geringere Beleuchtungsintensität eingestellt, als die Lumineszenzstärke des vom Strahl erregten Phosphoreszenzfleckes beträgt. Jedesmal wird mit der Stoppuhr die Zeit bestimmt, welche der Strahl braucht, um die Phosphoreszenz auf die Vergleichsschirmintensität herabzumindern. Es findet sich, daß die Phosphoreszenzintensität

nach	5	sec.	auf	etwa	40	Proz.
„	10	„	„	„	20	„
„	20	„	„	„	10	„

der Anfangsintensität des frischen Phosphors gesunken ist. Das Hineinspielen des Phänomens der Ausleuchtung ist bei diesen Messungen sorgfältig vermieden. Erwähnenswert ist die Möglichkeit, den Phosphor durch Erhitzen zu regenerieren.

21. Über den Grund der Ermüdungserscheinung ist mehrfach diskutiert worden (19, 21). Wir kommen ihm näher, wenn wir bei der Gesamterscheinung der Lumineszenz mit Stark die Trennung in Serien- und Bandenleuchten beobachten. So verschieden, wie die Natur dieser beiden Lumineszenzarten ist, so verschieden ist das Bild, welches wir uns von der Ermüdung zu machen haben. Ohne diese Trennung ge-

lingt kein klares Bild, und es hat wenig Zweck, nach chemischen oder physikalischen Erklärungen der Erscheinung zu suchen, wenn, bei Durcheinandermengung mehrerer zu unterscheidender Fälle, beide Möglichkeiten gegeben sein können.

22. Die Ermüdung des Linienserienleuchtens erklärt Stark (21) physikalisch, durch Bildung absorbierender Oberflächenschichten. Wenigstens trifft diese physikalische Erklärung einen wesentlichen Teil des Vorganges. Mag das Emissionszentrum der farblosen Substanz an sich noch fähig bleiben, schwingungsfähige Teilchen in den Gasraum zu entsenden, welche die vom Strahl empfangene Energie wieder zurückgeben, so hört bei Übergang der Oberflächenschicht in eine lichtabsorbierende Modifikation oder Verbindung die Lichtausstrahlung nach den Ausführungen in § 10—13 auf. Die Ermüdung hängt also teils von chemischen Veränderungen der Oberflächenschicht durch den Strahl, teils von den durch sie bedingten physikalischen Einflüssen der Absorption oszillatorischer Energie ab, denen das vom Strahl befreite Metallteilchen unterliegt. Die Ermüdung des oben mehrfach behandelten Natriumleuchtens am Glase, sowie sein Ausbleiben im Wasserstoffstrahl (§ 6), ist von Stark dahin gedeutet worden, daß der H-Kanalstrahl das Glas mit einer absorbierenden Schicht von Natriumhydrid überzieht. Beim Einlassen von Luft wird sie wegoxydiert, und das Leuchten erscheint wieder (8).

23. Neben dieser physikalischen Erklärung der Ermüdung geht die chemische einher. Sie trifft das Linien- wie das Bandenleuchten in gleicher Weise. Das lumineszenzfähige Molekel wird durch das Strahlteilchen zerstört. Die Funktion eines solchen Molekels ist durch die Wechselwirkung zwischen dem Metallatom als Kern und einer dielektrischen Hülle, also zwischen stark elektropositiven und elektronegativen Atomen im Molekularkomplex definiert. Erregung bedeutet die Loslösung von Randelektronen aus dem Metallatom und seine Bindung an der elektronegativen Umgebung dieses Kernatoms, Lumineszenz selbst die Rückkehr dieses Emissionselektrons zum Mutteratom, wobei es jetzt dahingestellt bleiben mag, welche Ursachen eine solche Rückkehr veranlassen können.

Bei Zersetzung dieses lumineszenzfähigen Molekularkomplexes wird das Metallatom seiner elektronegativen Umgebung beraubt, das vom Strahlteilchen aus dem Metallatom herausgelöste Elektron wird nicht mehr in der Nachbarschaft festgehalten, sondern tritt frei in den Raum aus. Die Lumineszenz hat aufgehört und ist in Sekundärstrahlung, in Elektronenemission übergegangen. Lumineszenz und Sekundärstrahlung

sind eng verwandte Erscheinungen. Die Regeneration der Lumineszenz durch Erhitzung der Substanz erklärt sich durch chemische Wiederbildung der ursprünglichen Molekularkomplexe[1]).

5. Wärmewirkung des Strahls im lumineszierenden Körper.

24. Neben der zerstörenden Wirkung, welche das bewegte Strahlteilchen auf das lumineszierende Molekel der festen Substanz ausübt, lassen sich auch Wärmewirkungen nachweisen, Energiemengen, die der Gesamtkomplex des Molekels aufnimmt, neben der verhältnismäßig kleinen Energiemenge, welche dem Elektron allein zugute kommt und als Lichtemission wieder erscheint. Auf Grund der Arbeiten von P. Lenard und W. Klatt[2]), welche die Veränderung der Bandenemission der Erdalkaliphosphore mit der Temperatur behandeln, können wir umgekehrt aus der Lage der Banden im Falle der Kanalstrahlerregung auf die lokal erzeugte Temperatur zurückschließen. Tatsächlich ist die Emission der Erdalkaliphosphore bei Kanalstrahlerregung eine andere als bei Lichterregung. Die Banden verschieben sich im ersten Falle wegen der Hitzewirkung der aufprallenden Kanalstrahlteilchen. Es seien hier einige Angaben zusammengestellt (23, S. 868). Sie sind an Hand der von P. Lenard und W. Klatt a. a. O. gegebenen Tabellen leicht nachzuprüfen:

„Der *CaBi*-Phosphor leuchtet bläulich-lila bei Erregung mit Sonnenlicht, unter Kanalstrahlen hellblau. Dies entspricht dem Befunde, daß die rote Kältebande (γ) des Phosphors über 170° unmerklich wird, die grüne Hitzebande (β), unterhalb 17° unmerklich, bei 300° von größter Dauer, erst bei 450° verblaßt, aber selbst bei 500° C noch nicht verschwunden ist. Auch die blaue Hauptbande (α_2), bis zu 200° beständig, dann erst allmählich abnehmend, dürfte bei Kanalstrahlerregung die Gesamtfarbe noch mitbestimmen. Vor allem wird sie aber dem Hervortreten der grünen β-Bande ihren Unterschied gegenüber Sonnenlichterregung verdanken.

SrBi leuchtet bei Sonnenlichterregung wie unter Kanalstrahlen lichtgrün. Der Phosphor besitzt als Hauptbande eine gelbgrüne β-Hitzebande, die, bei — 45° beginnend, ihre Maximalintensität bei 200° hat und erst über 400° verschwindet. Neben ihr gelangen die

1) Über eine Demonstration der Ermüdung an Phosphoreszenzschirmen bei Kanalstrahleneinwirkung siehe J. Koenigsberger u. J. Kutschewski (20), S. 164.

2) P. Lenard und W. Klatt. Über Erdalkaliphosphore. Ann. d. Phys. 15, 1904. Speziell Kapitel C, S. 425—462.

rote Kältebande (γ) gar nicht und auch die grünblaue α_3-Bande bei beiden Erregungsarten nicht recht zur Wirkung.

BaBi leuchtet unter Sonnenlicht grüngelb, unter Kanalstrahlen sehr schwach gelblich. Neben der grüngelben β-Hitzebande macht sich bei Zimmertemperatur sowohl die ins Orange spielende gelbe α_1-Bande, wie die grüne α_3-Bande, in der Hitze aber nur die erstere geltend.

BaCu. Sein bei Sonnenlichterregung orangerotes, bei Kanalstrahlerregung gelbes Leuchten erklärt sich daraus, daß die orangegelbe Kältebande (α_2) die Emission von -180^0 abnehmend bis 350^0 beeinflußt, wo sie verschwindet, die grüne Hitzebande (β_1) dagegen umgekehrt von -180^0 zunehmend, bei 300^0 in größter Intensität ist, bei 350^0 dann wieder verschwindet.

ZnS, Cu. Seine grüne α-Bande scheint sowohl bei Zimmertemperatur wie bei höherer die Gesamtemission zu bestimmen. Dementsprechend läßt sich bei beiden Erregungsarten kein Farbunterschied feststellen.

Die Berechtigung der Meinung, daß die Farben der Phosphore bei Kanalstrahlerregung in ihrer Verschiedenheit gegenüber Sonnenlichterregung durch Temperatureigenschaften der Banden erklärt werden können, dürfte damit erwiesen sein. Indessen läßt sich auch über die Temperatur selbst, auf welche der Kanalstrahl den Phosphor bringt, etwas aussagen. Die Zusammenstellung zeigt, daß bei Kanalstrahlerregung die Farbe des *CaBi*-Phosphors hauptsächlich von der grünen, erst bei 500^0 C verschwindenden Hitzebande, die Farbe des *SrBi*-Phosphors von einer grünen, erst oberhalb 400^0 C verschwindenden Hauptbande bestimmt wird. Dagegen sind bei *BaBi* und *BaCu* solche Banden maßgebend, welche als Hitzebanden schon bei 17^0 ihr Maximum haben, bzw. schon bei 350^0 verschwinden.

Wenn man damit zusammenhält, daß der *CaBi*-Phosphor der hellste war, *SrBi* schon erheblich weniger hell leuchtete, *BaBi* und noch mehr *BaCu* aber äußerst schwache Erregung zeigte, so wird man auf die Folgerung gebracht, daß die Temperatur des Phosphors bei Kanalstrahlerregung zwischen 300^0 und 350^0 liegt."

II. Die Beziehungen der Lumineszenz zu den erregenden Strahlen.

1. Die Frage nach dem Bestehen spezifischer Wirkungen.

25. Bald nachdem die Ablenkbarkeit eines Teils der Kanalstrahlen bewiesen war, tauchte die Vermutung auf, daß die Einwirkung der ver-

schieden geladenen Strahlkomponenten auf Materie spezifische Unterschiede aufweisen könnte. Wie Wien schreibt in der Arbeit über „Die elektrische Entladung in verdünnten Gasen“ (5) S. 432: „Die Intensität der Fluoreszenzwirkung der verschieden abgelenkten Strahlen ist verschieden. Die ganz schwach abgelenkten üben sehr geringe Wirkung aus und sind fast nur an dem Leuchten des Gases zu erkennen und auf ihrem Wege zu verfolgen. Die am stärksten abgelenkten bringen die Glaswand auch nur wenig zum Leuchten. Dazwischen liegen Strahlen, die die vorzüglichste Fluoreszenz der Glaswand hervorbringen, das Gas aber weniger zum Leuchten bringen als die wenig ablenkbaren.“

26. Diese Beobachtungen konnten wohl die Meinung nahelegen, daß eine spezifische Wirkung der verschieden stark abgelenkten Strahlenbündel existiere. Allerdings ist die Fluoreszenz des Glases schlecht definiert, Glas ein zu komplizierter Körper, als daß er einwandfreie Aussagen gestattete. H. Baerwald (23) hat deswegen an den gut definierten Lenardschen Phosphoren die Lumineszenzbeobachtungen bei zerlegten Kanalstrahlen wiederholt. Es wurde am positiven und negativen Bündel die Eigenenergie mittels Thermosäule, wie die von ihnen erregte Lumineszenz mittels Photometer gemessen und die Intensitäten in Prozenten des neutralen Strahles ausgedrückt. Es ergab sich, daß bei den positiv und negativ geladenen Teilchen die Lumineszenz der Eigenenergie proportional war, daß aber beide gegenüber den neutralen eine spezifisch stärkere Wirksamkeit zu besitzen schienen. Indessen ist dies Resultat später von E. Rüchardt (26) korrigiert worden. Schon in den obigen Messungen war bei Zinksulfid eine ungleichmäßige Ermüdung beobachtet worden; die neutrale Lumineszenz ermüdete rascher und stärker als die positive und negative. Die Elimination dieses Fehlers konnte mit der angewandten Versuchsanordnung nicht ausreichend durchgeführt werden. Dazu bedurfte es der Kenntnis der Ermüdungsgeschwindigkeit (§ 20), welche erst E. Rüchardt (25) erbrachte. E. Rüchardt (26) hat mit beweglichem Phosphoreszenzschirm gearbeitet und die Photometrie auf den ersten Augenblick der Bestrahlung (26, S. 855) beschränkt. So erst gelang eine völlige Ausschaltung der im neutralen Bündel stärkeren Ermüdung. Es ergaben sich Kurven der Lumineszenzintensität, welche mit denen der Eigenenergie vollständig übereinstimmten. Somit war erwiesen, daß die Lumineszenzintensität lediglich von der Teilchenzahl im Strahl abhängt, ihr proportional ist, von dem Ladungszustand aber unabhängig ist. J. Koenigsberger und J. Kutschewski (20) haben dies Ergebnis

auch bei der photographischen Wirkung gefunden. Sie haben am Sidotblenden- wie am Willemitschirm schon die spezifische Ermüdung des neutralen Fleckes wie die Proportionalität zwischen Helligkeit der Lumineszenz und der Teilchenzahl im Strahl während der ersten Augenblicke seiner Wirksamkeit beobachtet, ohne allerdings Zahlenmaterial dafür zu geben. Die Arbeit E. Rüchardts bestätigt ihr Ergebnis aufs beste, und es darf auch als sicher gelten, daß G. S. Fulchers[1]) Rückschlüsse auf die spezifische Wirkung geladener Kanalstrahlteilchen bei der Erregung von Lichtemission in Gasen hinfällig sind.

2. Quantitative Untersuchungen.

a) Wirkungsgrad der Erregung von Phosphoren.

27. Bestimmungen des Wirkungsgrades von Phosphoren sind bei Erregung durch Licht von P. Lenard und W. Haußer[2]), bei Kanalstrahlerregung von E. Rüchardt (25) vorgenommen worden. Hier interessiert die letztere, und es sei von der mit großer Genauigkeit durchgeführten Untersuchung der Gedankengang im Schema wiedergegeben. (Über genauere Einzelheiten sehe man die sehr ausführliche Originalabhandlung ein.)

Ziel der Messung ist der Vergleich der mit dem Kanalstrahlenbündel am Phosphoreszenzschirm (*SrBi*) ankommenden Energie mit der vom Phosphor ausgestrahlten Lichtenergie.

Erstens: Die einstrahlende Kanalstrahlenenergie.

1. Bestimmung durch Thermoelement und Galvanometer. Festlegung des vom Strahl erzeugten Ausschlages A in Skalenteilen. Druck im Versuchsrohr: Wasserstoff von 0,024 mm *Hg*.
2. Eichung des Thermoelements mittels eines durch Wasserdampf geheizten schwarzen Körpers. Ermittelung der einem Skalenteile zuzuordnenden Energie $E\left(\frac{\text{Erg}}{\text{sec}}\right)$ in Luft von Atmospärendruck. Reduktion der Thermoelementempfindlichkeit im Versuchsrohr bei Wasserstoff von 0,024 mm *Hg*-Druck auf diejenige bei Luft von Atmosphärendruck.
3. Ergebnis: Die Kanalstrahlenenergie pro Flächeneinheit bestrahlter Fläche beträgt: $\frac{\text{E. A.}}{\text{Bestrahlte Fläche}} = 87\,800\ \frac{\text{Erg}}{\text{sec}}$.

1) G. S. Fulcher, Astrophys. Journ. **28**, 51, 1912.
2) P. Lenard und W. Haußer, Heidelb. Ber. 1913. Abh. 19.

Zweitens: Die ausgestrahlte Lichtenergie.

1. Diese wird nicht direkt, wie die Kanalstrahlenenergie gemessen, sondern photometrisch reproduziert und diese reproduzierte Energie mit Thermoelement und Galvanometer bestimmt.

   Bestimmungsstücke: *SrBi*-Schirm, von Kanalstrahlen erregt, Papiervergleichsschirm, von äußerer Lichtquelle bei spektraler Zerlegung und passender Ausblendung im Grünen beleuchtet, bei Zwischenschaltung eines Photometerkeiles; ferner ein zweites Thermoelement und Galvanometer. Die Ermüdung wird berücksichtigt (§§ 20, 26). Die für den ersten Augenblick der Phosphoreszenzerregung durch den Strahl gültige Helligkeit wird am Vergleichsschirm photometrisch gemessen und durch Keilstellung 55 definiert.
2. Statt des Vergleichspapierschirmes wird das Thermoelement zur Energiemessung des Vergleichslichtes vorgeschoben. Dieses ergibt ohne Keil, bei Bezugnahme auf eine Galvanometernormalempfindlichkeit (100 sec), den gesuchten Ausschlag A bei 0,001 mm Hg im Beobachtungsraum.
3. Eichung durch schwarzen Körper von ca. 100^0 wie oben, bei Atmosphärendruck, unter Berücksichtigung der Empfindlichkeitsänderung des Thermoelements bei diesen Druckunterschieden. Ein Skalenteil bedeutet $E\left(\frac{\text{Erg}}{\text{sec}}\right)$.
4. Schwächung durch Keilstellung 55: Betrag durch den Faktor δ ermittelt und in Rechnung gestellt.
5. Reflexionsvermögen des Vergleichsschirmes durch den Faktor δ' dargestellt und photometrisch ermittelt.
6. Die Ausstrahlung der Phosphorfläche geschieht, wie Versuche feststellten, nach dem Lambertschen Cosinusgesetz. Man hat also als weiteren Faktor
$$\int_0^{\pi/2} 2\pi \sin\varphi \cos\varphi \, d\varphi = \pi$$
einzusetzen.
7. Ergebnis: Die ausgestrahlte Lichtenergie:
$$\frac{A \cdot E \cdot \delta \cdot \delta' \cdot \pi}{\text{Bestrahlte Fläche}} = 131 \, \frac{\text{Erg}}{\text{sec}}.$$
Somit findet E. Rüchardt als Wirkungsgrad der Phosphoreszenzerregung bei Kanalstrahlen:
$$\underline{\mu = 0{,}0015.}$$

28. Hieran schließt sich eine Diskussion über die Möglichkeit der Szintillationsbeobachtung von H. v. Dechend und W. Hammer (18). Wie wir gesehen haben (§ 19), werden die Szintillationsbeobachtungen bei einer Strahlgeschwindigkeit von ca. $5 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ durchgeführt worden sein. Nehmen wir für das gegenüber *SrBi* drei- bis viermal hellere *ZnS* einen Wirkungsgrad von 0,005 an, so bekommen wir für die Energie einer Szintillation, Wasserstoffstrahlen vorausgesetzt:

$$\frac{1{,}6 \cdot 10^{-24} \cdot 25 \cdot 10^{16} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2} = 10^{-9} \left(\frac{\text{Erg}}{\text{sec}}\right).$$

Nach J. v. Kries[1]) ist die Reizschwelle der Netzhaut 1,3 bis $2{,}6 \cdot 10^{-10}$ (Erg.). Beachtet man nun, daß H. v. Dechend und W. Hammer mit dem Mikroskop beobachteten, daß sie mit Strahlen arbeiteten, deren Geschwindigkeit möglicherweise die Größe von $5 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ noch übertrafen, daß endlich die Reizschwelle der Netzhaut für Kontrastwirkungen vielleicht noch etwas tiefer liegt als der von J. v. Kries angeführte, an sich schon in weiten Grenzen schwankende Bereich angibt, so muß man zu dem Schluß kommen, daß die Messungen E. Rüchardts mit den Szintillationsbeobachtungen gut übereinstimmen und die anfangs bezweifelte Möglichkeit der letzteren begründet erscheint.

29. Der Wirkungsgrad der Kathodenstrahlen bei der Phosphoreszenzerregung ist rund zehnmal größer. Bei Kanalstrahlen setzt sich ein größerer Bruchteil in Wärme um, sie wirken zerstörender als die Kathodenstrahlen, und es bestätigt sich hier wieder das in der Einleitung Gesagte: Kathodenstrahlen sind feinere Sonden für die Ergründung des Atombaues als Kanalstrahlen.

b) Abhängigkeit der Phosphoreszenzintensität von den Energiefaktoren des Kanalstrahls.

30. In einer weiteren Arbeit (26), welcher wir schon oben (§ 26) den Nachweis entnahmen, daß die Phosphoreszenzerregung unabhängig vom Ladungszustand des Kanalstrahlteilchens ist, hat E. Rüchardt die funktionelle Abhängigkeit der Phosphoreszenzintensität von der Kanalstrahlenenergie untersucht. Die erhaltenen Resultate bestätigen und erweitern die früheren Ergebnisse.

---

1) J. v. Kries, Zeitschr. für Sinnesphysiologie **41**, 373, 1907.

Die sekundlich auf den Phosphoreszenzschirm fallende Energiemenge des Kanalstrahlenbündels hat ihren Ursprung in zwei voneinander zu trennenden Faktoren; erstens der Teilchenzahl N, welche pro Sekunde am Schirme anlangt, zweitens der kinetischen Energie des Einzelteilchens $\frac{mv^2}{2}$. Die Phosphoreszenzenergie P wird eine Funktion ihres Produktes sein:

$$P = C \cdot N \cdot \frac{mv^2}{2},$$

und es ist die Frage, ob diese Funktion eine lineare ist.

31. Die Teilchenzahl N kann leicht durch die Stromstärke der Entladung und diese durch die Tourenzahl der stromliefernden Influenzmaschine reguliert werden, ohne daß die Elektrodenspannung und Strahlenzusammensetzung Änderungen erlitten. Beobachtet wird an einer bestimmten Stelle des positiven abgelenkten Bündels, z. B. im Maximum der Verteilung. Es zeigt sich, daß sowohl die Galvanometerausschläge wie die Phosphoreszenzintensität mit der Stromstärke linear ansteigen. Da aber die Galvanometerausschläge in einem Punkte des abgelenkten Bündels der Teilchenzahl des ganzen Strahls proportional sind, so ist damit auch die Proportionalität zwischen dieser und der Phosphoreszenzintensität erwiesen.

32. Die Ermittelung des Einflusses der Energie des Einzelteilchens setzt zweierlei voraus. Wir brauchen erstens eine Sonderung nach diesen Einzelenergien. Diese liefert uns die Zerlegung durch das elektrische Feld, für welche die Größe $\frac{mv^2}{2}$ maßgebend ist. Zweitens brauchen wir die Kenntnis der Teilchenzahlverteilung im elektrischen Spektrum. Wir könnten diese mit dem geschützten Auffänger bestimmen; aber das Thermoelement ist zur Messung bequemer, und E. Rüchardt benutzt ein von T. Retschinsky[1]) angegebenes rechnerisches Verfahren, aus der Verteilung der Energie im elektrisch zerlegten Strahl die der Teilchenzahl zu ermitteln (26, S. 865).

Die Energie ist für die Ablenkung x:

$$E_x = N_x \cdot \left(\frac{mv^2}{2}\right)_x,$$

die Ablenkung selbst:

$$x = \frac{e \cdot K}{mv^2},$$

worin K die Versuchskonstante ist.

1) T. Retschinsky, Ann. d. Phys. 47, 539, 1915.

Daraus folgt:

$$N_x = \frac{E_x}{\left(\frac{mv^2}{2}\right)_x} = \left(\frac{2}{eK}\right) \cdot E_x \cdot x\,.$$

Bei der relativen Bedeutung dieser Auswertung von N kann man die geklammerte Konstante unbeachtet lassen und erhält die gesuchte Verteilung der N, indem man in der Energieverteilung jede Abszisse x mit der ihr zugehörigen Ordinate E_x multipliziert und dies Produkt als Funktion der x aufträgt.

Division der Phosphoreszenzintensität P_x durch die betreffenden N_x-Werte liefert endlich, wegen der bereits bewiesenen Proportionalität zwischen beiden bei konstanter kinetischer Energie der Teilchen, die von einem einzelnen Teilchen erregte Leuchtstärke.

E. Rüchardt findet nun als Funktion der $\frac{P_x}{N_x}$ von $\left(\frac{mv^2}{2}\right)_x$, — letztere durch Voltgeschwindigkeiten ausgedrückt — eine Gerade, welche nicht durch den Nullpunkt geht, sondern die Abszissenachse bei 3000 Volt schneidet. Die Proportionalität der Phosphoreszenzintensität mit der Energie des Einzelteilchens oberhalb dieser Grenze, in welcher wir den von J. Stark und G. Wendt (22) beobachteten Schwellenwert der erregenden Energie für Bandenlumineszenz wiedererkennen, ist damit nachgewiesen, ebenso auch die Proportionalität der gesamten Leuchtstärke mit allen Einzelfaktoren der Energie des erregenden Strahls.

c) Grenzen für die zur Lumineszenzerregung nötige Strahlgeschwindigkeit.

33. Die Existenz einer Schwellengeschwindigkeit der erregenden Strahlung für Phosphoreszenz ist zuerst von P. Lenard[1]) bei Kathodenstrahlen beobachtet worden. J. Stark und G. Wendt (21, 22) haben sie bei Kanalstrahlen für Linien- und Bandenfluoreszenz gefunden. Wir stellen hier die Werte nochmals tabellarisch zusammen, wie sie in den genannten Arbeiten zu finden sind.

34. Die Bedeutung der Schwellengeschwindigkeit der erregenden Kanalstrahlung bei Linienfluoreszenz kann nach allem, was J. Stark und G. Wendt (21) nachgewiesen haben, nicht zweifelhaft sein. Wir haben in ihr das Maß der Primärenergie zu sehen, welches nötig ist, um das Metallatom aus seinem Molekularverbande zu lösen. Damit stimmt überein, daß die Abstufungen des Schwellenwertes der Geschwindigkeit mit der in § 11 besprochenen, von J. Stark und

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12, 469, 1903.

G. Wendt (21) beobachteten Dicke der leuchtenden Schicht im Gasraum von dem bestrahlten festen Körper parallel geht.

Bei der Bandenfluoreszenz dürfte nach J. Stark die Schwellengeschwindigkeit kein Kennzeichen für die sichtbaren Banden sein, sondern für die ultravioletten, vom Kanalstrahlteilchen direkt mit Energie gefüllten Frequenzen, mit welchen jene gekoppelt sind und von welchen sie ihre Energie indirekt beziehen.

Tabelle II. Schwellengeschwindigkeiten für Kathodenstrahlen. (P. Lenard, Ann. d. Phys. 12, 469, 1903.)

No.	Substanz	v_s
1	CaS, Bi, $Na_2S_2O_3$	300 Volt
2	CaS, Mn, $Na_2S_2O_3$	1000 „
3	CaS, Cu, Na_2SO_4	1170 „
4	CaS, Cu	1900 „
5	SrS, Bi, Na_2SO_4	2500 „
6	ZnS Henry	1700 „
7	Uranglas	5800 „
8	Thüringer Glas	ca. 6000 „
9	Pentadecylparatolylketon	ca. 4000 „

Tabelle III. Schwellengeschwindigkeiten für Kanalstrahlen bei Linienfluoreszenz. (J. Stark und G. Wendt, Ann. d. Phys. 38, 678, 1912.)

Element	Verbindung	Beob. Farbe	Schwellenwert, Volt	Stromstärke Milliamp.
Lithium	Chlorid	Rote Leuchtf.	600	3,6
	Oxyd	„ „	600	
	„	λ 610	< 800	
Natrium	Chlorid	Gelbe Leuchtf.	750	4—15
Kalium	Chlorid und Oxyd	λ 580	< 2400	2,5
Rubidium	Suboxyd	λ 572	< 3500	1,7
Cäsium	Chlorid	λ 566	> 4500	
Magnesium	Chlorid	λ 518	< 1200	3,6
Calcium	Fluorid (Flußspat)	Rotviolette Leuchtfarbe	1500	1—8
	Karbonat (Kalkspat)		1500	
	Sulfat (Marienglas)		1500	
	Oxyd		1400	
Strontium	Chlorid	λ 496	< 2500	3
Barium	„	λ 554—493	< 2500	3
Thallium	Sulfat (?)	λ 535	> 4500	
Aluminium	Oxyd	λ 396	> 4500	
Zink	„	λ 478	> 4500	

Tabelle IV. Schwellengeschwindigkeiten für Kanalstrahlen bei Bandenfluoreszenz. (J. Stark und G. Wendt, Ann. d. Phys. **38**, 693, 1912.)

Substanz	Leuchtfarbe	Schwellenwert (Volt)
$NaCl$	weißblau	1100
KCl	„	600
$CsCl$	blau	500
$MgCl_2$	blauweiß	750
$SrCl_2$	blau	500
$BaCl_2$	blau	500
ZnO	gelb, grüngelb	700

35. Was die Größe des Schwellenwertes betrifft, so ist die Übereinstimmung in allen Fällen eine solche, daß sie der Ordnung nach festgelegt erscheint. Es kann wundernehmen, daß bei Kathodenstrahlen für den *SrBi*-Phosphor ein Schwellenwert von 2500 Volt (Tab. II), bei Kanalstrahlen ein solcher von 3000 Volt (E. Rüchardt: 26) gefunden wurde. Man würde den Kathodenstrahlen gegenüber den Kanalstrahlen eine größere Wirksamkeit auch hinsichtlich der Grenze der Erregungsfähigkeit zutrauen, ebenso wie die Kathodenstrahlen die Kanalstrahlen im Wirkungsgrad um das Zehnfache übertreffen (§ 29). Die von J. Stark und G. Wendt (Tab. IV) für Bandenfluoreszenz bei Salzen gegebenen Werte sind gegen diejenigen für Phosphore auffallend niedrig. Es muß künftigen Untersuchungen vorbehalten bleiben, die Werte der Schwellengeschwindigkeiten bei den verschiedenen lumineszenzfähigen Körpern sicherzustellen. Sie ermöglichen Rückschlüsse über den Bau der Emissionszentren. So könnte sich der höhere Schwellenwert der Phosphore gegenüber den Salzen dadurch erklären, daß die Phosphore — nach Ansicht Lenards — eine Oberflächenschicht besitzen, die vom erregenden Strahlteilchen erst durchsetzt werden muß, ehe der eigentliche Erregungsprozeß beginnt. Bei Salzen fehlt diese Schicht, die den Phosphoren wahrscheinlich durch den leicht schmelzbaren Zusatz verschafft wird.

36. E. Rüchardt (26) hat den Wert der Schwellengeschwindigkeit für *SrBi* zu einer sehr interessanten rechnerischen Schlußfolgerung benutzt, die einen Beitrag zur Quantenhypothese liefert.

SrBi hat bei Kanalstrahlerregung eine gut definierte Emission, eine einzige grüne Bande mit ausgesprochenem Maximum bei 530 $\mu\mu$, dem eine Frequenz von $v = 5{,}66 \cdot 10^{14}$ entspricht.

Der bei 3000 Volt gefundenen Grenzgeschwindigkeit entspricht im absoluten Maß ein Wert von

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{eV}{300} = \frac{4{,}7 \cdot 10^{-10} \cdot 3000}{300} = 47 \cdot 10^{-10} \text{ Erg.}$$

Von dieser Energie wird nach den Wirkungsgradmessungen E. Rüchardts (25) ein Betrag von rund 0,001 in Ansatz gebracht. Also ergibt sich:

$$47 \cdot 10^{-13} = h \cdot \nu$$
$$\underline{h = 8{,}3 \cdot 10^{-27}.}$$

37. Das Resultat ist überraschend; denn wenn auch der Zahlenfaktor bei der Unsicherheit des Beobachtungsmaterials natürlich nicht genau zu erwarten ist, so muß die Übereinstimmung der Größenordnung zur Vermutung führen, daß hier ein experimenteller Beweis der Quantenhypothese gegeben ist. Freilich einstweilen nur eine Vermutung. Denn, wie soeben in § 35 gesagt wurde, stimmen die Beobachtungen von J. Stark und G. Wendt nicht mit denen von E. Rüchardt; die Abweichungen sind so, daß die Größenordnung des obigen Resultats verloren gehen würde. Und ferner wissen wir nicht, wie weit der Einfluß des Zusammenbaues eines lumineszierenden Molekularkomplexes auf die Grenzgeschwindigkeit geht, jenes Aufbaues, von dem in § 35 bei Phosphoren im Gegensatz zu den Salzen die Rede war. Bei unserem heutigen Wissen können wir noch nicht mit Sicherheit entscheiden, ob bei dem Resultat von E. Rüchardt ein Zufall obwaltet oder nicht. Wir brauchen, wie schon gesagt, eine verfeinerte Kenntnis der Werte der Schwellengeschwindigkeit in den verschiedenen Fällen und müssen nur solche zur Prüfung des Quantensatzes anwenden, welche in ihrer Emission genau definiert sind.

38. An sich ist die Überlegung von E. Rüchardt einwandfrei. Es ist gegen sie[1]) geltend gemacht worden, daß man im Quantenprozeß den Wirkungsgrad nicht in Rechnung stellen dürfe. Das Elektron strahlt die ganze Energie aus, die es empfängt. Das ist selbstverständlich; aber das Elektron empfängt eben vom bewegten Wasserstoffatom nach den Messungen von E. Rüchardt nur etwa den tausendsten Teil seiner Energie, und diesen Teil setzt es nach dem Quantensatze mit einem Wirkungsgrad von 100 Proz. in Lichtenergie um. Die übrigen 999 Teile werden in Wärme und sonstige Energien verwandelt.

1) Das Folgende verdanke ich einer gütigen brieflichen Mitteilung Herrn E. Rüchardts.

Eine Überschlagsrechnung, welche den Energieumsatz zwischen Wasserstoffatom und Elektron als Fall des elastischen Stoßes behandelt, führt auf das gleiche Ergebnis[1]). Setzt man:

Die Geschwindigkeit des H-Atoms vor und nach dem Stoße: V_1, V_2,
" " " Elektrons " " " " " : $v_1 = 0$, v_2,
Die Masse des H-Atoms : M,
" " " Elektrons : $m = \frac{1}{2000} M$,
so gibt der

$$\begin{aligned} \text{Energiesatz: } & M(V_1^2 - V_2^2) = m v_2^2 \\ \text{Impulssatz: } & M V_1 = M V_2 + m v_2 . \end{aligned}$$

Daraus:

$$v_2 = \frac{2 M V_1}{M + m}$$

und der Wirkungsgrad:

$$\frac{m v_2^2}{M V_1^2} = \frac{4 M m}{(M + m)^2} = \frac{2}{1000} .$$

Mitberücksichtigung der Austrittsarbeit führt also auf eine Größe, wie sie von E. Rüchardt tatsächlich experimentell festgestellt worden ist. Die übrige, beim Stoße auf das Elektron nicht übertragene Energie behält das H-Atom und gibt sie an den Molekularkomplex in anderer Form ab. Der Lichtenergie kommt nur der auf das Elektron entfallende Anteil zugute.

Die Diskussion zeigt die Berechtigung der Überlegungen E. Rüchardts im Falle des $SrBi$-Phosphors. Es wäre von hohem Interesse, wenn noch weitere Beispiele an anderen lumineszenzfähigen Zentren nachgewiesen werden könnten.

39. Der Überblick des ganzen Gebietes, welches hier durchmessen worden ist, bestätigt das in der Einleitung Gesagte. Der Kanalstrahl ist nicht das feinste Prüfmittel für die Struktur des lumineszierenden Molekularkomplexes. Das zeigt besonders seine zerstörende und erwärmende Wirkung. Der Kathodenstrahl, die Lichtwelle ist ihm überlegen.

Aber es lassen sich mit seiner Hilfe andrerseits Vorgänge beobachten, welche besonders geeignet scheinen, unserer Erkenntnis weiter zu helfen. Das beweisen vor allem die Arbeiten von J. Stark und

---

1) Ebenfalls von Herrn E. Rüchardt mitgeteilt.

G. **Wendt**, wie von E. **Rüchardt**. Die rein qualitative Beobachtung wird allerdings kaum mehr erheblich Neues erwarten lassen. Die Verbindung mit der Hypothese der Lichtemission, die quantitative Erfassung der Erscheinungen wird in Zukunft den Untersuchungen in erster Linie zugrunde gelegt werden müssen.

Darmstadt, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule. 19. Mai 1919.

(Eingegangen 22. Mai 1919.)

Besprechungen.

L. Graetz, Die Atomtheorie in ihrer neuesten Entwicklung. 6 Vorträge. 88 S. mit 30 Abbildungen. Stuttgart, bei Engelhorn 1918.

J. Wiesent, Die neuesten Fortschritte in der Erkenntnis der Eigenschaften der Materie (Radioaktivität und Röntgenspektroskopie). 38 S. mit 6 Texttafeln und 8 Textabbildungen. Stuttgart, bei Enke 1918.

Es ist den Verf. ohne Zweifel an sich recht gut gelungen, die schwierigen Gebiete populär darzustellen, d. h. ohne besondere Vorkenntnisse vorauszusetzen bzw. solche, soweit sie unumgänglich notwendig sind, zwanglos erst beim Leser zu schaffen; insbesondere hat L. Graetz sich dieser Aufgabe mit bekanntem Geschick unterzogen. Inwieweit allerdings in beiden Schriftchen die große Gefahr, dem Ganzen den Anstrich des Sensationellen zu geben, vermieden wurde, ist eine Frage des persönlichen Geschmacks, deren Beantwortung auch davon abhängt, wie man sich überhaupt zu den wie es scheint modern werdenden zahlreichen Popularisierungsversuchen stellt. Die besonderen Verhältnisse der letzten Zeit (Vorträge vor Kriegsteilnehmern usw.) erschweren hier vielleicht ein objektives Urteil; aber sicher ist, daß viel an Schönheit und Gründlichkeit verloren gehen muß, wenn man Dinge leichtfaßlich darstellen will, die nur auf Grund eines umfangreichen verwickelten Tatsachenmaterials und aus tiefgehenden mathematischen Untersuchungen erschlossen werden konnten.

Die Verf. behandeln ähnliche Themen, L. Graetz mehr unter Betonung der physikalischen, J. Wiesent unter Betonung der chemischen Seite (periodisches System, Isotopen usw.), beide mit dem Endziel, die auf Bohr zurückgehenden neuesten Anschauungen über den Bau der Atome zu entwickeln. Graetz holt dabei sehr viel weiter aus und schließt seine Darstellung sehr hübsch an eine Schilderung der Vorgänge in Entladungen und in Elektrolyten an. Leider aber wird von beiden Verf. auch so manches geboten, was der Fachmann mit rechtem Befremden liest. In einigen Punkten, denen die Wissenschaft selbst noch schwankend gegenübersteht, sind solche Unrichtigkeiten vielleicht zu entschuldigen, wenn

man auch dabei das Gefühl nicht los wird, daß wesentlich im Interesse der Zeichnung eines recht schönen Bildes eine Korrektion der Wirklichkeit stattgefunden hat. So z. B. ist man erstaunt, bei Graetz die Modelle von Gasionen bereits hübsch sauber gezeichnet zu sehen oder die Bildung der Moleküle aus Atomen, den Vorgang der Anregung zur Lichtemission, das Zustandekommen der Reichweite von α-Strahlen usw. in glattester Weise geschildert zu finden. Bedenklicher aber sind direkte Fehler, wie etwa die merkwürdige Gitteraufstellung (die in beiden Schriften wiederkehrt) mit dem Brennpunkt in der Gitterebene oder der Nachweis des Druckes von Kathodenstrahlen durch das ominöse Crookessche Rädchen. Auch die Fig. 7 von Wiesent, in der sich die Lichtwelle aus Halbkreisen zusammensetzt, gehört hierher und ebenso wird die Art der Auswahl der „Literatur" am Schluß dem Physiker hier kaum als die richtige erscheinen. Es ist eine zu undankbare Aufgabe, allen derartigen Einzelheiten nachzugehen, so daß diese Beispiele genügen mögen. R. Seeliger.

M. Planck, Einführung in die Mechanik deformierbarer Körper. Zum Gebrauch bei Vorträgen sowie zum Selbstunterricht. 193 S. mit 12 Fig. Preis geh. 9,50 M., geb. 11,50 M. Leipzig, S. Hirzel. 1919.

Der vorliegende Band ist als Fortsetzung und Abschluß der Einführung in die Mechanik anzusehen, die vor kurzem im gleichen Verlag erschienen ist und gibt vermutlich im wesentlichen eine Darstellung der Vorlesung des Verf. über Mechanik der Continua. Wenigstens möchte dies der Ref. zur richtigen Beurteilung des Buches annehmen, dessen Wert doch in der Hauptsache darin zu liegen scheint, daß den zahlreichen Hörern und Schülern des Verfassers nun die Möglichkeit gegeben ist, das im mündlichen Vortrag Gehörte in ausgearbeiteter Form zu besitzen. Den leitenden Gedanken hat der Verf. im Vorwort selbst herausgehoben in dem Satz, daß „das Büchlein dem Leser dadurch, daß sich vor ihm die Mechanik deformierbarer Körper als eine natürliche Fortentwicklung der allgemeinen Mechanik aufbaut, vor allem eine gründliche Begriffsbildung verschaffen möchte". Dies Ziel ist auch durchaus erreicht, und so füllt das Buch eine in der eigentlichen Lehrbuchliteratur ohne Zweifel bisher vorhandene Lücke aus. Selbstverständlich ist im einzelnen alles richtig dargestellt (nur in dem S. 186 über Turbulenz Gesagten läßt sich wohl auch eine andere Auffassung der Sachlage rechtfertigen), vieles, insbesondere Anordnung und Aufbau des Stoffes, ist originell, und es steht hinter zahlreichen Einzelheiten die reiche pädagogische Erfahrung des Verfassers, so daß mancher Dozent mit Nutzen sich der Darstellung des Verf. anschließen wird. Aber es ist doch — namentlich in der eigentlichen Hydrodynamik tritt dies hervor — das Gebotene vielfach nach persönlichem Geschmack ausgewählt, so daß man auch weiterhin die bekannten und bewährten Lehrbücher nicht wird entbehren können. R. Seeliger.

Literatur der Elektronik.

I. Die Ionen in Gasen, Metallen und Elektrolyten.

1. Ionisierung und Elektrisierung in Gasen. (Lichtelektrischer Effekt.)

H. J. van der Bijl, Theory of the thermionic amplifier. Phys. Rev. **12**, 171—198, 1918.

M. v. Laue, Die Rolle der Bildkraft in der Thermodynamik der Glühelektronen. Jahrb. d. Rad. u. El. **15**, 301—305, 1918.

A. Righi, Sur l'ionisation produite par les rayons *X* en champ magnétique. II. Ann. de phys. **9**, 259—272, 1918.

A. Righi, Sulla ionizzazione prodotta dai raggi *X* nel campo magnetico. Cim. **14**, 209—225, 1918.

W. Schottky, Elektronendampfdruck und Clausius-Clapeyronsche Gleichung. (Bemerkung zu einigen Arbeiten von Herrn M. v. Laue.) Phys. Ztschr. **20**, 49—51, 1919.

J. T. Tate and P. D. Foote, Resonance and ionisation potentials for electrons in sodium vapour. Journ. Washington Acad. **7**, 517—525, 1918.

L. A. Welo, On the variations of the photo-electric current due to heating and the occlusion and emission of gases. Phys. Rev. **12**, 251—276, 1918.

2. Selbständige Strömung in Gasen (Spitzen-, Glimmstrom, Lichtbogen, Funke).

F. Bauch, Spitzenstromentladungen zwischen zwei und mehreren Spitzen bei Spannungen bis zu 65000 Volt. 61 S. Diss. Göttingen 1916.

C. D. Child, Electric force in the mercury arc. Phys. Rev. **12**, 277—283, 1918.

R. Holm, Zur Theorie des Glimmstroms. VII. Phys. Ztschr. **19**, 548—556, 1918.

R. Holm u. Th. Krüger, Zur Erklärung des Hittorfschen Kathodendunkelraums einer Glimmentladung. Phys. Zeitschr. **20**, 1—5, 1919.

J. E. Ives, On the effect of a transverse magnetic field on the discharge through a Geissler tube. Phys. Rev. **12**, 293—313, 1918.

C. A. Skinner, Polarization measurements at wire cathodes in separatly ionized gases. Phys. Rev. **12**, 136—142, 1918.

C. A. Skinner, Simplified theory of the cathode fall in gases with application to plates and wires. Phys. Rev. **12**, 143—157, 1918.

E. R. Wolcott, Effects of dielectrics on the sparking voltage. Phys. Rev. **12**, 284—292, 1918.

3. Elektrische Strahlen.

R. W. Lawson u. **V. F. Hess**, Über die photographische Registrierung der α-Teilchen. Wien. Ber. **127**, 461—470, 1918.

R. W. Lawson u. **V. F. Hess**, Die Reflexion der α-Teilchen in einem Glasrohr bei schräger Inzidenz. Wien. Ber. **127**, 535—562, 1918.

P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten. Abh. Heidelb. Akad. 1918, 5. Abh., 266 S.

J. Stark, Bericht über die Ionisierung durch Kanalstrahlen. Jahrb. d. Rad. u. El. **15**, 329—364, 1918.

4. Die Ionen in Metallen.

C. Benedicks, Effet électrothermique, comprenant comme cas spécial l'effet Thomson. C. R. **167**, 296—299, 1918.

H. C. Burger, Das Leitvermögen verdünnter mischkristallfreier Legierungen. Phys. Ztschr. **20**, 73—75, 1919.

A. E. Caswell, Thomson effect in bismuth-tin alloys. Phys. Rev. **12**, 231 bis 237, 1918.

A. E. Caswell and **C. A. Mc Kay**, Conductivities and thermo-electric powers of bismuth-tin alloys. Phys. Rev. **12**, 226—230, 1918.

E. Gumlich, Über die Abhängigkeit der magnetischen Eigenschaften, des spezifischen Widerstandes und der Dichte der Eisenlegierungen von der chemischen Zusammensetzung und der thermischen Behandlung. Ztschr. f. Elektrochem. **24**, 372—377, 1918.

H. Pécheux, De la thermo-électricité du tungstène. C. R. **167**, 487—489, 1918.

W. E. Tisdale, The effects of gases and metallic vapours on the electrical properties exhibited by selenium crystals of the hexagonal system. Phys. Rev. **12**, 325—335, 1918.

S. R. Williams, The electrical conductivity of vertically suspended wires. Phys. Rev. **12**, 243—250, 1918.

5. Ionisation in Elektrolyten.

R. Ambronn, Über die elektrische Leitfähigkeit von Natron-Kalk-Silikatgläsern. Ann. d. Phys. **58**, 139—164, 1919.

J. Ch. Ghosh, The electrical conductivity of acids and bases in aqueous solutions. Journ. Chem. Soc. **113**, 790—799, 1918.

6. Elektromotorische Kraft in Elektrolyten.

H. A. Fales and **W. C. Vosburgh,** Planck's formula for the potential difference between solutions and the values of certain important cells Journ. Amer. Chem. Soc. **40**, 1291—1316, 1918.

II. Optik der Elektronen.

7. Allgemeine Dynamik der Elektronen.

E. Meyer, Nachtrag zur Arbeit: „Über die atomistische Struktur der Elektrizität" von R. Bär. Ann. d. Phys. **57**, 628, 1918.

8. Dielektrizität und Magnetismus.

J. R. Asworth, On the calculation of magnetic and electric saturation values. Phil. Mag. **36**, 351—360, 1918.

E. Bauer, P. Weiß et **A. Piccard,** Sur les coefficients d'aimantation de l'oxygène, de l'oxyde azotique et la théorie du magnéton. C. R. **167**, 484—487, 1918.

C. Brauneck, Über die magnetischen Eigenschaften von Stoffen mit künstlicher Anisotropie. 56 S. Diss. Gießen 1918.

O. E. Frivold, Diamagnetismus bei schwachen Feldstärken. Ann. d. Phys. **57**, 471—488, 1918.

E. Gumlich, Über die Abhängigkeit der magnetischen Eigenschaften, des spezifischen Widerstandes und der Dichte der Eisenlegierungen von der chemischen Zusammensetzung und der thermischen Behandlung. Ztschr. f. Elektrochem. **24**, 372—377, 1918.

C. W. Heaps, The relation between certain galvanomagnetic phenomena. Phys. Rev. **12**, 340—350, 1918.

K. Honda, Note on the Weiss molecular field in ferromagnetic substances. Phys. Rev. **12**, 238—242, 1918.

M. Jona, Die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante einiger Gase und Dämpfe. Phys. Ztschr. **20**, 14—21, 1919.

A. E. Oxley, The diamagnetism of hydrogen and the value of the magneton. Proc. Roy. Soc. **95**, 58—61, 1918.

F. Piola, Rappresentazione armonica del ciclo di isteresi magnetica. Cim. **14**, 234—261, 1918.

A. W. Smith, Note on the reversal of the Corbino effect in iron. Phys. Rev. **12**, 337—339, 1918.

A. W. Smith u. **W. Smith,** Magnetic susceptibility of mixtures of liquids. Journ. Amer. Chem. Soc. **40**, 1218—1224, 1918.

P. Weiss, Sur une propriété du ferromagnétisme. C. R. **167**, 74—76, 1918.

E. H. Williams, The magnetic properties of some rare earth oxides as a function of the temperature. Phys. Rev. **12**, 158—166, 1918.

9. Thermische Strahlung, Absorption und Dispersion fester und flüssiger Körper.

G. L. Bas, Refractivities of saturated and unsaturated compounds. Trans. Faraday Soc. **13**, 414—419, 1918.

M. Born, Über die ultraroten Eigenschwingungen zweiatomiger Kristalle. Phys. Ztschr. **19**, 539—548, 1918.

G. E. Gibson and **W. L. Argo,** Absorption spectra of the blue solutions of certain alkali and alkaline earth metals in liquid ammonia and in methylamine. Journ. Amer. Soc. **40**, 1327—1361, 1918.

G. Grüttner u. **E. Krause,** Die Atomrefraktion und Atomdispersion des vierwertigen Bleies, abgeleitet aus den gesättigten Bleitetraalkylen, Liebigs Ann. **415**, 338—362, 1918.

Massol et **Faucon,** Absorption des radiations ultraviolettes par les dérivés phénylés du méthane. C. R. **166**, 819—821, 1918.

K. Schaefer, Optische Untersuchungen über die Konstitution der schwefligen Säure, ihrer Salze und Ester. Experimentell bearbeitet mit Willy Köhler. Ztschr. f. anorg. Chem. **104**, 212—250, 1918.

10. Lumineszenz fester und flüssiger Körper.

D. Geoghegan, On the phenomena of fluorescence. Chem. News **117**, 322, 1918.

F. v. Hauer, Die Lumineszenzerscheinungen der Sidotblende und ihr Vergleich mit den theoretischen Vorstellungen. Wien. Ber. **127**, 369—393, 1919.

E. L. Nichols, H. L. Howes and **D. T. Wilber,** The photoluminescence and cathodoluminescence of calcite. Phys. Rev. **12**, 351—367, 1918.

H. B. Weiser, Crystalloluminescence. Journ. Phys. Chem. **22**, 480—509, 1918.

11. Emission, Absorption und Dispersion der Gase.

H. Bell, Atomic number and frequency differences in spectral series. Phil. Mag. **36**, 339—347, 1918.

J. N. Collie and **H. E. Watson,** On the spectrum of cadmium in the inactive gases. Proc. Roy. Soc. **95**, 115—120, 1918.

L. M. Dennis and **J. A. Bridgman,** Spark and arc spectra of gallium, indium and zinc. Journ. Amer. Chem. Soc. **40**, 1531—1561, 1918.

G. A. Hemsalech, On the origin of the line spectrum emitted by iron vapour in a electric resistance furnace at temperatures above 2500° C. Phil. Mag. **36**, 281—296, 1918.

J. Holtsmark, Über optische Absorptionskanten. Phys. Ztschr. **20,** 88 bis 92, 1919.

Ph. Klein, Messungen im kurzwelligen Teil des Cerbogenspektrums nach internationalen Normalen. Ztschr. f. wiss. Photogr. **18,** 45—83, 1918.

J. C. Mc Lennan and **H. J. C. Treton,** On fundamental frequencies in the spectra of various elements. Phil. Mag. **36**, 461—471, 1918.

J. C. Mc Lennan and **J. F. T. Young,** On the ultraviolet spectra of magnesium and selenium. Phil. Mag. **36**, 450—460, 1918.

R. A. Millikan and **R. A. Sawyer,** Extreme ultraviolet spectra of hot sparks in high vacua. Phys. Rev. 12, 167—170, 1918.

J. T. Tate and **P. D. Foote,** Resonance and ionisation potentials for electrons in sodium vapour. Journ. Washington Acad. **7**, 517—525, 1918.

W. Vahle, Das Bogenspektrum des Zirkons, gemessen nach internationalen Normalen. Ztschr. f. wiss. Photogr. 18, 84—137, 1918.

12. Die Strahlung im elektrischen und magnetischen Feld.

W. Steubing, Spektrale Intensitätsverschiebung und Schwächung der Jodfluoreszenz durch ein magnetisches Feld. Ann. d. Phys. **58**, 55—104, 1919.

T. R. Merton, On the electrical resolution and broadening of helium lines. Proc. Roy. Soc. **95**, 30—38, 1918.

13. Röntgenstrahlen, γ-Strahlen.

W. Friedrich u. **H. Seemann,** Eine neue röntgenspektroskopische Methode. Phys. Ztschr. **20**, 55—58, 1919.

R. Groß, Über die Intensitätsverteilung innerhalb der Beugungsflecken eines Lauephotogramms. Leipz. Ber. **70,** 3—12, 1918.

R. Groß, Über die experimentelle Erforschung der Kristallstruktur mit Hilfe der Röntgenstrahlen. Jahrb. d. Rad. u. El. **15**, 305—329, 1918.

H. Holthusen, Bestimmung des Streuungskoeffizienten von Röntgenstrahlen. Phys. Ztschr. **20**, 5—12, 1919.

A. Righi, Sur l'ionisation produite par les rayons X en champ magnétique. II. Ann. de phys. **9**, 259—272, 1918.

P. Scherrer, Bestimmung der Größe und der inneren Struktur von Kolloidteilchen mittels Röntgenstrahlen. Gött. Nachr. **1918**, 98—100.

H. Seemann, Über die Ökonomie der röntgenspektroskopischen Methoden. Phys. Ztschr. **20**, 51—55, 1919.

E. Wagner, Spektraluntersuchungen an Röntgenstrahlen. Über die Messung

der Planckschen Quantenkonstante *h* aus dem zur Erzeugung homogener Bremstrahlung notwendigen Minimumpotential. Ann. d. Phys. **57**, 401—470, 1918.

III. Chemische Elektronik.

14. Atom- und Valenzlehre.

H. Bell, Atomic number and frequency differences in spectral series. Phil. Mag. **36**, 337—347, 1918.

M. Born, Über kubische Atommodelle. Verh. d. D. Phys. Ges. **20**, 230 bis 239, 1918.

M. Born u. A. Landé, Kristallgitter und Bohrsches Atommodell. Verh. d. D. Phys. Ges. **20**, 202—209, 1918.

M. Born u. A. Landé, Über die Berechnung der Kompressibilität regulärer Kristalle aus der Gittertheorie. Verh. d. D. Phys. Ges. **20**, 210—216, 1918.

F. W. Clarke, Notes on isotopic lead. Proc. Nat. Acad. **4**, 181, 1918.

P. Debye u. P. Scherrer, Atombau. Gött. Nachr. **1918**, 101—120.

K. Fajans, Zur Begriffsbestimmung des chemischen Elements. Die Naturwiss. **6**, 751—755, 1918.

F. Körber, Über die Entstehung der Kristallstruktur bei den Metallen. Stahl u. Eis. **38**, 876—879, 1918.

A. Landé, Elektronenbahnen im Polyederverband. Berl. Ber. **1919**, 1.

A. Landé, Dynamik der räumlichen Atomstruktur. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 2—12, 1919.

F. H. Loring, Elements in the order of their atomic weights. Chem. News **117**, 352, 1918.

F. H. Loring, Definition of valency. Chem. News **117**, 319—322, 352, 1918.

P. Pfeiffer, Molekülverbindungen mit hohen Koordinationszahlen und mit Atomgruppen als Koordinationszentren. (Beitrag zur Stereochemie anorganischer Bor-, Silizium- und Phosphorverbindungen.) Ztschr. f. anorg. Chem. **105**, 26—34, 1918.

T. W. Richards and **W. C. Schumb,** The refractive index and solubilities of the nitrates of lead isotopes. Journ. Amer. Chem. Soc. **40**, 1403 bis 1409, 1918.

A. Stewart, Atomic structure from the physico-chemical standpoint. Phil. Mag. **39**, 326—336, 1918.

R. Szymanowitz, Elements in the order of their atomic weights. Chem. News **117**, 339—340, 1918.

F. Wenzel, Die chemische Struktur der Atome. I. Die typischen Ele-

mente. Journ. f. prakt. Chem. 98, 155—167, 1918. II. Die Valenzmassen und ihre Bindungsarten. Ebenda 98, 168—177, 1918. III. Die Stereoisomerie der Ammoniumverbindungen. Ebenda 98, 178—192, 1912. IV. Das metallische Kohlenstoffatom. Ebenda 98, 193—203, 1918.

J. Wimmer, Zur Berechnung der Ionenladung in Kristallen. Phys. Ztschr. **20**, 92—93, 1919.

15. Chemische Wirkungen der Gasionen und elektrischen Strahlen.

E. Briner et **A. Baerfuss,** Contribution à l'étude de la formation de l'ammoniaque au moyen des décharges électriques. Helv. Chim. Acta **2**, 95—100, 1919.

D. Mc Gougan, Some properties of metals under the influence of alpha rays. Phys. Rev. **12**, 122—129, 1918.

16. Chemische Wirkungen der Ionen in Elektrolyten.

Fr. Fichter u. **J. Müller,** Das Verhalten von Phosphaten an der Anode. Helv. Chim. Acta 1, 297—305, 1918.

17. Chemische Wirkungen des Lichtes.

Lüppo-Cramer, Neue Untersuchungen zur Theorie der photographischen Vorgänge. Photogr. Korresp. 55, 48—50, 79—84, 1918.

A. v. Samsonsonow, Über die Depolarisatoren des Becquereleffekts. Ztschr. f. wiss. Photogr. 18, 141—176, 1918.

E. Warburg, Über den Energieumsatz bei photochemischen Vorgängen. III. Die Photolyse wässeriger Lösungen und das photochemische Äquivalenzgesetz. Berl. Ber. **1918**, 1228—1246.

IV. Radioaktivität.

18. Allgemeines über Radioaktivität.

19. Physikalische und chemische Eigenschaften radioaktiver Stoffe.

H. N. Mc Coy and **L. M. Henderson,** The ratio of mesothorium to thorium. Journ. Amer. Chem. Soc. **40**, 1316—1326, 1918.

V. F. Hess u. **R. W. Lawson,** Die Zahl der von Radium ausgesandten Radiumteilchen. Wien. Ber. **127**, 405—459, 1918.

St. Meyer u. F. Paneth, Über die Aktinium-Zerfallsprodukte. Wien. Ber. 127, 147—193, 1918.

S. Ratner, On some properties of the active deposit of radium. Phil. Mag. 36, 397—405, 1918.

20. Vorkommen radioaktiver Stoffe.

L. Francesconi, L. Granata, A. Nieddu u. G. Angelino, Über die Radioaktivität italienischer Mineralien. Gazz. chim. ital. 48, 112—113, 1918.

V. F. Hess, Über die Verteilung der radioaktiven Substanzen in und über dem Meere. Wien. Ber. 127, 1297—1313, 1918.

E. v. Schweidler, Über Versuche zum Nachweis einer negativen Korpuskularstrahlung kosmischen Ursprungs. Wien. Ber. 127, 515—533, 1918.

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

16. Band. Jahr 1919. Heft 2.

Die Hochvakuum-Röntgenröhren.

Von J. E. Lilienfeld.

Mit 34 Figuren im Text und auf Tafeln I u. II.

Inhalt:

Literaturzusammenstellung.*)

(Aus der umfangreichen medizinischen Literatur wurden — dem Charakter des „Jahrbuchs" entsprechend — nur solche Arbeiten berücksichtigt, welche ein neues Licht auf die physikalischen Gesichtspunkte zu werfen geeignet sind. An sich wertvolle Veröffentlichungen rein medizinischen Inhalts bleiben hier also unerwähnt. Auch dürfte infolge der Zeitumstände nichtdeutsche Literatur nicht mit der wünschenswerten Vollständigkeit berücksichtigt sein.)

1. Lilienfeld und Rosenthal, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. 18, 4, 256—261, 1911/12.
2. Rosenthal, ebenda, 20, 5, 448—453, 1913; vgl. auch Rosenthal, Archiv d. Elektromed. Heft 376, 1914.
3. Heineke und Rosenthal, Münch. med. Wochenschr. 60, 7, 382, 1913.
4. Lilienfeld, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. Leipzig, 66, 76—79, Febr. 1914.
5. Holzknecht, Wiener klin. Wochenschr. 18, 483—484, 1915.
6. Holzknecht, Münch. med. Wochenschr., 62, 25, 837—843, 1915.
7. F. J. Koch, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. 23, 1, 1915/16.
8. F. J. Koch, Strahlentherapie, 6, 354, 1915.
9. Albers-Schönberg, Hamburger Ärzte-Korrespondenz Nr. 47, 1915.
10. Albers-Schönberg, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. 24, 5, 423, 1917.
11. Hirsch, Deutsche med. Wochenschr. 43, Heft 5, 1917.
12. Lilienfeld, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. Leipzig, 69, 226—261, April 1917.
13. Lilienfeld, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. 25, 77—88, 1917.
14. Küpferle und Lilienfeld, Grundl. therap. Anwendung v. Röntgenstr., Freiburg u. Leipzig, bei Speyer & Kaerner, Juni 1917.
15. Lilienfeld, Ann. d. Phys. (4), 32, 673—738, 1910.
16. Lilienfeld, Ann. d. Phys. (4), 43, 24—46, 1914.
17. Fred. Soddy, Phys. Zeitschr. 9, 1, 1908.
18. Lilienfeld, ebenda 9, 193, 1908.
19. Langmuir, Physical Rev. (2), 2, 450, 1913.
20. Langmuir, Phys. Zeitschr. 15, 348, 1914.
21. Langmuir, Phys. Zeitschr. 15, 516, 1914.
22. Dushman, Phys. Zeitschr. 15, 681, 1914.
23. Lilienfeld, Physical Rev. 3, 364—365, 1914.
24. Lilienfeld, Phys. Zeitschr. 15, 744—746, 1914.
25. Lilienfeld, Ann. d. Phys. (4), eingesandt August 1919.
26. Coolidge, American Journal of Roentgenology, März 1914.
27. Coolidge, Physical Rev. 1914.
28. Coolidge, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. 22, 18, 1914.
29. Coolidge, Strahlentherapie 5, 431, 1914.
30. Lilienfeld, Physical Review 3, Nr. 5, 366, 1914.

*) Es ist empfehlenswert, beim Studium allgemeinerer physikalischer, mit dem hier behandelten Gegenstand zusammenhängender Fragen sich des V. Bandes des Handbuches der Radiologie von Erich Marx (Leipzig 1919) zu bedienen.

31. Lilienfeld, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **22**, Heft 4, 418—420 1914/15.
32. Cole, American Journal of Roentgenology, März 1914.
33. Cole, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **22**, 29, 1914.
34. Coolidge, American Journal of Roentgenology, 1916, S. 881.
35. Coolidge, General Electric Rev. **21**, Nr. 1, 56—60, 1918.
36. Coolidge und Moor, General Electric Rev. **21**, Nr. 1, 60—67, 1918.
37. Lilienfeld, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **23**, 383, 1915.
38. Lilienfeld, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. Leipzig **69**, 45—56, 1917.
39. Lilienfeld, Phys. Zeitschr. **20**, Nr. 12, 280—282, 1919.
40. Lilienfeld, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **26**, 393—398, 1919.
41. Rutherford, Barnes und Richardson, Phil. Mag. (6), **30**, 339, 1915; vgl. auch Phil. Mag. (6), **34**, 153, 1917.
42. Wagner, Phys. Zeitschr. **18**, 442, 1917.
43. Lilienfeld, Phys. Zeitschr. **19**, 515, 1918.
44. Küpferle und Lilienfeld, Strahlentherapie **9**, 10—45, 1918—19.
45. Seemann, Phys. Zeitschr. **18**, 242—249, 1917; vgl. auch Phys. Zeitschr. **20**, 51—58, 1919.
46. Lilienfeld, Phys. Zeitschr. **19**, 263—269, 1918.
47. Lilienfeld und Seemann, Phys. Zeitschr. **19**, 269—271, 1918.
48. Compton, Phys. Rev. 1916.
49. W. Wien, Göttinger Nachr. 1907.
50. Stark, Phys. Zeitschr. **8**, 1907.
51. Sommerfeld, Münchn. Akad. Berichte 1911.
52. Sommerfeld, Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 1917.
53. Webster, Physical Rev. 1916.
54. Hull, American Journal of Roentgenology S. 893, 1916.
55. Duane und Hunt, Physical Rev. **6**, 166, 1915.
56. Hull, Physical Rev. 1916.
57. Hull und Rice, Proc. of the Nation. Acad. of Sciences **2**, 266, 1916.
58. De Broglie, C. R. **162**, 596, 1917.
59. Wagner, Ann. d. Phys. (4), **57**, 401, 1918.
60. Müller, Phys. Zeitschr. **19**, 490, 1918.
61. W. Wien, Ann. d. Phys. (4) **18**, 991, 1905.
62. Angerer, Ann. d. Phys. (4) **21**, 87, 1906.
63. Carter, Ann. d. Phys. (4) **21**, 955, 1906.
64. Eve u. Day, Phil. Mag. **23**, 683, 1912.
65. Beatty, Phil. Mag. **39**, 314, 1913.
66. Höppner, Ann. d. Phys. (4) **46**, 577, 1915.
67. Rutherford u. Barnes, Phil. Mag. **30**, 361, 1915.
68. Weeks, Physical Rev. **10**, 564, November 1917.
69. Whiddington, Proc. Roy. Soc. 85 A, 1911.
70. Brainin, Physical Rev. **10**, 461, November 1917.
71. Dessauer, Münch. med. Wochenschr., S. 971 ff., bes. S. 973, Juli 1917; vgl. auch Deutsche optische Wochenschr., Nr. 216, S. 169, 1917.
72. Lilienfeld, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss., Leipzig, LXXI, S. 113, Febr. 1919.

73. Lilienfeld, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss., Leipzig, LXXI, S. 145, Febr. 1919.
74. Dessauer und Back, Verh. d. Deutschen Phys. Ges., 21. Jahrg. Heft 9/10, S. 168ff., 1919.
75. Lilienfeld, Verh. d. Deutschen Phys. Ges., **21**, Heft 13/14, 504, 1919.
76. Clayton T. Ulrey, Physical Rev. XI, **5**, 401, 1918.
77. Lilienfeld, Phys. Zeitschr. **19**, 514—516, 1918.
78. Webster u. Clark, Proc. Nat. Acad. **3**, 185, 1917.
79. Webster, Physical Rev. VII, 599, Juni 1916.
80. Benjamin Allen Wooten, Physical Rev. XIII, **1**, S. 71, Januar 1919.
81. Bergen Davis, Physical Rev. XI, **6**, S. 433, Juni 1918.

1. Einleitung.

§ 1. Rückblick auf die gashaltige Röntgenröhre ursprünglicher Art.

In den ersten fünfzehn Jahren, welche der Entdeckung der Röntgenstrahlen folgten, war die Herstellung der Röntgenstrahlung an die unselbständige, auf Stoßionisation beruhende Gasentladung geknüpft. Infolgedessen ist in der Röntgenröhre der ursprünglichen Art Intensität und Härte der Strahlung in erster Linie Funktion der Dichte und chemischen Natur des Gases. Dadurch wird aber eine außerordentliche Labilität des Röntgenbetriebes bedingt. Denn die Gasdichte im Raum ist durch einen stationären Gleichgewichtszustand zwischen der Dichte im Volumen und dem Grade der Sättigung der Glaswände und der Elektroden gegeben. Die Einstellung des endgültigen Gleichgewichts zwischen dieser Sättigung und dem Gasdrucke kann schon allein angesichts der im Betriebe vorkommenden bedeutenden Temperaturänderungen nicht abgewartet werden; die in verschiedenen Tiefen der den Röhrenraum begrenzenden Körper vor sich gehende Gasaufnahme und Gasabgabe ist ein Vorgang, der in vollständig unkontrollierbarer Weise verläuft. Hauptsächlich wird aber das Gleichgewicht anhaltend durch die Entladung selbst verschoben, welche Änderungen in der Struktur und in der Verteilung der im Rohre enthaltenen Metalle bewirkt, Änderungen, die zusammenfassend mit dem Wort „Zerstäubungen“ bezeichnet werden. Es ist bekannt, daß der Zerstäubungsvorgang von einer Gasaufnahme aus dem Röhrenvolumen, also von einer Herabminderung der Gasdichte begleitet wird.

Somit ist in den Röntgenröhren ursprünglicher Art, in denen die Entladung durch Ionenstoß eingeleitet und aufrecht erhalten wird, eine empfindliche und unkontrollierbare Unbeständigkeit vorhanden und die Lebensdauer sehr eingeschränkt. Gerade der für den Röhrenbetrieb unentbehrliche Ionenstoß verursacht Zerstäubungen, welche ihrerseits wieder

zur Entfernung des Gases beitragen, das den Ionenstoß zu bewirken hat. Der Widerspruch ist ein grundsätzlicher und läßt es in zwingender Weise als ausgeschlossen erscheinen, daß jemals ein Rohr der ursprünglichen Art mit einer Zuverlässigkeit arbeiten könnte, wie sie im allgemeinen von technischen Apparaten verlangt zu werden pflegt. — Die Praxis lehrt, daß diese Schlußfolgerung durchaus berechtigt ist; Bestrebungen, die ursprüngliche Röntgenröhre durch Regeneriervorrichtungen und andere Maßnahmen betriebszuverlässig zu gestalten, haben wohl zu mehr oder minder brauchbaren Notbehelfen, in keinem Falle aber zu einer im technischen Sinne befriedigenden Lösung geführt.

Außer dem erwähnten Nachteil der Unkonstanz hat die ursprüngliche Röntgenröhre auch die das praktische Arbeiten behindernde Eigenschaft, daß die Härte der Strahlung nicht beliebig verändert werden kann, sondern daß man stets mit derjenigen Härte arbeiten muß, die der in dem gerade herrschenden zufälligen Zustand vorhandenen Gasdichte entspricht. Der mit gashaltigen Röhren arbeitende Arzt pflegt sich zwar in engen Grenzen dadurch zu helfen, daß er bei seinen Aufnahmen darauf verzichtet, mit einer auch nur angenähert im Gleichgewichtszustand befindlichen Röhre zu arbeiten. Die Röhre wird vielmehr unmittelbar vor der Aufnahme durch Hinzufügung von Gas auf die jeweils gebrauchte Härte eingestellt. Der Arzt nimmt dabei den Nachteil in Kauf, daß die Röhre kurz nach der Aufnahme wieder ganz andere Eigenschaften hat als vorher. Offenbar ist diese Arbeitsweise nur ein recht unvollkommener Notbehelf, nicht aber eine technisch annehmbare Methode der Härteregelung.

§ 2. Inhalt der ersten Veröffentlichungen.

Es ergibt sich aus dem gekennzeichneten Verhalten der gashaltigen Röntgenröhre, daß eine Beseitigung der Mängel des ursprünglichen Röntgenbetriebes nur dann in grundlegender Weise — also ohne die Krücken verschiedener Notbehelfe zu benutzen — denkbar wäre, wenn von der Mitwirkung der restlichen Gasdichte bei der Einleitung der Entladung Abstand genommen werden könnte. Daß aber dieser Weg — seine Verwirklichbarkeit vorausgesetzt — unbedingt zu einem Erfolg führen müßte, kann durchaus nicht als in einer von vornherein einleuchtenden Weise sichergestellt gelten. Denn selbst angenommen, daß ein Verfahren gegeben wäre, den Kathodenstrahl ohne die Mitwirkung der Stoßionisation auszulösen, so wäre damit noch keinesfalls gesagt, daß die zu diesem Zwecke anzuwendende Elektronenquelle — etwa ein Glühdraht — nicht in erheblicher, wenn auch dem

physikalischen Grunde nach sekundärer Weise dem Einfluß der Gasreste unterliegen würde. Dem Stande der allgemeinen Erfahrungen nach war im Gegenteil anzunehmen, daß sowohl eine jede Abgabe von Elektronen als auch die durch sie in die Wege geleitete Entladung sich als im höchsten Maße von den Gasresten abhängig erweisen müsse. Man braucht sich nur den Stand der Literatur über den photoelektrischen Hallwachs-Effekt, sowie über die Abgabe der Elektronen von glühenden Metallen, den Richardson-Effekt, im ersten Jahrzehnt dieses Jahrhunderts anzusehen, sich die zahlreichen, geradezu entgegengesetzten Beobachtungen und Behauptungen zu vergegenwärtigen, um zu erkennen, wie stark alle diese Erscheinungen im allgemeinen sekundären Einflüssen ausgesetzt zu sein pflegen.

Daß der Einfluß der Gasreste sowohl auf die Elektronenabgabe als auch auf die Entladung verschwinden würde, wenn in einem absoluten Vakuum gearbeitet werden könnte, wäre wohl auf dem Wege über eine logische Abstraktion zu folgern gewesen; die Folgerung ist aber keiner praktischen Nutzanwendung fähig. Denn das höchste Vakuum, welches wir mit den gegenwärtigen Hilfsmitteln technisch herstellen können — gar nicht zu sprechen von der Pumptechnik jener Zeit —, dürfte immer noch mehr als 10^8 bis 10^{10} Moleküle im Kubikzentimeter enthalten. Die Gasdichte aber in von der Pumpe abgetrennten Gefäßen hat jedenfalls selbst im günstigsten Falle einen noch höheren Wert. Daß diese verhältnismäßig hohen Gasdichten — technisch gesprochen — einem absoluten Vakuum gleichzusetzen seien, weil sie auf die Entladungsvorgänge und die Elektronenabgabe keinen merklichen Einfluß mehr ausüben, das war nicht zu vermuten und auch in der Tat weder in der Natur der Sache noch in den ursprünglichen Erfahrungen begründet.

§ 3. Lilienfelds Untersuchungen und seine ersten Patentschriften.

Nichts anderes als eine experimentelle Untersuchung konnte demnach Aufschluß darüber geben, ob es überhaupt möglich ist von dem Einfluß der Gasreste freizukommen. Die ersten Untersuchungen[15, 16]) über die in einem sorgfältig hergestellten Hochvakuum bestehenden Entladungsbedingungen reichen in die Jahre 1906—1908 zurück und stammen von mir. Die für die Einleitung der Entladung erforderlichen Elektronen wurden glühenden Körpern entnommen — Oxyden nach Wehnelt sowie reinen Metallen. Als eine der grundlegenden Tatsachen ergab sich nicht nur die Möglichkeit selbst im höchsten Vakuum eine Entladung einzuleiten, sondern die an sich noch viel überraschendere

Tatsache, daß diese Entladung vollkommen unabhängig von der Gasdichte wurde, vorausgesetzt, daß ein bestimmter Minimalwert der Gasdichte unterschritten war. Auf eine zweite Grundtatsache, die dabei sich ergab, — das Verschwinden der Raumladung unter geeigneten Bedingungen — wird in den § 13—15 eingegangen werden.

Meine Untersuchungen betrafen ursprünglich das Studium der allgemeinen physikalischen Zusammenhänge; Gedanken an irgendeine technische Anwendung lagen ihnen durchaus fern. Am allerwenigsten war bei Anstellung der Versuche an die Konstruktion einer Röntgenröhre gedacht worden. Im Laufe der Arbeiten tauchte jedoch die Aufgabe auf, einen gut zentrierten Kathodenstrahl von beliebiger Geschwindigkeit im Hochvakuum herzustellen zu dem Zwecke, seine Absorption und Streuung längs der Achse eines besonderen Entladungsgebildes zu studieren*). Diese Aufgabe war aber so gut wie vollkommen gleichbedeutend mit der Herstellung einer Hochvakuumröntgenröhre.

So ist nicht nur die grundsätzliche Möglichkeit zur Lösung der Aufgabe, sondern auch die Aufgabe selbst, welche ich erstmalig in meiner ältesten Patentschrift (D.R.P. 256534) vom Oktober 1911 formulierte, aus dem Studium rein physikalischer, bei der Hochvakuumentladung sich darbietender Zusammenhänge, nicht aber aus der Beschäftigung mit Fragen der Röntgentechnik hervorgegangen. Die Aufgabestellung der Patentschrift ist diese: es ist eine Röntgenröhre herzustellen, deren Vakuum so hoch zu sein hat, daß gebräuchliche Spannungen nicht ohne weiteres eine Entladung bewirken können; dann ist aber durch Mittel, welche sich nicht der Änderung der Gasdichte bedienen, die Möglichkeit zu schaffen, die die Röntgenstrahlen auslösende Entladung einzuleiten. Als Begründung für diese Aufgabestellung wird in der Patentschrift sowohl wie auch in einer kurz darauf verfaßten Publikation [1]) angegeben, daß der vorgezeichnete Weg über ein hohes Vakuum physikalischen Untersuchungen gemäß absolute Konstanz, Abwesenheit jeglicher Zerstäubung der Elektroden sowie schließlich den Vorteil verheiße, in jedem Augenblick eine Strahlung beliebiger Härte und Intensität herstellen zu können.

Die Mittel, welche von meiner Patentschrift zur Lösung der Aufgabe angegeben werden, umfassen einerseits die Vorgänge, andererseits die konstruktiven Möglichkeiten, welche zu dem Ziele führen.

---

*) Lilienfeld, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. **64**, 420ff., 1912.

Als Vorgang nennt die Patentschrift in erster Linie die Einleitung einer Entladung von einer selbständigen Elektronenquelle — so z. B. von einem glühenden Drahte — aus. Dieser als „Primärentladung" bezeichnete Entladungsvorgang soll je nach seiner Stromstärke in dem Hochvakuum in höherem oder geringerem Maße Bedingungen schaffen, welche es der eigentlichen hochgespannten Röntgenentladung ermöglichen sollen, mit größerer oder geringerer Intensität ihren Weg durch das Röhreninnere zu nehmen und eine dementsprechende Auslösung der eigentlichen Röntgenstrahlen zu bewirken. Es sei hier nebenbei bemerkt, daß im Laufe der Zeit an Stelle der Bezeichnung „Primärentladung" sich der Name „Zündstrom", „Zündentladung" eingebürgert hat, der auch hier im folgenden benutzt werden soll.

Als konstruktive Maßnahme zur Durchführung der angegebenen Ideen wird von der Patentschrift die Anordnung mehrerer Elektroden in der Röhre angegeben im Gegensatz zu der ursprünglichen gashaltigen Röntgenröhre, welche im wesentlichen zwei Elektroden enthielt. Und zwar trägt die neu hinzutretende dritte Elektrode eine selbständige Elektronenquelle, im gegenwärtig praktischen Falle eine Glühelektrode.

Im Vorausgegangenen wurde die allgemeine Aufgabestellung, die zur Lösung der Aufgabe führenden Mittel sowie der begriffliche Inhalt der Patentschrift 256534 wiedergegeben. Die erörterten Grundgedanken finden sich jedoch in allen später bekannt gewordenen, erfolgreichen Konstruktionen verkörpert.

In der Patentschrift sind mehrere besondere Ausführungsformen der Röhre dargestellt, die nur vorübergehend eine praktische Anwendung fanden, weil sie kurz nach ihrer Veröffentlichung von anderen, vorteilhafteren Bauarten überholt worden sind. Deshalb soll an dieser Stelle auf jene Röhrenformen nicht eingegangen werden; wegen ihrer Eigenart sowie der mit ihnen erreichten Erfolge sei auf die Patentschrift selbst sowie auf die diesbezüglichen Veröffentlichungen[1, 2, 3]) verwiesen. Aus dem gleichen Grunde sei hier ebenfalls nur vorübergehend erwähnt, daß im Laufe zweier der Abfassung der Patentschrift folgenden Jahre mehrere verbesserte Ausführungsformen der Röhre von mir beschrieben worden sind (D.R.P. 268107, 268597, 268598). Die endgültige Form aber, welche zur Zeit allgemein benutzt und deshalb auch im folgenden eingehend besprochen wird, ist im November 1913 beim Patentamt niedergelegt und Anfang 1914 veröffentlicht worden[4]). Man vergleiche auch die Veröffentlichungen von Holzknecht[5, 6]), Koch[7, 8]) und Albers-Schönberg[9, 10]).

II. Technische Beschreibung der Röntgenröhre nach Lilienfeld und ihrer Betriebsanordnungen.

Der vorliegende Abschnitt verfolgt den Zweck, vorwiegend vom praktisch-technischen Gesichtspunkt aus die Röntgenröhren und Anlagen zu ihrem Betrieb so zu beschreiben, wie sie gegenwärtig in der Praxis Anwendung finden, sowie einen Einblick in die Handhabung der Apparate zu gewähren. Deshalb werden zunächst die physikalischen Eigenschaften der Röhre nur insoweit besprochen, als es zu dem gedachten Zwecke notwendig erscheint. Die Erörterung zahlreicher, für das Verständnis der Vorgänge erheblicher, zum Teil an besonderen Versuchsanordnungen, zum Teil an der Röhre selbst gemachter Beobachtungen, die auf das Bestehen grundlegender physikalischer Tatsachen und Zusammenhänge hinweisen, wird in anderen, weiter folgenden Abschnitten gegeben werden.

§ 4. Die elektrostatische Abschirmung des Glühdrahtes gegen das Antikathodenfeld (Durchgriff Null).

Gemäß den in den vorausgegangenen einleitenden Teilen dargelegten allgemeinen Grundgedanken des D.R.P. 256534 sowie meiner ersten Publikation enthält die gegenwärtig benutzte Lilienfeldröhre (Fig. 1) außer der Röntgenkathode K und Antikathode A noch eine dritte Elektrode G, die die Gestalt einer gewöhnlichen Glühlampe hat, aus Glühlampendraht (Wolfram, Tantal) besteht und auf eine hohe Temperatur erhitzt wird. Die Glühlampe G ist in der Röhre räumlich derartig angeordnet, daß zwischen ihr und der Antikathode A sich die mit einer kleinen Bohrung von etwa 6 mm Länge und 4 mm Weite versehene Kathode K befindet. Diese Lochkathode K schirmt — und das ist für das Verständnis der Konstruktion von ausschlaggebender Bedeutung — die Glühlampe G gewissermaßen elektrostatisch ab gegenüber der Antikathode A. Das ist in diesem Sinne zu verstehen, daß das Antikathodenfeld durch die Bohrung der Lochkathode nach der Glühlampe nicht durchgreift, so daß, wenn die Lochkathode K metallisch mit G verbunden und G auf helle Weißglut erhitzt wird, selbst dann keine Elektronen von G nach A gelangen, wenn zwischen A einerseits, G und K andererseits die höchsten in der Röntgentechnik gebräuchlichen Spannungen angelegt werden. Hand in Hand damit geht auch ein erheblicher Schutz gegen die mechanische Wirkung des Hochspannungsfeldes auf den Draht; letzteres ist deshalb von hervorragender praktischer Bedeutung, weil der Glühlampen-

draht bei den hohen in Frage kommenden Temperaturen nachgiebig genug ist, um in Ermangelung solcher Abschirmung von elektrostatischen

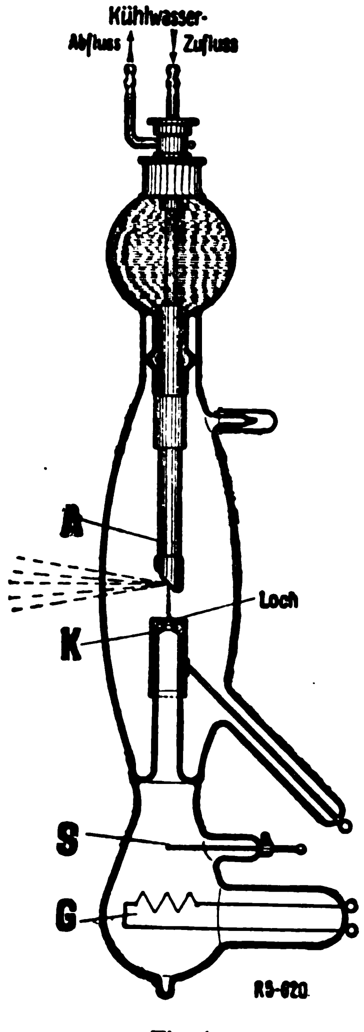


Fig. 1.

Kräften der vorkommenden Größe auf die Dauer deformiert und zerrissen zu werden.

§ 5. Der Betrieb wird durch Änderung der Form und Temperatur der Glühlampe nicht beeinflußt.

Nur unter Beachtung der Tatsache der im obigen Sinne vollkommenen elektrostatischen Abschirmung von *G* gegenüber dem von *A* herrührenden Hochspannungsfeld ist es möglich zu verstehen, daß Ausdehnung und Lage des Glühdrahtes — im Gegensatz zur Coolidge-Röhre — auch nicht den geringsten Einfluß auf Gestalt und Größe des Brennfleckes hat, so daß eine Röhre nach Fig. 2 z. B. genau ebenso arbeitet wie diejenige nach Fig. 1. Ferner ist nur unter dieser Voraussetzung zu verstehen, daß in der Röhre nach Fig. 1 bei konstanter Temperatur des Glühdrahtes *G* eine jede beliebige Stromstärke und jede beliebige Strahlenhärte eingestellt werden kann. Die Temperatur von *G* wird so hoch gehalten, daß die Anzahl der an der Oberfläche des Glühdrahtes durch die Wärmebewegung frei gesetzten Elektronen ganz erheblich größer ist als für den Betrieb der Röhre selbst im Falle höchster Strombelastungen erforderlich. Es wird also dem Glühdrahte niemals — im Gegensatz zur Coolidge-Röhre — der volle Sättigungsstrom abgenommen. Das Aufrechterhalten eines dauernden Überschusses an Elektronen kann hier ferner verwirklicht werden, ohne daß der Draht auf eine übermäßig hohe Temperatur erhitzt zu werden braucht. Da nämlich, wie erwähnt, keine Grenzen für die Abmessung der Glühlampe gezogen sind, ist es möglich, dem Draht eine so große Oberfläche zu verleihen, daß eine reichliche Elektronenmenge bei einer Temperatur frei wird, welche bedeutend niedriger ist als die in der Beleuchtungstechnik zulässige. Dadurch, sowie durch eine aus gleichen Gründen ermöglichte kräftige Armierung der Lampe und Abstützung des Drahtes wird eine praktisch unbegrenzte Lebensdauer des Glühdrahtes verbürgt.

Ist so einerseits die Regelung des Röhrenbetriebes an keine Änderung der Temperatur des Glühdrahtes gebunden, so ist andererseits eine Änderung seines Heizstromes von keinem Einfluß auf das Arbeiten der Röhre, wenn nur die Temperatur des Drahtes so hoch bleibt, daß die eingeleitete Entladung ihm nicht den vollen Sättigungsstrom entnimmt. Diese weitgehende Unabhängigkeit vom Heizstrom ist für den Betrieb der Röhre von großer Wichtigkeit, weil die Spannungsschwankungen in den städtischen Netzen im allgemeinen bedeutend genug sind, um so große Änderungen des Heizstromes hervorzurufen, daß die Anzahl der frei gesetzten Elektronen sehr erheblichen Schwankungen unterworfen ist. Deshalb leiden Röhren, die mit vollem Sättigungsstrom arbeiten — z. B. die Coolidge-Röhre — unter einer

empfindlichen Unkonstanz des Betriebes; eine Unannehmlichkeit, die bei der Röhre nach Fig. 1 vollständig ausgeschaltet ist.

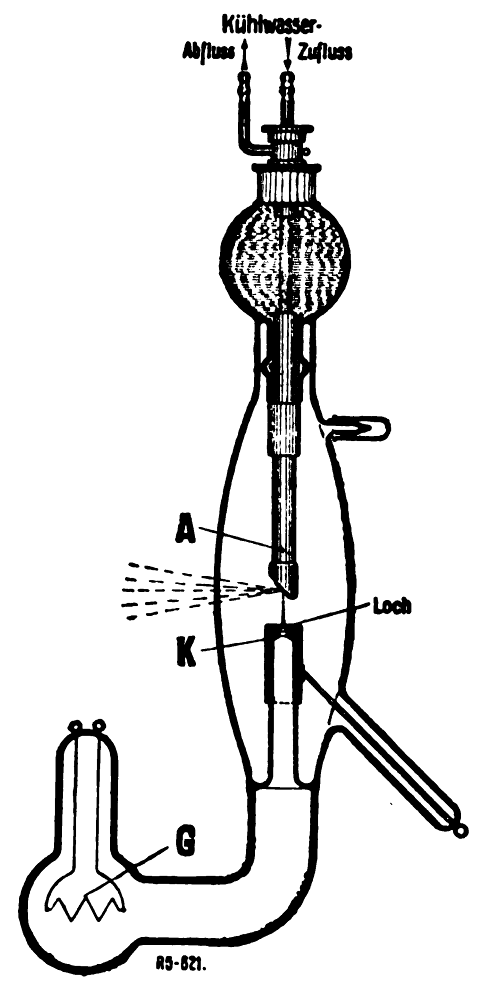


Fig. 2.

§ 6. Unabhängige Härte- und Intensitätsregelung, präzise Zentrierung.

Die Regelung des Röhrenbetriebes bei der Lilienfeld-Röhre erfolgt also nicht mit Hilfe der Regelung der Temperatur des Glüh-

drahtes, sondern gemäß dem im einleitenden Abschnitt I dargelegten Grundgedanken durch Regelung des Zündstromes, also der Entladung, welche die Glühlampe *G* als Kathode und die Lochkathode *K* als Anode benutzt. Dabei kommt als aktive Anodenfläche ausschließlich die Bohrung des Kathodenkopfes, und keine andere Stelle der inneren Oberfläche des den Kopf tragenden Hohlkörpers in Frage. Es ist nämlich die innere Oberfläche des Hohlkörpers von *K*, wie aus der Figur ersichtlich, zum Teil durch den rohrförmigen, die Kathode tragenden Glasstiel, zum Teil durch Quarz derartig abgedeckt, daß die einzige metallisch freibleibende Fläche die Bohrungswand ist. Diese Konstruktion bezweckt nicht nur im Interesse der Ökonomie und geringer Erwärmung der Röhre, daß der jedem beliebigen Röntgenstrom entsprechende Zündstrom möglichst klein sei, sondern auch eine präzise Zentrierung des Kathodenstrahles dergestalt, daß bei allen vorkommenden Belastungen prozentuell nur wenige Elektronen abseits vom Brennfleck abgestreut werden. Dem ist es zu verdanken, daß die Strahlenausbeute mindestens proportional, wahrscheinlich aber noch schneller mit der Milliampèrezahl ansteigt (§ 35), wodurch die Herstellung kurzzeitiger Aufnahmen begünstigt wird, vgl. Hirsch[11]).

Denkt man sich die Entladung zwischen der Glühlampe *G* und Lochkathode *K* von einer besonderen Stromquelle — dem niedrig gespannten Zündtransformator — aus besorgt, diejenige zwischen *K* und *A* aber von einer zweiten besonderen Stromquelle, dem eigentlichen Hochspannungs-Röntgentransformator, so beobachtet man eine Unabhängigkeit des Röntgenstromes von der Spannung zwischen *K* und *A* und zwar eine Unabhängigkeit in dem Sinne, daß, wenn der Zündstrom zwischen *G* und *K* konstant gehalten wird, die Spannung zwischen *K* und *A* in weiten Grenzen — z. B. zwischen 30 KV und 100 KV — geändert werden kann, ohne daß die Stromstärke der zwischen *K* und *A* stattfindenden Entladung sich merklich ändert.

Es ist also bei konstantem Zündstrom der Röntgenstrom konstant und unabhängig von der Röntgenspannung. Diese Tatsache weist wieder auf das Vorhandensein der erörterten elektrostatischen Abschirmung der Glühlampe *G* von dem Hochspannungsfelde der Antikathode *A* hin und ist nur unter der Voraussetzung begreiflich, daß selbst bei höchsten Spannungen die elektrischen Kraftlinien von *A* so gut wie gar nicht durch das Loch von *K* nach *G* durchgreifen.

Somit bestimmt der Zündstrom die durch die Röhre durchgehende Milliampèrezahl unabhängig von der eigentlichen, die Röntgenstrahlen

auslösenden Hochspannung. Wäre also die Strahlenintensität ausschließlich Funktion des Stromes, die Strahlenhärte ausschließlich Funktion der Spannung, so könnte die Intensität allein durch Einstellung des Zündstromes, die Strahlenhärte allein durch Wahl der Röntgenspannung geregelt werden. Tatsächlich treffen aber obige Voraussetzungen nicht zu. Daß bei konstanter Entladungsstromstärke und zunehmender Spannung nicht nur Härte, sondern auch Intensität der Strahlung ganz außerordentlich zunimmt, ist allgemein be-

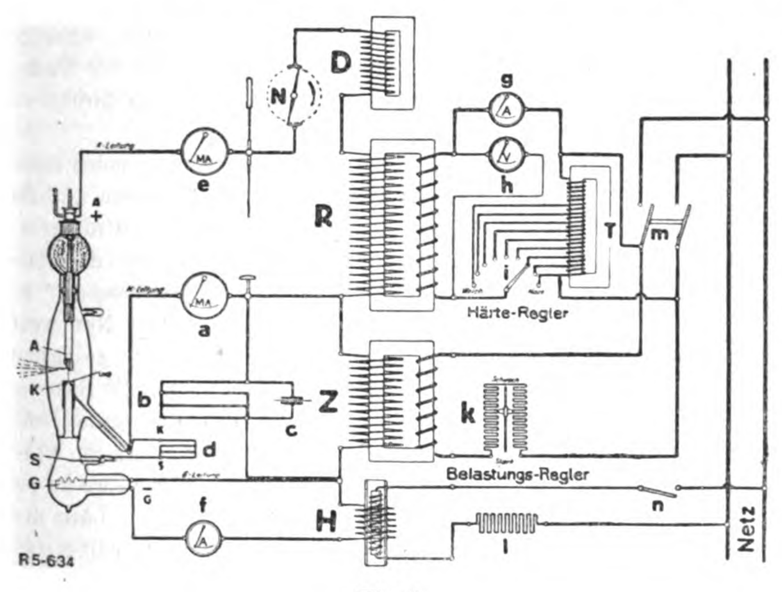


Fig. 3.

kannt (§§ 32, 33). Weniger auffallend und bekannt[12, 13, 14]), aber tatsächlich auch sehr merklich ist, daß — präzise Zentrierung der Kathodenstrahlen und Unabhängigkeit der Oberfläche des Brennflecks von der Belastung vorausgesetzt — mit wachsender Milliampèrezahl nicht nur die Intensität, sondern auch die mittlere Härte, also der Absorptionsexponent der Strahlung sich immerhin so merklich ändert, daß bei der Aufnahmetechnik bereits einige Rücksicht darauf genommen werden muß (§ 35). Nichtsdestoweniger bietet eine Apparatur, bei welcher Milliampèrezahl und Spannung unabhängig voneinander eingestellt werden können, praktische Vorteile bei der Bedienung. Eine solche Apparatur findet sich in der in Fig. 3 dargestellten sogenannten „Silex“-Schaltung verwirklicht.

§ 7. Die Silex-Schaltung.

Bei der Silex-Schaltung sind für die beiden Entladungsstromkreise der Röhre zwei getrennte, synchron und konphas betriebene Transformatoren vorgesehen. Der zwischen der vom Heiztransformator *H* geheizten Glühlampe *G* und der Lochkathode *K* sich entladende Zündstrom wird von dem Zündtransformator *Z* aufrechterhalten, welcher auf 5—10 KV übersetzt ist, dessen Sekundärspule aber (ebenso wie diejenige von *H*) gegen die Primärspule auf die volle Betriebsspannung des Hochspannungstransformators *R* isoliert ist. Die von diesem Zündtransformator abgegebene Stromstärke wird vermittels eines gewöhnlichen Vorschaltwiderstandes *k* geregelt. *k* liegt also auf der Niederspannungsseite, ist in den Schalttisch eingebaut und kann direkt von der Hand verstellt werden.

Der Röntgentransformator *R* liegt mit seinen Sekundärpolen einerseits an der Lochkathode *K*, andererseits an der Antikathode *A*. Die Wechselspannung des Zünd- und Röntgentransformators wird **nicht** gleichgerichtet; es tritt vielmehr durch die Röhre nur der eine Wechsel hindurch, während der verkehrt gerichtete „Fehlwechsel" infolge des Ventilcharakters des Rohres abgeschirmt wird. Nur wenn mit besonders hohen Spannungen und besonders andauernd gearbeitet werden soll, wird ein kleiner Nadelschalter *N* zur Schonung der Röhre in Tätigkeit gesetzt. Die durch den Verzicht auf Gleichrichtung des Fehlwechsels bedingten Nachteile — z. B. Verringerung der zulässigen maximalen Belastung des Spiegelmetalls — werden für zahlreiche Zwecke von den Vorteilen überwogen, die durch den Fortfall der teueren, Lärm und Stickoxyde und Wärme erzeugenden Gleichrichtvorrichtungen bedingt sind.

Besonders hervorgehoben zu werden verdient die Art der Härteregelung bei den Silex-Apparaten. Wie erwähnt, ist der angestrebte Zweck der, die effektive Sekundärspannung des Röntgentransformators unabhängig von der sekundären Strombelastung einzustellen. Es wäre nicht möglich das zu erreichen, wenn der Transformator in der bei physikalischen Arbeiten allgemein üblichen Weise mit Hilfe eines vorgeschalteten Widerstandes reguliert würde. Denn bei dieser Arbeitsweise entfallen je nach der Größe der sekundären Strombelastung bei einer gegebenen Einstellung des Vorschaltwiderstandes verschieden große Teile der gesamten Netzspannung auf den Vorschaltwiderstand und auf die Primärspule des Transformators. Es ändert sich also die primäre Klemmenspannung des letzteren mit der Milliampèrebelastung der Röhre, und in demselben Maße ändert sich auch die Sekundärspannung und damit die Strahlenhärte. Die Unabhängigkeit der Spannung von der

Milliampèrebelastung läßt sich offenbar nur so verwirklichen, daß die primäre Klemmenspannung des Transformators — einem elektrotechnischen Sprachgebrauch gemäß — starr aufrecht erhalten wird und sich nicht mit der sekundären Strombelastung ändert. Das ist aber nur möglich, wenn die Primärspannung des Transformators nicht vermittels eines Vorschaltwiderstandes, sondern so geregelt wird, daß man verschiedene Wechselspannungen von einem Stufentransformator *D* abzweigbar einrichtet, dessen einzelne Stufen vermittels des Härtereglers *i* wahlweise an die Primärklemmen von *R* nach Bedarf angelegt werden können.

Ein Nachteil dieses starren Betriebes ist, daß im Falle eines zwischen den Sekundärklemmen von *R* eintretenden Kurzschlusses eine unbegrenzte Leistung frei wird (da ja die Spannung mit der Stromentnahme nicht abfällt), wodurch die mit der Bedienung der Anlage verbundene Gefahr erhöht wird. Um die in einem solchen Falle frei werdende Leistung von *R* zu begrenzen, ist eine größere Selbstinduktionsspule *D*, die in seinem Sekundärkreis liegt, von Herrn F. J. Koch angegeben worden. Eine einfache Überlegung zeigt, daß im normalen Falle — also wenn infolge des Ventilcharakters der Röhre die Anlage pulsierenden Gleichstrom liefert — von der Spule *D* dem Stromdurchgang kein nennenswerter Widerstand entgegengesetzt wird; wohl aber im Falle eines Kurzschlusses, wenn Wechselstrom durch den Hochspannungskreis fließt.

§ 8. Die Zweigwiderstandsschaltung.

Eine von der Betriebsanordnung nach Fig. 3 grundsätzlich verschiedene Schaltung ist in Fig. 4 dargestellt. Sie kommt vorwiegend da in Frage, wo eine bestehende Röntgenanlage dahin ergänzt werden soll, daß der Betrieb der Röhre ermöglicht werde. Die praktisch auftretende Aufgabe in einem derartigen Falle ist die, die für den Betrieb der drei Röhrenelektroden *G*, *K* und *A* erforderlichen drei Spannungen von der vorhandenen Hochspannungsquelle abzuzweigen. Demgemäß ist der Hauptbestandteil dieser Einrichtung (außer dem selbstverständlich unentbehrlichen hochisolierten Heiztransformator *H*) der die Abzweigung eines hochgespannten Stromes geringer Stromstärke ermöglichende Hochspannungswiderstand *a*. Dieser Widerstand besteht aus einem auf Porzellanisolatoren hochspannungsisolierten Rahmen, auf welchem eine größere Anzahl (60—100) hochohmiger Widerstandselemente von einem Gesamtbetrag bis zu 30 Megohm hintereinander geschaltet sind. Die Widerstandselemente bestehen aus Glasröhren, in deren Innerem eine

dünne Schicht leitender Substanz von hohem Widerstand nach einem besonderen Verfahren aufgetragen ist. Es werden Stäbe hergestellt, die bei einer Länge von 50 cm und einer lichten Weite von 10 mm nach Wahl einen Widerstand von 10 bis zu 0,1 Megohm haben können. Am Widerstandsrahmen *a* ist eine Gleitvorrichtung *s* angebracht, mit

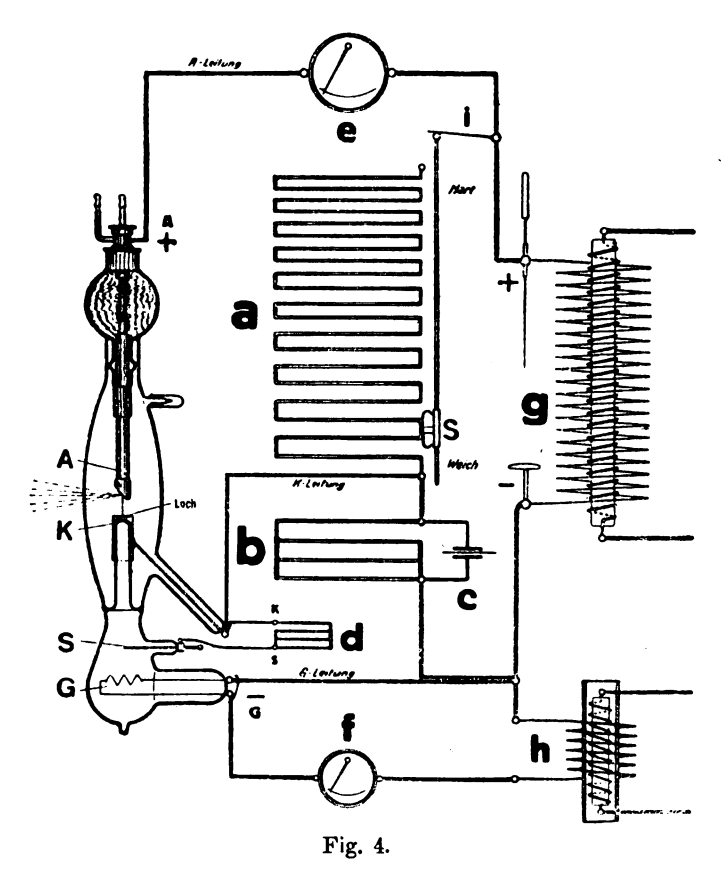


Fig. 4.

deren Hilfe der jeweilig im Stromkreis eingeschaltete Widerstandswert beliebig eingestellt werden kann.

Der beschriebene Hochspannungswiderstand wird zwischen der Kathode *K* und der Antikathode *A* eingeschaltet. Der vom negativen Pol der Hochspannungsquelle *g* — etwa eines Induktors, wie in der Figur dargestellt — abgegebene Strom tritt an der Glühlampe *G* in die Röhre und gelangt nach *K*, von wo aus eine Stromverzweigung über

zwei Wege stattfindet. Der eine der Wege ist die Entladungsbahn zwischen Lochkathode *K* und Antikathode *A*, der andere der beschriebene Hochspannungswiderstand *a*.

Auf die Beziehung, welche zwischen der Größe des Zündstromes und der Größe des Röntgenstromes bzw. des über *a* fließenden „Abzweig"stromes besteht, soll im nächsten Abschnitt, § 15, näher eingegangen werden. Diese Beziehung ist durchaus Funktion der Formgebung, des Materials und der sonstigen Beschaffenheit der Lochkathode *K*. An dieser Stelle sei vorläufig nur gesagt, daß die handelsübliche Röhre derartig hergestellt wird — und zwar gerade mit Rücksicht darauf, bequem an einer Schaltung gemäß Fig. 4 betrieben werden zu können — daß der Zündstrom in dem bei der praktischen Arbeit vorkommenden Gebiete der Stromstärken vorwiegend größer ist als der Röntgenstrom, wobei die Differenz zwischen den beiden Strömen mit wachsender Belastung der Röhre zunimmt. In dem erwähnten Gebiete der gebräuchlichen Stromstärken wächst also die von der Röhre aufgenommene Milliampèrezahl, wenn der Betrag des Widerstandes *a* abnimmt. Umgekehrt nimmt die Strombelastung der Röhre ab, wenn der Betrag des Widerstandes *a* zunimmt. Da aber die Spannung der gebräuchlichen Induktoren und Gleichrichterapparate nicht wie in dem Falle der Fig. 3 starr eingerichtet ist, sondern mit wachsender sekundärer Strombelastung erheblich abfällt, ist die Stromzunahme in der Röhre gleichbedeutend mit einem Weicherwerden der Strahlung und umgekehrt. Deshalb pflegt in der Praxis angenommen zu werden, daß mit Hilfe des Schiebers *s* die Härte der Strahlung geregelt wird, und es werden die beiden äußersten Enden des Widerstandes *a*, zwischen denen der Schieber gleitet, wie aus der Figur ersichtlich mit „hart" und „weich" bezeichnet.

Da also eine Änderung des Abzweigwiderstandes *a* nicht nur die Milliampèrezahl, sondern auch die Spannung ändert, ist die getrennte Regelung der Spannung und Stromstärke wie in Fig. 3 bei der Anordnung nach Fig. 4 nicht möglich. In einem gewissen Sinne entspricht aber die Anordnung der Fig. 4 besser dem Wesen eines praktischen Röntgenbetriebes als die starre Schaltung nach Fig. 3. Und zwar deshalb, weil es im praktischen Falle darauf ankommt, verschiedene Härten nicht bei gleicher Milliampèrezahl, sondern bei gleicher Intensität der Strahlung herzustellen. Da die Strahlenintensität aber bei abnehmender Spannung abnimmt, ist es von diesem Gesichtspunkt aus günstiger, wenn bei abnehmender Spannung die Milliampèrezahl nicht gleich bleibt, sondern automatisch gesteigert wird. Das geschieht bei der Anordnung nach Fig. 4 in einem gewissen Maße.

nicht aber bei der Anordnung nach Fig. 3. Schließlich hat die Anordnung nach Fig. 4 gewisse Vorteile, wenn am Induktor mit extrem hohen Spannungen, wie sie zur Zeit für Tieftherapie üblich sind, gearbeitet werden soll, da in einem solchen Falle die Parallelschaltung eines hochohmigen Widerstandes zwischen den Klemmen des Hochspannungstransformators beruhigend auf die durch den Unterbrecher bedingte Ungleichmäßigkeit einwirkt. Auch wirkt der Abzweigwiderstand dahin, in einem etwas höheren Maße als es in der Schaltung der Fig. 3 möglich ist, die Scheitelspannungen beim Stromdurchgang zu bevorzugen, wodurch die Strahlung in einem höheren Maße von den weichsten Komponenten befreit — nach medizinischem Sprachgebrauch also homogener — wird, als es bei den anderen Schaltungen möglich ist. So ist letzten Endes die Frage, welcher der beiden Schaltungen man den Vorzug zu geben hat, zum Teil Frage des jeweiligen, besonderen Anwendungszweckes, zum Teil aber Geschmacksache.

§ 9. Die Homogenisier- und Sonden-Nebenschlüsse.

Es ist bei der Besprechung der Schaltungsschemen nach Fig. 3 und 4 mit Absicht nicht auf die mit *b*, c, *d* bezeichneten Teile eingegangen worden, um den einfachen, auf das Hauptsächliche gerichteten Gedankengang nicht zu unterbrechen. Der zwischen der Glühlampe *G* und der Lochkathode *K* liegende Nebenschluß *b* besteht aus einigen, einander parallel geschalteten Widerstandsstäben der oben bezeichneten Art, welche mit Hilfe isolierender Seidenschnüre je nach Bedarf angeschlossen und wieder abgeschaltet werden können. Je größer die Leitfähigkeit in dem Nebenschluß *b* ist, um so mehr wird dieser Weg von dem Strome bevorzugt gegenüber dem durchs Vakuum gehenden Entladungsweg zwischen *G* und *K*, eine um so höhere Spannung ist also erforderlich, um zwischen *G* und *K* eine bestimmte Stromstärke aufrecht zu erhalten. Denkt man sich also eine pulsierende Spannung, etwa diejenige des Transformators *Z* in der Fig. 3 zwischen *G* und *K* angelegt, so wird in Anbetracht der so entstehenden Labilität der Entladung der Stromdurchgang um so mehr auf den Scheitelwert der Spannung beschränkt, je größer die Leitfähigkeit im Nebenschluß *b* ist. Dadurch wird die — im Gegensatz zur Coolidgeröhre — ohnehin der Röhre innewohnende Eigenschaft, eine Durchbruchsspannung zu besitzen, noch in einem ganz erheblichen Maße gesteigert. Man vergleiche die Oszillogramme des § 35.

Außer den Widerständen *b*, welche aus dem oben angegebenen Grunde „Homogenisierwiderstände“ genannt werden, ist zwischen

der Glühlampe G und der Lochkathode K noch eine kleine Leydener Flasche c eingeschaltet. Sie hat den Zweck, Oberschwingungen, welche sich in dem gedachten Kreise manchmal auszubilden das Bestreben haben, zu unterdrücken.

Hier sei noch die Sonde S erwähnt, welche in der Röhre angeordnet ist und über einen kleinen hochohmigen „Sondenwiderstand" d an K angeschlossen ist. Es ist leicht einzusehen, daß diese Anordnung im selben Sinne homogenisierend wirkt wie der Widerstand b. Wird die Leitfähigkeit von b so groß, daß die dadurch veranlaßte Labilität der Entladung zu einem unruhigen Arbeiten der Röhre führt, so ist der Widerstand von b so weit zu erhöhen, bis das Arbeiten der Röhre wieder ruhig wird. Daraufhin ist die restliche Einstellung durch Erhöhung der Leitfähigkeit von d zu bewirken. Eine solche Benutzung der Sonde S hat den Vorteil, die Scheitelwerte zu bevorzugen, dabei aber gleichzeitig der Entladung einen ruhigen Charakter zu verleihen.

§ 10. Kühlung der Antikathode.

Zum Schlusse dieses — Röhre und Apparatur mehr von einem technischen Gesichtspunkt beleuchtenden — Abschnittes sei bemerkt, daß die Röhren in der aus den Figuren ersichtlichen Weise mit Wasserkühlung ausgestattet zu werden pflegen. Und zwar entweder mit einer Zirkulationskühlung, wobei die hochspannungsisolierte Pumpe (Fig. 7) benutzt wird, oder für Siedekühlung, bei welcher die Wärme in Gestalt der Verdampfungswärme des Wassers entzogen wird. Bei den gegenwärtigen hohen Anforderungen an die Strahlungsintensität und an die Dauer des Betriebes würde es eine unnötige Einschränkung der an sich kaum begrenzten Leistungsfähigkeit der Röhre bedeuten, wenn man sie etwa mit einer Antikathode aus massivem Wolfram ausstatten wollte, ähnlich wie bei der Coolidgeröhre. Man vergleiche hierüber § 18. Auch andere bekannte Verfahren, die Antikathode zu kühlen, erlauben es nicht, die hier in Frage kommende große Wärmemenge abzuführen, so daß man bis auf weiteres auf die Beibehaltung der Wasserkühlung angewiesen ist.

III. Die physikalischen Vorgänge im Zündteil der Lilienfeldröhre.

§ 11. Rechtfertigung einer gesonderten Behandlung.

Im nachfolgenden sollen die Vorgänge im Zündteile des Rohres, — also zwischen Glühlampe G und Bohrung der Lochkathode K — sowie

die Vorgänge in der Bohrung selbst unter der Annahme behandelt werden, daß das eigentliche Hochspannungsfeld zwischen *K* und der Antikathode *A* nicht vorhanden ist. Die Berechtigung einer solchen Behandlung des Gegenstandes ergibt sich aus der im vorausgegangenen Abschnitt § 5 dargelegten Tatsache, daß das Hochspannungsfeld der Antikathode durch die Kathode *K* verhindert ist, nach der von der Glühlampe *G* ausgehenden Zündentladung durchzugreifen, weil die Lochkathode in diesem Sinne den Zündteil der Röhre gegenüber dem Hochspannungsfeld abschirmt. Daraus ist zu folgern, daß die Kenntnis der Vorgänge, welche sich in Abwesenheit eines Hochspannungsfeldes um die Antikathode herum abspielen, dem Verständnis des Arbeitens der Röhre auch im eigentlichen Röntgenbetriebe zugrunde gelegt werden darf.

§ 12. Historisches über Hochvakuumentladung.

Die ersten Beobachtungen über die Eigenart der von einer Glühkathode im höchsten erreichbaren Vakuum ausgehenden Entladung stammen von mir, vgl. die Zusammenfassung aus dem Jahre 1910 [15]). Ich stellte fest, daß die zur Durchleitung einer gewissen Stromstärke erforderliche Klemmenspannung mit fortschreitender Gasverdünnung ansteigt, wenn erst einmal eine bestimmte Gasdichte unterschritten ist. Schon in meinen ersten Arbeiten*) führte ich die Zunahme des Spannungsabfalles auf die Abwesenheit hinreichender Ionenbildung in den Gasresten und auf das infolgedessen stattfindende Auftreten einer von den Elektronen herrührenden Raumladung zurück. Dieser mein Standpunkt befand sich im Gegensatz zu einer kurz darauf von Soddy [17]) vertretenen Auffassung, derzufolge die gedachte Spannungszunahme daher rühren sollte, daß die Glühkathode im höchsten Vakuum ihre Wirksamkeit verliert. Nachdem meine Entgegnung [18]) auf die Soddysche Arbeit veröffentlicht war, gelang es mir nachzuweisen, daß bei weiter fortgesetzter Gasverdünnung die gesamten Entladungsvorgänge letzten Endes vom Gasdrucke unabhängig werden. Damit war die Erkenntnis gegeben, auf welcher sich die Hochvakuumtechnik (Röntgenröhren, Ventilröhren usw.) in den darauffolgenden Jahren auf-

---

*) Es erscheint erforderlich zu betonen, daß ich von allem Anfang an diese Auffassung vertreten habe in Anbetracht einer Anzahl späterer, vom Jahre 1913 an veröffentlichten Arbeiten anderer Forscher, in denen die Erklärung der Beobachtungen aus dem Auftreten einer Raumladung als etwas überraschend Neues hingestellt wird.

baute. Ich persönlich zog die Konsequenz für die Röntgentechnik im Herbst 1911, wie in Abschnitt I erörtert.

Gleichzeitig mit der Beobachtung, daß bei Unterschreitung einer bestimmten Gasdichte die Klemmenspannung an der Röhre zu wachsen beginnt und schließlich vom Gasdrucke unabhängig wird, stellte ich fest, daß die Entladungscharakteristik im Hochvakuum einen Anstieg des Gefälles mit der Stromzunahme des Gefälles aufweist. In meinen darauf folgenden Arbeiten[15, 16]) wurde dargetan, daß zwischen dem Strom und einer Potenz des Gefälles in der Regel eine lineare Abhängigkeit besteht. Für die Exponenten dieser Potenz wurden von mir verschiedene Werte beobachtet; als interessante Fälle erörterte ich besonders in ihrer Beziehung zur Raumladung den Wert 2 sowie den Wert 3/2. Hauptsächlich gefesselt wurde meine Aufmerksamkeit durch das erstgenannte quadratische Gesetz; denn die Versuche, insbesondere Messungen des Potentialgefälles längs der Entladungsachse erwiesen, daß in dem Gültigkeitsbereich dieses Gesetzes eine Raumladung nicht besteht. Es ist einleuchtend, daß vom grundsätzlich naturwissenschaftlichen Standpunkte die Tatsache, daß die Raumladung ohne eine irgendwie erhebliche Ionisation der Gasreste zu verschwinden imstande ist, sehr viel wichtiger erscheinen muß als die Untersuchung desjenigen Gebietes, in welchem die von vornherein zu erwartende, keinesfalls überraschende, von den Elektronen verursachte Raumladung besteht. Vorwiegend in das Gebiet des quadratischen Gesetzes und der Raumladungsfreiheit gehören auch, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird, die Vorgänge im Zündteil der von mir angegebenen Röntgenröhre. Es ist deshalb gerade an dieser Stelle erforderlich, auf die bestehenden Meinungsverschiedenheiten einzugehen.

Im Gegensatz zu der meinerseits unternommenen Durchforschung des raumladungslosen Entladungsgebildes befaßten sich seit dem Jahre 1913 andere Forscher mit denjenigen Erscheinungen, bei denen eine Raumladung zu beobachten ist. Es seien an dieser Stelle als erste auf diesem Gebiete die Arbeiten von Langmuir[19, 20, 21]) und Dushman[22]), (vgl. aber auch meine Entgegnungen[23, 24])), genannt. Es trat eine Arbeitsteilung in dem Sinne ein, daß außer in meinen Arbeiten das raumladungslose Entladungsgebilde von keiner anderen Seite einer Untersuchung unterworfen wurde. Tatsächlich ist die gegenwärtige Sachlage die, daß zurzeit von verschiedenen Fachgenossen, hauptsächlich aber in der Industrie und der Patentliteratur die Meinung vertreten wird, als sei die Gültigkeit des Dreihalbegesetzes geradezu das notwendige, aber auch das hinreichende Kriterium für das Bestehen eines Hochvakuums.

§ 13. Die Zündentladung weicht vom Dreihalbegesetz ab.

In der Fig. 5 ist die Charakteristik der zwischen Glühlampe und Lochkathode stattfindenden Entladung wiedergegeben, und zwar sind sowohl die Spannungs- als auch die Stromwerte logarithmiert aufgetragen*). Daß eine Messung der gesamten Spannung in einer mit sehr erheblichen Verjüngungen ausgestatteten Entladungsbahn eine klare Gesetzmäßigkeit nicht ergeben kann und nur bei höheren Stromwerten sich einer solchen Gesetzmäßigkeit nähert, ist meiner gleichzeitigen Publikation in den Annalen[25]) zu entnehmen. Jedenfalls geht aber aus dem Diagramm hervor, daß die Charakteristik wenigstens bei großen Stromstärken sich sehr nennenswert dem quadratischen Gesetz nähert,

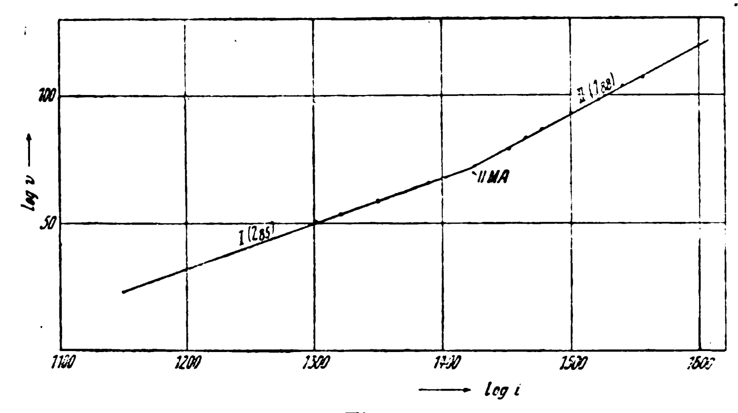


Fig. 5.

in ihrem gesamten Verlaufe aber weit davon entfernt ist, das Dreihalbegesetz zu befolgen. Daran, daß dies durch ungenügendes Vakuum bewirkt sein könnte, ist schon deshalb nicht zu denken, weil die Röntgenröhren äußerst sorgfältig evakuiert sind, so daß sie selbst für

---

*) Die Kurve wurde aufgenommen, indem der Strom von einer Gleichstrom-Hochspannungsdynamo zwischen Glühlampe und Lochkathode einer Röhre gemäß Fig. 1 eingeleitet wurde. An der Antikathode lag keine Spannung. Der Strom wurde mit Hilfe eines in Spitzen gelagerten Präzisionsinstrumentes „Nadir" gemessen, der Spannungsabfall zwischen den Elektroden unter Zuhilfenahme eines Nebenschlusses (Hochspannungswiderstandes von 90 Megohm) und eines Zeigergalvanometers mit aufgehängtem System, wie es für thermoelektrische Messungen von Siemens & Halske gebaut wird. Das genaue Schema der Meßschaltung ist das von mir in den Annalen[25]) beschriebene.

die höchsten Spannungen absolute Ventilwirkung aufweisen. Sie bieten im Betriebe das typische Bild einer fluoreszenzfreien Hochvakuumröntgenröhre (vgl. Abschnitt V).

Die Abweichung vom Dreihalbegesetz ist erst recht deshalb beachtenswert, weil Langmuir[19]), eine Childsche Ableitung benutzend, die Behauptung aufgestellt hat, daß dieses Gesetz allgemein ohne Rücksicht auf die jeweilige geometrische Anordnung der Entladungsbahn gelten müsse. Meiner Erfahrung gemäß ist es aber nicht nur für die Zündentladung ungültig, sondern es beschränkt sich seine ausschließliche Gültigkeit recht eigentlich auf den einen Fall, wenn der Glühdraht in der Achse eines Zylinders ausgespannt ist, dessen innere Fläche als Anode dient. In der Tat ist die Sachlage die, daß, während es bei anderen Anordnungen nur gelegentlich einmal gelingt das Dreihalbegesetz festzustellen[25]), es bei der erwähnten konachsialen Anordnung selbst bei gar nicht allzu hohem Vakuum mühelos beobachtet werden kann, vorausgesetzt, daß der Anodenzylinder beim Entlüftungsprozeß nur einigermaßen genügend erhitzt worden ist. Es genügt eine Pumpzeit von etwa zwei Stunden unter Benutzung der ursprünglich von mir angegebenen, heute geläufigen Hilfsmittel vollständig, um in den Geltungsbereich des Gesetzes zu kommen.

Die Untersuchungen von Langmuir und seinen Mitarbeitern beziehen sich aber so gut wie ausschließlich auf den Fall der gleichachsigen Anordnung. Nur in seiner ersten Publikation[19]) hat Langmuir eine von dieser Gestalt abweichende Röhre benutzt. Er stellte in ihr auch erhebliche Abweichungen vom Dreihalbegesetz fest, schrieb sie aber einem ungenügenden Vakuum zu und ist meines Wissens nachher auf diesen Versuch nicht wieder zurückgekommen. Die hier wiedergegebene Charakteristik der Entladung im Zündteile der Röhre weist ebenso wie alle meine diesbezüglichen Veröffentlichungen, auch die gleichzeitig in den „Annalen“[25]) erscheinende, darauf hin, daß es nicht angeht, eine jede Abweichung vom Dreihalbegesetz schlechterdings auf einen ungenügenden Entlüftungsgrad zurückzuführen. Es ist eben das Dreihalbegesetz weit davon entfernt, so allgemeingültig zu sein, wie das vielfach angenommen wird.

Die Entladungsröhren, in denen das Dreihalbegesetz nur in einem beschränkten Gebiete oder gar nicht gefunden werden kann, besitzen einige gemeinsamen Merkmale. Die Abweichung vom Dreihalbegesetz pflegt um so deutlicher hervorzutreten, in einem je höheren Grade die Entladung folgenden Kennzeichen entspricht: Durchgang bedeutender Stromdichten durch Verjüngungen, durch längere Glasröhren zylindrischen Quer-

schnittes, überhaupt durch eine Entladungsbahn, die zum Teil an Glaswänden oder sonstigen Isolatoren vorbeiführt, hauptsächlich dann, wenn die Bahnen der vom Glühdraht ausgesandten Elektronen gezwungen werden, nach einer bestimmten Richtung zu konvergieren. Offenbar entspricht der Zündteil der von mir angegebenen Röntgenröhre diesen Bedingungen.

§ 14. Physikalisches Wesen der Zündentladung und Gestalt des Brennfleckes.

Aus meinen, etwa seit einem Jahrzehnt wiederholt veröffentlichten Sondenmessungen[15, 16]) sowie aus den ohne Anwendung der Sondenmeßmethode zuletzt in den Annalen[25]) wiedergegebenen Untersuchungen ergibt sich, daß die Vorgänge in der Zündentladung wie folgt aufzufassen sind. In den zylindrischen Teilen der Entladungsbahn entsteht ein raumladungsfreies Gebilde, während an allen Verjüngungsstellen merkliche Aufladung der begrenzenden Isolatorflächen (Quarz, Glas) besteht. Im wesentlichen findet also in der Zündentladung eine Art metallischer Leitung statt. Die Elektronen verlaufen nicht in einer geordneten Bewegung von der Glühlampe zur Lochkathode, wie das ja auch schon aus der Tatsache erhellt, daß eine Röhre nach Fig. 1 genau so arbeitet wie eine Röhre nach Fig. 2. Es findet vielmehr in der Entladungsbahn eine mit erheblicher Energieabgabe an die Glaswände verbundene, vollständig ungeordnete Bewegung statt, ähnlich der in einem Metall stattfindenden Wärmebewegung. Dieser ungeordneten Bewegung überlagert sich die den Stromtransport besorgende geordnete Bewegung der geladenen Teilchen. Genau ebenso wie in einem langen, stromleitenden Draht ein jedes Oberflächenelement unabhängig von seiner Längslage die gleiche Wärmemenge nach außen abgibt, ist auch die Erhitzung der Glaswand zylindrischer Röhren gleichmäßig in der ganzen Länge der Röhre, selbst wenn diese Länge 100 cm und mehr beträgt. Auch die Erhitzung der Anode ist — gleiche Stromstärke vorausgesetzt — vollkommen unabhängig von der Länge des zylindrischen Röhrenteiles, also unabhängig vom gesamten Potentialgefälle und dem gesamten Energieumsatz, so daß die ganz erhebliche, zwischen zwei beliebigen Querschnitten der Röhre aufgewandte Energie tatsächlich der Glaswandung zwischen diesen zwei Querschnitten in Form von Wärme zugeführt wird*).

*) Dieser ganze Sachverhalt könnte nicht zutreffen, wenn beim Aufprall der von der Glühlampe kommenden Elektronen auf den Isolator letzterer sich auf das volle der jeweiligen Elektronenbewegung entsprechende

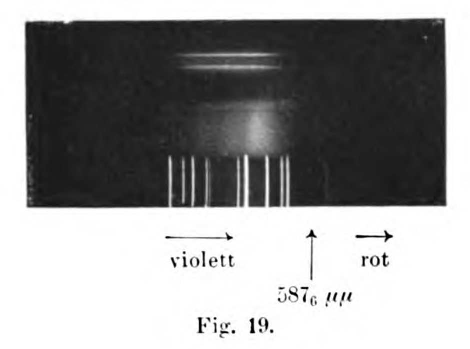


Fig. 19.

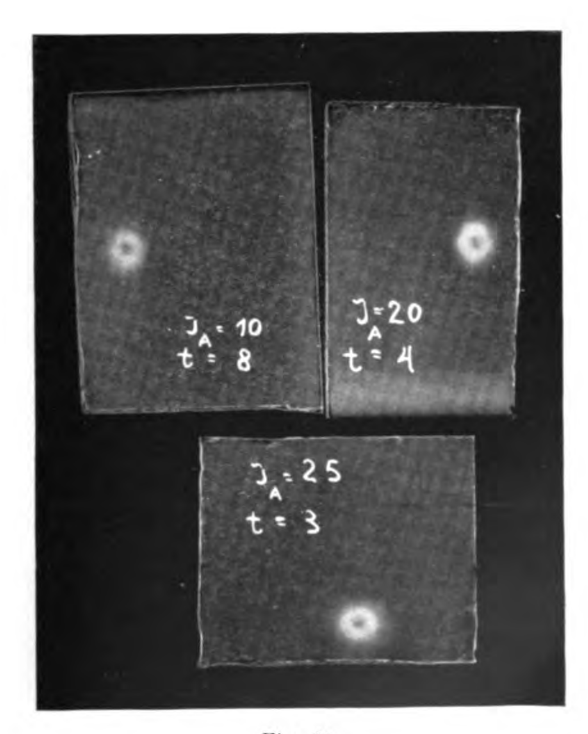


Fig. 25.

So gewinnt man die Vorstellung, daß zwischen Glühlampe und Lochkathode kein geordneter Kathodenstrahl sich bewegt, sondern daß dieser Raum von einem metallisch leitenden Gebilde ausgefüllt ist, welches an seiner Berührungsfläche mit der Kathodenbohrung freie Elektronen abzugeben fähig ist. Und zwar entweder aus seinem eigenen Elektronenbestande, oder aber indem es an der Metallfläche der Bohrung Elektronen freimacht. Wie an allen Striktionsflächen, sitzt auch an der Verjüngungsstelle des Quarzes vor der Kathodenbohrung eine negative Aufladung, welche dafür sorgt, daß die vorhandenen, beziehungsweise freigemachten Elektronen sich in Gestalt eines Striktionskathodenstrahles*) jenseits der Lochkathode auf die Antikathode zu bewegen.

Die Aufladung der Verjüngungsstelle vor der Kathodenbohrung verursacht es, daß der Brennfleck die Gestalt eines Ringes erhält, wie besonders deutlich aus § 27, Spektrogramm Fig. 19 (Tafel I), aber auch aus Fig. 25 (Tafel I) (§ 34) entnommen werden kann. Das zwischen der Aufladungsschicht und der Metallwand bestehende Feld zwingt nämlich sämtliche Elektronen erst in die Bohrungswand einzutreten, bevor sie weiter auf

Potential aufladen würde. Tatsächlich findet eine solche Aufladung auch nicht annähernd statt, selbst dann nicht, wenn es sich um die vollkommensten Isolatoren (in flüssiger Luft gekühltes Glas, Quarz) handelt. Einiges Nähere über diese bisher nirgends erörterte Frage wird hier im Abschnitt V zu sagen sein. Die Frage nach den Vorgängen in von Isolatoren begrenzten Entladungsbahnen ist aber wichtig genug, und sie verdient es, auch vom Gesichtspunkte des gekennzeichneten, eigentümlichen Verhaltens der Isolatoren beleuchtet zu werden.

*) Solche Striktionskathodenstrahlen pflegen vielfach an Entladungsvorgängen bei höherer Gasdichte vorgeführt zu werden. Es werden zu diesem Zweck in der positiven Lichtsäule Einengungsstellen angeordnet. Dann bildet sich an diesen Stellen ein sogenannter Striktionskathodenstrahl — (unter Umständen auch ein Striktionskanalstrahl) — aus, der ebenso vollkommen unabhängig ist von den Vorgängen an der eigentlichen Kathode ihrer Lage und den von ihr ausgesandten Kathodenstrahlen, wie das Arbeiten der Röhre nach Fig. 1 und 2 unabhängig von der Lage, der Beschaffenheit und Temperatur der Glühlampe ist. Es hat sich der Sprachgebrauch eingebürgert, in einem solchen Falle von einer besonderen Gaskathode zu sprechen oder die Glaswände der Einengungsstelle als Kathode zu bezeichnen. Man führt dabei den Potentialabfall, in welchem der Striktionsstrahl beschleunigt wird, auf eine Aufladung der Glaswand oder des Raumes zurück. Es entspricht diesem durchaus üblichen Gedankengange, wenn die Ausbildung des Kathodenstrahles in der Lochkathode so aufgefaßt wird, wie das hier geschehen ist. Ebenso entspricht es dem Sprachgebrauche, wenn die Ansatzstelle des Striktionskathodenstrahles — die Bohrung in der Kathode K — als die eigentliche Kathode der Röhre bezeichnet wird.

die Antikathode zu befördert werden. Deshalb erscheint in Wirklichkeit in letzter Linie die Bohrungswand als Ursprungsort der Elektronen des infolgedessen einen hohl zylindrischen Raum umschließenden Kathodenstrahles.

Die ringförmige Gestalt des Brennfleckes läßt sich, wenn gewünscht, durch besondere Hilfsmittel unterdrücken. Man muß zu diesem Zweck die Elektronen nach ihrem Austritt aus der Bohrung mit Hilfe einer besonderen Sammelvorrichtung zusammendrängen, so z. B. mit Hilfe einer zylindrischen Verlängerung dieser Bohrung oder einer blendenartigen Vorrichtung, die nahe an der Lochkathode in den Gang der Kathodenstrahlen eingeschaltet und auf das Potential der Lochkathode oder ein nahe daran grenzendes Potential gebracht wird.

§ 15. Die Charakteristik der Röntgenröhre.

Für die Beurteilung der Arbeitsweise und Ökonomie der Röhre ist es von Wichtigkeit, die Beziehung des Zündstromes zwischen Glühlampe G und Lochkathode K zu dem Röntgenstrome zwischen Lochkathode K und Antikathode A zu kennen. Das läßt sich auch dahin deuten, daß man nach der Beziehung zwischen der Anzahl der von der Glühlampe ausgesandten und der Anzahl der in der Bohrung ausgelösten Elektronen fragt. Die Erfahrung zeigt, daß diese Beziehung nicht nur von den geometrischen Abmessungen an der Bohrung, sondern auch vom Material und von der Beschaffenheit der Bohrungswände abhängt. Es kann der Zündstrom je nach dem besonderen vorliegenden Röhrenmodell und je nach der Stromstärke kleiner oder größer als der Röntgenstrom oder auch ihm gleich sein.

In der Tat ist die Differenz der beiden Ströme von großer Wichtigkeit für die Beurteilung des Verhaltens der Röhre. Dementsprechend hat es sich eingebürgert, die Röhrencharakteristik so aufzutragen, daß man den Differenzstrom in Funktion des Röntgenstromes darstellt. Das Diagramm der Fig. 6 enthält die Charakteristik einer für praktischen Gebrauch bestimmten Röhre mit Aluminiumkathode, aufgenommen mit der Schaltung gemäß Fig. 4. Die Abszissenachse wird von der Kurve bei 10 M.A. geschnitten. Unterhalb der Achse nimmt die Kurve ungefähr den gestrichelten Verlauf, der aber leider in Ermangelung eines für die Messung hochgespannter Ströme dieser Größe geeigneten Instrumentes nicht genau aufgenommen werden konnte. — Bei der Messung waren die Widerstände b und d ausgeschaltet, also ihr Betrag unendlich.

Der Punkt, in welchem die Charakteristik die Abszissenachse schneidet, gibt beim Betriebe der Röhre mit der Schaltung nach Fig. 4 die geringste Stromstärke an, welche durch die Röhre geschickt werden kann, wenn man die Widerstände *b* und *d* wegdenkt. Nämlich diejenige Stromstärke, welche sich einstellt, wenn der zwischen Kathode *K* und Antikathode *A* eingeschaltete Abzweigwiderstand *a* auf seinen größten Wert gestellt wird. Diese Einschränkung gilt natürlich nicht für Schaltungen, die sich eines besonderen Zündtransformators bedienen, also etwa für diejenige der Fig. 3. Um aber die Röhren bequem an den Zweigwiderstandsschaltungen nach Fig. 4 betreiben zu können, werden

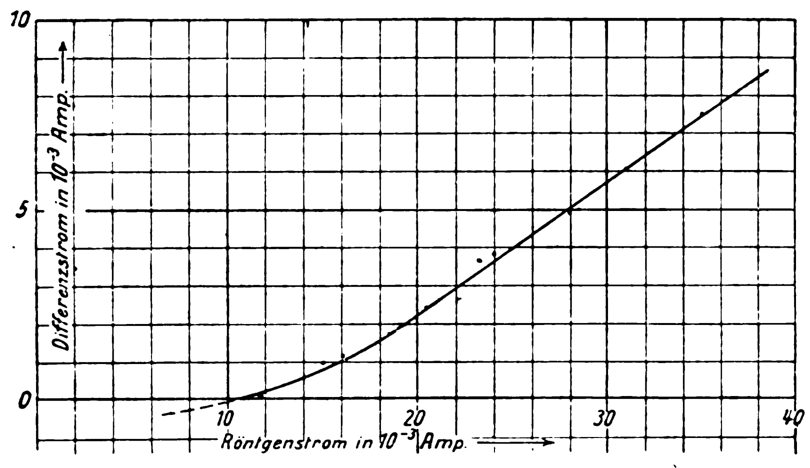


Fig. 6.

die Kathoden so bemessen, daß der Nullwert des Differenzstromes am normalen Wechselstromgleichrichter gemessen zwischen 8 und 11 M.A. liegt. Dann läßt sich bei der Anordnung der Fig. 3 durch Einschalten der Widerstände *b* und *a* die Milliampèrezahl nach Belieben bis auf etwa 2 M.A. reduzieren, und man erhält so einen Betrieb, der selbst an wenig leistungsfähigen Apparaten, welche bei großer Härte nicht mehr Strom zu entnehmen erlauben, eine günstig zusammengesetzte, an schädlichen weichen Komponenten arme Strahlung liefert. Selbstverständlich werden bei passender Einstellung des Widerstandes *a* beliebig große Stromstärken von der Röhre aufgenommen.

IV. Die Coolidgeröhre.

Die erste die Konstruktion nicht näher erkennenlassende Mitteilung über die Coolidgeröhre ging durch die Tagespresse Ende De-

zember 1913. Die erste amerikanische Publikation, betitelt: „Eine mächtige Röntgenröhre mit reiner Elektronenentladung", erschien[26]) 1914. Im selben Jahre erschien auch ein ähnlicher Artikel in der Physical Review[27]), sowie zwei deutsche Übersetzungen[28,29]) der gleichen Arbeiten. Ferner ein gleichzeitiger Artikel über die medizinische Anwendung der Coolidgeröhre von Cole[32, 33]). Man vergleiche dazu meine Entgegnungen[30, 31]).

§ 16. Begrifflicher und konstruktiver Vergleich mit der Lilienfeldröhre.

Die Coolidgeröhre geht ebenso wie die vorbeschriebene Lilienfeldröhre von der Erkenntnis aus, daß die Entladungsbedingungen unabhängig von den Änderungen der Gasdichte werden, wenn ein bestimmter Grenzwert der Gasdichte unterschritten ist. Auch die Coolidgeröhre bedient sich im Gegensatz zu der ursprünglichen gashaltigen Röntgenröhre für die Regelung der Intensität und der Härte der Strahlung Hilfsmittel, welche nicht eine Änderung der Gasdichte bedingen. Demnach findet in beiden Röhren eine Ionenbildung nicht statt.

Der Unterschied zwischen den beiden Konstruktionen beruht darauf, daß während bei der Lilienfeldröhre die Glühlampe von der Röntgenkathode getrennt ist, im Gegensatz dazu bei der Coolidgeröhre die Röntgenkathode selbst den Glühdraht enthält, also aus zwei Teilen besteht: aus dem Glühdraht und einem kalten, den Glühdraht umschließenden, mit ihm leitend verbundenen Teil. Demgemäß ist der Glühdraht dem elektrostatischen die Antikathode umgebenden Kraftfelde und der Einwirkung der hier entstehenden etwaigen Restionen ausgesetzt. Andererseits besteht angesichts dieser Konstruktion bei der Coolidgeröhre kein besonders für sich regelbarer Zündentladungskreis. Sie arbeitet gemäß der Behauptung des Erfinders stets mit dem vollen bei einer gegebenen Temperatur vom Glühdrahte abgegebenen Sättigungsstrom*) und wird dadurch geregelt, daß die Temperatur des Glühdrahtes beliebig eingestellt wird. Hingegen wird bei der Lilienfeldröhre stets mit einem bedeutend geringeren Strome als

*) In Wirklichkeit führt eine Spannungserhöhung selbst bei verhältnismäßig hohen Spannungen — z. B. zwischen 40 und 80 KV — doch noch eine merkliche Zunahme des Stromes bei der Coolidgeröhre herbei. Man findet den Grund dafür ebensowenig in der Literatur untersucht, wie auch eine Untersuchung darüber fehlt, inwiefern die Coolidgesche Sammelvorrichtung tatsächlich nur eine solche ist, oder ob sie ebenfalls Elektronen zu den Kathodenstrahlen beisteuert.

dem der Sättigung entsprechenden gearbeitet, es erfolgt bei ihr die Regelung bei konstanter Temperatur des Glühdrahtes durch Variieren der Zündentladung.

§ 17. Kathode der Coolidgeröhre.

Die Coolidgeröhre der ursprünglichen Art ist in Fig. 7 dargestellt. In Fig. 8 ist die Kathode besonders abgebildet. 25 ist die aus

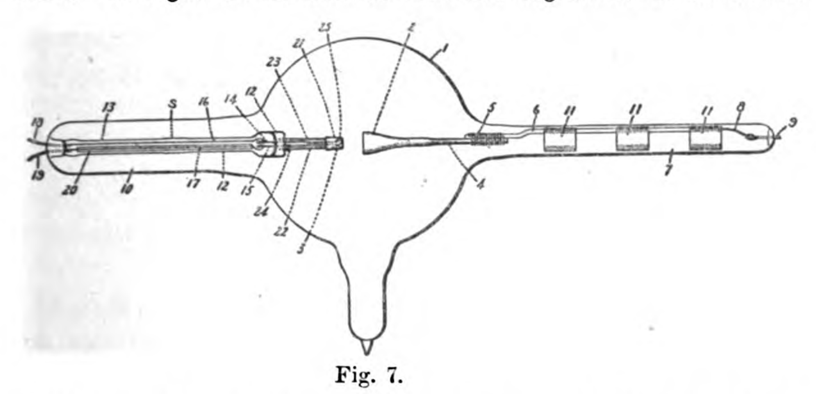


Fig. 7.

Wolfram bestehende feine — im Gegensatz zur kräftigen Glühlampe der Lilienfeldröhre den empfindlichsten Teil des Rohres bildende — Glühdrahtspirale, welche mit Hilfe der Zuleitungen 14 und 15 auf

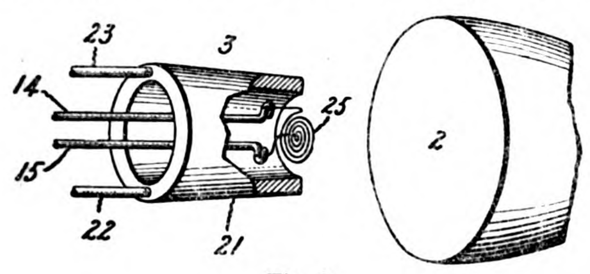


Fig. 8.

Temperaturen zwischen 1690 und 2140 Grad absolut erhitzt wird. Leitend verbunden mit dem Glühdraht ist der kalte Teil der Kathode 21, der vom Erfinder als „Sammelvorrichtung“ bezeichnet wird. Dieser Teil hatte in der ursprünglichen Röhre eine leicht konisch sich verjüngende Gestalt, war aus Molybdän angefertigt und wurde von zwei oder drei Molybdändrähten 22 und 23 getragen, welche in der aus Fig. 7 ersichtlichen Weise mit Hilfe eines Spezialglases an der mit 12 bezeichneten Stelle mit dem eigentlichen Kathodenstiel verbunden waren.

In dem Bestreben, die unbefriedigende Zentrierung des Kathodenstrahles zu vervollkommnen, erhielt in späterer Zeit[34]) die Sammelvorrichtung eine hohlspiegelartige Form (Fig. 9), wobei auch die Spirale nicht in einer Ebene, sondern in einer Fläche gewunden ist, die sich der Krümmung des Hohlspiegels anpaßt. Um den — wie aus den in der Coolidgeschen Arbeit mitgeteilten Brennfleckaufnahmen ersichtlich — immer noch erheblichen, von den gestreuten Kathodenstrahlen herrührenden Wirkungen zu steuern, bringt Coolidge die aus der Fig. 9 ersichtliche Kappe über der Antikathode — eine bei gashaltigen Röhren gebräuchliche Vorrichtung — in Vorschlag. Röhren dieser Bauart dürften zurzeit in Deutschland kaum hergestellt werden; ihre Vorzüge gegenüber der älteren Bauart sind demgemäß nicht bekannt.

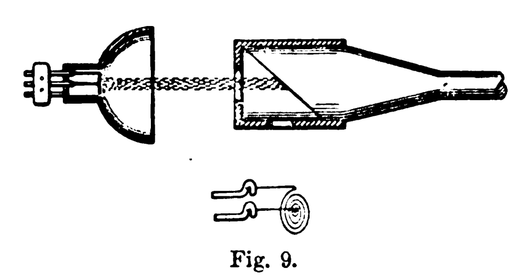


Fig. 9.

§ 18. Antikathode der Coolidgeröhre.

Die Antikathode der ursprünglichen Coolidgeröhre besteht aus einem einzigen Stück verarbeiteten Wolframmetalls 2, und hat an dem Ende, welches der Kathode zugekehrt ist, einen Durchmesser von 1,9 cm. Ihr Gewicht beträgt 100 g. Die Wärmeabgabe geschieht, wie aus der Figur ersichtlich, lediglich durch Ausstrahlung. Die Antikathode erhitzt sich tatsächlich im Betriebe auf helle Weißglut. Deshalb ist ihre Befestigung so durchkonstruiert, daß sie dieser Erhitzung standhält. Der Stiel des Wolframklotzes 4 ist mit Hilfe eines Molybdändrahtes 5 an einem Molybdänstiel festgebunden, welcher einen rechteckigen Querschnitt hat und mit Hilfe der gespaltenen Ringe aus Molybdän 11 gegen das die Anode tragende Rohr 7 abgestützt ist*). Die Vorteile der glühenden Antikathode beruhen auf der Einfachheit ihrer Handhabung, die Nachteile aber darauf, daß sie bei Überlastung Gas abgibt und die

*) An der Berührungsstelle heißen Metalls mit Glas tritt unter dem Einfluß der Entladung häufig von Gasabgabe begleitete Glaszersetzung ein.

Röhre dadurch unbrauchbar gemacht wird. Das ist bedenklich, weil die Belastungsgrenze — wenn intensiv gearbeitet wird — selbst bei sorgfältiger Bedienung der Röhre leicht überschritten werden kann.

Eine weitere, durch die glühende Antikathode bedingte Einschränkung der Röhrenbelastbarkeit ist dadurch gegeben, daß die jeweilig zulässige Maximalbelastung des Brennflecks um so geringer wird, je höher der gesamte Wolframklotz bereits vorerhitzt ist.

Auch ein Nachteil der glühenden Antikathode ist, daß sie die günstige Eigenschaft der Hochvakuum-Röntgenröhre, selbst hohen Spannungen gegenüber als Ventil zu wirken, aufhebt, sowie sie in hohe Glut gerät. Gerade die Ventilwirkung ist aber eine der wertvollsten Eigenschaften, da sie eine außerordentliche Vereinfachung der für den Röhrenbetrieb bestimmten Apparatur zu verwirklichen gestattet: nämlich ohne gleichrichtende Vorrichtungen die Röhre unmittelbar an die Hochspannungsklemmen des Transformators anzulegen, wie das z. B. in der Schaltung Fig. 3 dargestellt ist. Deshalb ist man selbst in den Vereinigten Staaten in letzter Zeit vielfach davon abgekommen, mit glühender Antikathode zu arbeiten. Es werden Coolidgeröhren mit wassergekühlten Antikathoden gebaut für sehr schwere Belastungen; für geringere Ansprüche und intermittierende Belastung aber pflegt der Wolframspiegel — auch um die Intensität der durch abgestreute und sekundäre Elektronen am Antikathodenstiel erzeugten Röntgenstrahlung zu mindern — in schwere Metallkörper (Molybdän, Eisen und Kupfer) eingelegt zu werden. Dadurch wird die Wärmekapazität soweit erhöht, daß die Röhre intermittierend vollen Dienst tun kann, vorausgesetzt, daß man ihr die Zeit läßt, sich zwischen zwei Beanspruchungen abzukühlen. Zur Beschleunigung der Abkühlung sind bei einigen Röhrenmodellen in bekannter Weise in den Hohlkörper der Antikathode Metallstäbe eingeführt, die an ihrem herausragenden Ende Rippen tragen, so daß eine beschleunigte Wärmeabgabe an die Luft erfolgen kann.

§ 19. Schaltung der Coolidgeröhre.

Die angewandte Schaltung ist in schematischer Weise in Fig. 10 dargestellt. Es bedeutet *D* die Röhre, *B* einen kleinen Transformator oder eine Akkumulatorenbatterie, welche den Glühfaden heizt, *R* einen Widerstand zum Zwecke der Regulierung des Heizstromes, welch letzterer vom Amperemeter *A* gemessen wird. Die Zuführung des hochgespannten Stromes geschieht von den Elektroden der Funkenstrecke *S* aus über das Milliamperemeter *M*.

Beim Betriebe der Coolidgeröhre (vgl. dagegen § 5) ist das

Hauptaugenmerk darauf zu richten, daß die den Heizstrom liefernde Quelle *B* absolut konstante Klemmenspannung habe. Denn eine verhältnismäßig geringe Änderung der Klemmenspannung bedingt eine erhebliche Änderung in der Elektronenemission des Glühfadens, demnach eine erhebliche Änderung der Milliamperezahl in der Röhre. Deshalb kann der Heizstrom nicht ohne weiteres einem Transformator entnommen werden, der primär vom Stadtnetz aus gespeist wird; die üblichen Schwankungen im Netze würden bei dieser Anord-

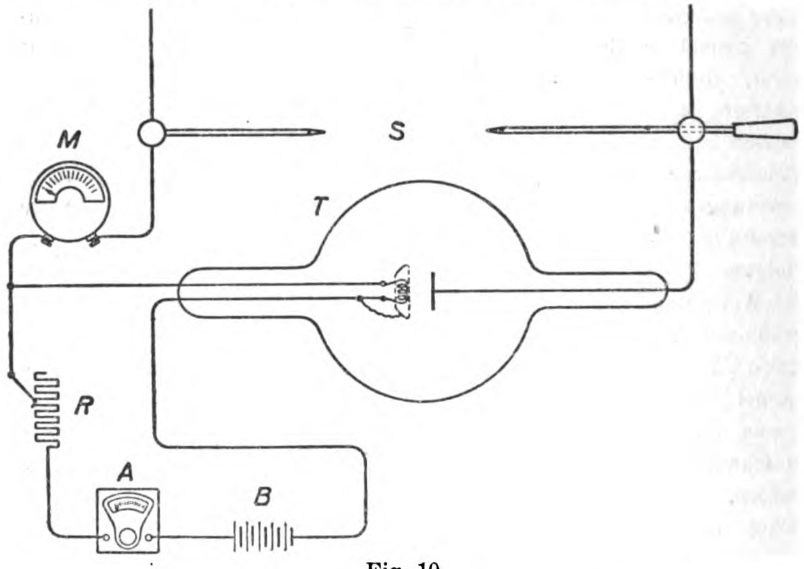


Fig. 10.

nung eine empfindliche Störung des Betriebes hervorrufen. Daher werden in manchen Betrieben zur Beheizung der Glühkathode immer noch isoliert aufgestellte Akkumulatoren verwendet. Wegen der Umständlichkeit, die mit dem Bedienen und Aufladen einer Akkumulatorenbatterie verknüpft ist, hat man es aber angestrebt, den Heiztransformator derartig zu bauen oder zu schalten, daß seine sekundäre Klemmenspannung nach Möglichkeit wenig sich mit der Schwankung des Stadtnetzes ändert. Manche Firmen sind den Weg gegangen, im Primärkreise des Heiztransformators sogenannte Variatoren — in Wasserstoffatmosphäre gekühlte Eisenwiderstände — einzuschalten. Andere Firmen stellen den Heiztransformator so her, daß sein Eisen bei der gewöhnlichen Beanspruchung bereits stark übersättigt ist. Auf diesen Wegen ist es tatsächlich gelungen, die Heizstromschwankungen zu mildern.

Die voneinander unabhängige Regulierung der Änderung der Milliamperezahl und der Spannung ist bei der Coolidgeröhre dadurch ermöglicht, daß für die Milliamperezahl im großen ganzen die Temperatur des Glühdrahtes allein maßgebend ist. Benutzt man folglich einen Röntgentransformator in starrer Schaltung, ähnlich wie in Fig. 3, also ohne primäre Vorschaltwiderstände und besorgt die Regulierung der Spannung mit Hilfe eines vorgeschalteten Stufentransformators, dann ist es möglich, Milliamperezahl und Spannung unabhängig voneinander einzustellen.

Betriebsapparaturen für die Coolidgeröhre zu diagnostischen Zwecken und auch für universellen Gebrauch mit starrer Schaltung werden in Deutschland hauptsächlich von Siemens & Halske hergestellt. Bei Apparaten, welche für Röhrenbetrieb mit besonders hoher Spannung (Tieftherapie) bestimmt sind, muß freilich von anderen Grundsätzen ausgegangen werden.

Interessant ist die Entwicklung, welche die Coolidgeröhre und die mit ihr zusammenhängende Apparatur in den Vereinigten Staaten genommen hat. Es wird dort mehr Gewicht auf einigermaßen brauchbare Durchschnittsleistung als auf extreme Höchstleistung in der einen oder anderen bestimmten Richtung gelegt, bei möglichst einfacher Handhabung der Röhre und der Apparatur. Der fraglos seinem Wesen nach untechnische Induktor wird in den Vereinigten Staaten gar nicht oder sehr wenig benutzt. Es wird ausschließlich mit Wechselstromapparaten gearbeitet. An diesen wird aber die Anordnung zur Gleichrichtung des hochgespannten Wechselstroms als das am meisten störende Element empfunden. Um den Vorteil der gasfreien Röhre, als Ventil zu wirken, ausnutzen zu können, wird deshalb auf die Bequemlichkeit verzichtet, die einfachste mögliche Antikathodenkühlung zu verwenden, nämlich die glühende Antikathode. Selbst die unbequemste, wenn auch einzig zuverlässige aller Antikathodenkühlungen, die Wasserkühlung, ist nicht so sehr störend und verteuert vor allen Dingen nicht so sehr den Apparat wie gleichrichtende Konstruktionsteile. Deshalb werden außer der mit glühender Antikathode ausgestatteten Coolidgeröhre in den Staaten dem Arzt in einzelnen Fällen wassergekühlte Röhren empfohlen Bei weitem der größte Umsatz wird aber in vier anderen Röhrentypen gemacht, die jedoch von der General Electric Co. nicht anders als für die dafür bestimmten Transformatoren der gleichen Gesellschaft geliefert werden.

Alle die vier Röhren sind für den direkten Anschluß des Transformators ohne Gleichrichter zu verwenden. Die kleinste ist für zahnärztliche Zwecke bestimmt für eine Belastung bis zu 5 M. A. Der dazu

gehörende Transformator ist auf maximal 30 KV. sekundärer Effektivspannung übersetzt. Für allgemeine Verwendungszwecke in Krankenhäusern wird ein Rohr für 10 M. A. Maximalbelastung mit einem auf 60 KV. übersetzten Transformator geliefert. Für universelle Anwendungen wird ein Rohr für eine Maximalbelastung von 30 M. A. und ein auf 67 KV. übersetzter Transformator hergestellt.

Besonders hervorgehoben zu werden verdient ein Rohr für transportable und Heeres-Zwecke[85, 86]). Dieses ist zur Vermeidung der beim Transporte beschwerlichen, das Personal vor Verbrennung schützenden Röhrenkästen aus für Röntgenstrahlen weitgehend undurchlässigem Bleiglas hergestellt. Es besitzt ein durchlässiges Glasfenster, welches in der Mitte der Röhrenkugel an einem nach innen hineinragenden Ansatzrohr angeschmolzen ist zu dem Zweck, die Röhre möglichst glatt und den Transportgefahren gegenüber widerstandsfähig zu gestalten. Diese Röhre ist für eine Maximalbelastung von 5 M. A. gebaut. Der dazu gelieferte Transformator ist auf 60 KV. übersetzt.

Die Antikathodenkühlung der genannten Röhrentypen ist vorwiegend eine Rippenluftkühlung.

Angesichts der Tatsache, daß die Coolidgeröhre nicht diejenigen Intensitäten liefert, welche für kurzzeitige Aufnahmen verlangt werden, hat sich die General-Electric-Co. mit der Eastman-Kodak-Co. in Verbindung gesetzt und bringt einen zweiseitig mit empfindlicher Schicht belegten Film heraus, der zwischen zwei Verstärkungsschirme gepreßt wird. Auf diesem Wege soll eine kurzzeitigere Exposition ermöglicht werden. Freilich ist zu vermuten, daß dies auf Kosten der Bildschärfe geschieht.

Jedenfalls ist aus dem von der General-Electric-Co. in den Vereinigten Staaten befolgten Arbeitsplan zu erkennen, daß bei einem großzügigen, weitsichtigen Vorgehen schon gegenwärtig eine Normalisierung der Röntgenapparate möglich ist. Immerhin wird dadurch andererseits die Entwicklung auf diesem immer noch allzuwenig durchgearbeiteten Gebiet für den Fall erschwert, daß die Forschung neue Ausblicke auf die eine oder andere grundsätzliche Änderung der Röhrenkonstruktion oder der Betriebsapparatur eröffnet.

V. Fluoreszenzerscheinungen und Aufladung der Isolatoren.

§ 20. Abwesenheit der Fluoreszenz vor dem Brennfleck.

Die beim Besichtigen einer im Betrieb befindlichen Hochvakuum-Röntgenröhre am meisten auffallende Tatsache ist das Ausbleiben der

bei den gashaltigen Röhren gewohnten grünen Fluoreszenz desjenigen Teiles der Glaswand, welcher gegenüber dem Antikathodenspiegel liegt. Das ist um so erstaunlicher, als es bekannt ist, daß die Glaswand der vorderen Röhrenkugel der gashaltigen Röhren in einem genügend hohen Maße Elektronenstoß empfängt, um nicht nur intensiv grün aufzuleuchten, sondern sich auch kräftig zu erhitzen. Es muß also eine jede Erklärung, die sich mit dieser Fluoreszenz befaßt — gleichgültig, welcher Art diese Erklärung sei — auf Effekte zurückgreifen, die einen entsprechend großen Energieumsatz zu bewirken imstande sind. Dieses ist eine von jeder Deutung der Erscheinung unbedingt zu erfüllende Forderung.

Rein formell logisch aber können zwei Wege beschritten werden. Es kann erstens angenommen werden, daß sowohl in der gashaltigen wie in der Hochvakuum-Röhre eine vom Brennfleck auf die Glaswand zu gerichtete Elektronenbewegung vorhanden ist, daß aber bei der Hochvakuum-Röntgenröhre aus irgendeinem Grunde der Elektronenaufprall auf die Glaswandung nicht zustande kommt, weil die Elektronen in ihrer Bewegung verlangsamt, nach einer anderen Richtung gelenkt oder überhaupt nicht dem Einfluß eines Feldes ausgesetzt werden, in welchem sie die erforderliche Geschwindigkeit erlangen könnten.

Die zweite der beiden formell logisch gegebenen Möglichkeiten ist aber offenbar die, anzunehmen, daß in der Hochvakuumröhre eine vom Brennfleck auf die gegenüberliegende Wand gerichtete, mit einer zur Brennfleckebene senkrechten Komponente ausgestattete Elektronenbewegung in einer meßbaren Entfernung vom Brennfleck mit keiner merklichen Intensität besteht.

Den Weg der ersten beiden formell logisch gegebenen Möglichkeiten ist Coolidge[26, 34]) und seine Mitarbeiter gegangen. Es wird von dieser Seite die Erscheinung dahin aufgefaßt, daß eine energische, vom Brennfleck auf die Glaswand gerichtete Elektronenbewegung auch im höchsten Vakuum besteht, das Auftreffen der Elektronen auf die Glaswand aber dadurch verhindert ist, daß die Glaswand sich stark negativ auflädt infolge der Abwesenheit einer bei höherer Gasdichte die Aufladung beseitigenden Gasionisation.

Den zweiten Weg geht die von mir vertretene Auffassung[4, 37, 38]), daß im Auftreffpunkte der Kathodenstrahlen sich eine Doppelschicht ausbildet, welche das Austreten von Elektronen senkrecht zum Metall verhindert. Diese Doppelschicht wird bei der ursprünglichen gashaltigen Röntgenröhre von den Ionen an zahlreichen Stellen durchbrochen, so daß an diesen Stellen doch ein Elektronenaustritt erfolgen kann. Bei

der Hochvakuumröhre besteht diese Doppelschicht hingegen lückenlos. Es wird im folgenden nicht nur an Hand einer genaueren Beschreibung der Fluoreszenz der Röhrenwandung, sondern auch an Hand von Untersuchungen über das Spektrum und den Polarisationszustand der vom Brennfleck ausgesandten sichtbaren Strahlung dargetan werden, daß mehr als eine Erscheinung sich durch die Annahme einer solchen Doppelschicht erklären läßt. Hier soll aber zunächst nachgewiesen werden, daß eine Aufladung von Isolatoren, wie sie zur Begründung des Coolidgeschen Erklärungsversuches vorhanden sein müßte, bei der Hockvakuumentladung überhaupt nicht auftritt.

§ 21. Isolatoren und Hochvakuumentladung.

Der Coolidgesche Erklärungsversuch setzt voraus, daß die Glaswand sich sehr nahe auf das volle, der höchsten Geschwindigkeit der auf die Glaswand aufprallenden Elektronen entsprechende Potential auflädt, wodurch ein weiterer Elektronenaufprall verhindert wird. Es soll im folgenden nachgewiesen werden, daß selbst die besten Isolatoren — in flüssiger Luft gekühltes Glas, Quarz — sich im Hochvakuum auch nicht annähernd auf das gedachte volle Potential aufladen.

Schon der bloße Anblick einer mit einigermaßen hoher Stromstärke betriebenen Hochvakuum-Röntgenröhre beweist es, daß von einer derartigen Aufladung gar nicht gesprochen werden kann. Besonders gut ist das bei hohen Strombelastungen der Röhren zu erkennen, wenn die an der Röhre liegende Spannung nicht allzu hoch ist, also bei Wechselstrom 30—40 KV. effektiv beträgt. Dann sind unter den von der Kathode auf die Antikathode zueilenden Elektronen solche vorhanden, welche infolge der unvermeidlichen Unvollkommenheit in der technischen Ausführung einer jeden Zentrierung nicht im eigentlichen Kathodenstrahlenbündel verlaufen, sondern an der Antikathode vorbeigestreut werden. Es beträgt die Zahl der gestreuten Elektronen bei großen Belastungen in der Coolidgeröhre einen sehr erheblichen Teil der gesamten Entladung, während sie bei der von mir angegebenen Röhre immerhin merklich ist. Außerdem treten bei beiden Röhren Elektronen tangential zur Brennfleckfläche aus, wie aus den im folgenden mitzuteilenden Beobachtungen (§ 22) zu erkennen sein wird. Alle diese Elektronen verursachen eine grüne Fluoreszenz des den Antikathodenstiel umgebenden Teiles der Röhre, zum Teil prallen sie aber auf den Antikathodenstiel auf und lösen hier Röntgenstrahlen aus; unter Umständen ist diese Fluoreszenz

so intensiv, daß eine erhebliche Erhitzung der Glaswand entsteht. Eine mangelhafte Zentrierung steigert den Effekt außerordentlich, so daß es viel schwieriger ist, ihn zu vermeiden als ihn hervorzurufen. Würde aber die Glaswand sich stark negativ aufladen, so dürfte sie in diesem Röhrenteile ebensowenig fluoreszieren, wie das im Vorderteile der Röntgenkugel der Fall ist.

Die Erscheinung kann mit erhöhter Intensität vorgeführt werden, wenn in der Röhre nach Fig. 1 die Antikathode ganz fortgelassen und eine intensive Zündentladung eingeleitet wird. Dann tritt an der der Kathodenbohrung gegenüberliegenden Glaswand eine so starke Erhitzung auf, daß sogar die Erweichungstemperatur des Glases überschritten werden kann. Wird das Glas an dieser Stelle

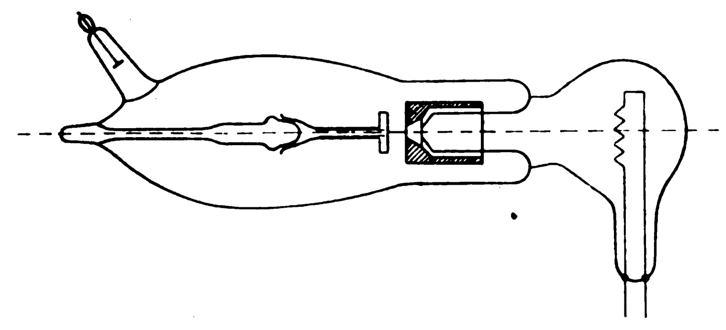


Fig. 11.

mit flüssiger Luft gekühlt, wodurch seine Isolierfähigkeit so groß wird, daß sie diejenige der besten bekannten Isolatoren bei Zimmertemperatur übertrifft, so wird dadurch an dem Auftreffen der Kathodenstrahlen nichts geändert.

Besonders schön läßt sich der Versuch in der Art der Fig. 11 abändern, indem man in nicht allzu großer Entfernung (10—20 mm) von der Kathodenbohrung an Stelle der Antikathode eine von einem Quarzstiel getragene Quarzplatte anordnet. Quarz ist bekanntlich einer der besten Isolatoren. Trotzdem gelingt es auch nach beliebig langer Pumpzeit und während die Röhre unter Zwischenschaltung einer mit flüssiger Luft gekühlten Vorlage an die Diffusionspumpe angeschlossen ist, die Quarzplatte auf jede beliebige Temperatur zu erhitzen mit Hilfe des in der Bohrung der Lochkathode entstehenden Striktionsstrahles. Dabei ist das Erhitzungszentrum noch nicht einmal diffus, sondern ungefähr eben so scharf umrissen wie der regelrechte Brennfleck auf

dem Metall der Antikathode. Bei Annähern eines Hufeisenmagneten werden die Kathodenstrahlen zerstreut, so daß die Quarzplatte in kürzester Zeit sich abkühlt. Beim Entgasen der Lochkathode wird tatsächlich ein Stahlmagnet benutzt, um ein übermäßiges Erhitzen der Quarzplatte zu verhüten. Dieser Versuch ist ganz besonders auffallend; denn würde die Quarzplatte sich negativ aufladen, so müßten einfach alle auf sie zueilenden Elektronen abgestoßen und auf den wenige Millimeter entfernten Kopf der Lochkathode zurückgeschleudert werden.

Es bedarf aber gar keiner derartigen besonderen Versuchsröhren, um die Nichtaufladung der Isolatoren zu beweisen. Denn würde eine Aufladung auf das der Geschwindigkeit der aufprallenden Elektronen entsprechende Potential erfolgen, so wäre es nicht möglich, durch eine Entladungsbahn, welche ähnlich wie der Zündteil der Röntgenröhre nach Fig. 2 geformt ist, einen erheblichen Strom hindurchzuschicken (vgl. Langmuir[19])). In Wirklichkeit kann aber in jeder Hochvakuumröhre, in welcher eine nicht allseitig von der Anode umschlossene Glühelektrode vorhanden ist, ohne Schwierigkeit eine grüne, von beliebig starker Erhitzung begleitete Fluoreszenz der Glaswand an der einen oder anderen Stelle hervorgerufen werden. So beispielsweise im Zündteil der Röntgenröhre nach Fig. 1, wenn die Glühtemperatur der Lampe erniedrigt und der Sättigungsstrom erreicht wird derartig, daß man die Spannung merklich ansteigen lassen kann. Dann fluoreszieren sämtliche Einschnürungsstellen, hauptsächlich aber die die Sonde *S* umgebende erste Einschnürung stark grün; die Erhitzung kann dabei so kräftig werden, daß die Röhre in kurzer Zeit zerstört wird.

Es kann demnach allgemein der Erfahrungssatz aufgestellt werden: Durch das Aufprallen von Elektronen laden sich im höchsten erreichbaren Vakuum die besten Isolatoren auch nicht annähernd auf das volle, der Elektronengeschwindigkeit entsprechende Potential auf. Vermutungsweise kann hinzugefügt werden: es findet eine um so geringere Aufladung statt, je größer die Dichte der aufprallenden Elektronen ist — vgl. den Versuch mit der Quarzplatte als Antikathode gemäß Fig. 11.

§ 22. Detaillierte Beschreibung der Fluoreszenzerscheinungen in einer Hochvakuum-Röntgenröhre[38]).

Bei erster oberflächlicher Betrachtung eines belasteten Hochvakuum-Röntgenrohres fällt zunächst — wie bereits erwähnt — auf,

daß der Glaskolben gegenüber der Antikathode im Gegensatz zu der Röntgenröhre der ursprünglichen Art dunkel bleibt und sich nicht erhitzt. Bei der von mir angegebenen Röhre nach Fig. 1, hauptsächlich aber nach Fig. 2, bei welcher das vom Glühdraht ausgesandte Licht so abgeschattet werden kann, daß es die Glaswandung des eigentlichen Röntgenteiles der Röhre nicht beleuchtet, beobachtet man, daß die vordere Röhrenwand *A*, *C*, *B* (Fig. 12 und 13) eine schwache dunkelgrüne Fluoreszenz aufweist. Die Glaswand erwärmt sich an dieser Stelle aber selbst bei Entladungsströmen von 15—20 M. A. und

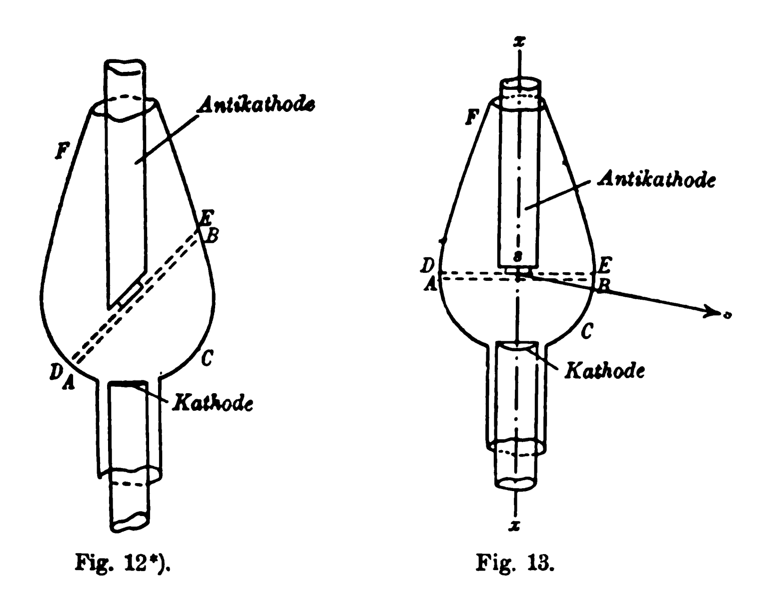


Fig. 12*). Fig. 13.

andauernder Belastung nicht merklich. Eine nähere Untersuchung zeigt, daß diese Fluoreszenz ausschließlich von den Röntgenstrahlen herrührt. Ihre Begrenzung fällt scharf mit dem Schnitt *AB* zusammen, der auch die Grenze für denjenigen im Brennfleck seine Spitze habenden Kegel von etwa 80° Öffnung bildet, von dessen Mantelfläche aus der bekannte Abfall der Intensität der Röntgenstrahlen stattfindet.

Die weitere Beobachtung der Röhre ergibt, daß der Antikathodenteil *D*, *F*, *E* des Röhrenkolbens eine andere, nämlich die bereits oben erwähnte, von den gestreuten Elektronen herrührende schwache Ka-

*) Die Figuren 12—15 sind den Berichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Verlag von B. G. Teubner, Leipzig, entlehnt[38]).

thodenstrahlenfluoreszenz aufweist. Die vordere Grenze dieser Fluoreszenz ist aber nicht der vorerwähnte Schnitt *AB*, sondern der tangential durch den Spiegel gelegte ebene Schnitt *DE*. Ist die Belastung des Rohres keine allzu hohe (etwa 10 M. A.), so sieht man, daß die Fluoreszenz an der Grenze *D*—*E* am hellsten ist und nach dem Antikathodenhalse zu abklingt. Bei zunehmender Belastung verwischen sich die Helligkeitsunterschiede.

Am deutlichsten tritt die durch *DE* scharf begrenzte Fluoreszenz des die Antikathode umschließenden Röhrenteiles auf, wenn man — um die an sich wenig intensive Erscheinung auf eine kleinere Fläche zu-

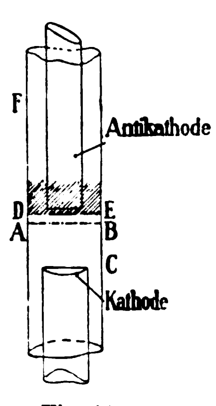


Fig. 14.

sammenzudrängen und ihr so besser Geltung zu verschaffen — die enge, in Fig. 14 schematisch dargestellte, zylindrische Röntgenröhre von etwa 35 cm lichter Weite benutzt. Da eine Erhitzung der vor dem Brennfleck liegenden Glasteile bei Hochvakuumröhren nicht vorkommt, hindert nichts daran, solche engen Röhren zu bauen. Wird dieses Rohr mit 6—8 M. A. bei ziemlicher Härte belastet*), so tritt die Fluoreszenz in Gestalt eines durch *DE* nach vorn scharf begrenzten

*) Bei der Anstellung dieser Beobachtung empfiehlt es sich, nicht einen Induktor, sondern ein Wechselstrom-Instrumentarium tunlich mit Gleichrichtung des hochgespannten Wechselstromes zu benutzen und vermittels des Widerstandes *b*, Fig. 3, dem niedrig gespannten Teile der Wechselstromkurve den Durchtritt so weitgehend wie nur möglich zu versperren, dabei die Röhre mittelhart, also mit etwa 60—70 KV. zu betreiben. Dann tritt die erwähnte Erscheinung unbeeinflußt durch nebensächliche Umstände hervor.

Ringes besonders klar hervor. Und man sieht — vorausgesetzt, daß das Rohr beim Pumpen sauber geblieben ist und keinen Metallbelag erhalten hat — den deutlich gegen seine Umgebung dunkleren Ring *AB*, *DE*, der nach unten an die vorerwähnte Röntgenstrahlenfluoreszenz, nach oben aber an die Kathodenstrahlenfluoreszenz des Antikathodenhalses grenzt. Die Aussendung von Elektronen am Brennfleck entspricht also der Vorstellung, daß sie tangential zum Brennfleck austreten und nach dem Antikathodenstiel zu umgelenkt werden (Fig. 15). Sie prallen zum Teil auf den Stiel und lösen hier Röntgenstrahlen aus.

Wie bereits erörtert wurde, beweist ferner der Ring der letzteren Fluoreszenz erstens, daß das hohe Vakuum an sich eine Abwesenheit der grünen Fluoreszenz der Glaswand nicht bedingt.

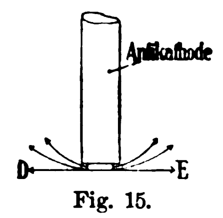


Fig. 15.

Zweitens aber ist die Lage der vorderen Grenze des Ringes, sowie sein Intensitätsabfall nach dem Antikathodenhalse zu in Übereinstimmung mit der im § 20 angedeuteten Hypothese einer Doppelschicht im Brennfleck. Eine solche Doppelschicht würde es nicht nur verhindern, daß reflektierte und sekundäre Elektronen vom Brennfleck auf die vordere Röhrenwand aufprallen, sondern sie wird auch diejenigen von ihnen, welche sehr nahe tangential zur Antikathodenebene austreten, in der aus Fig. 15 ersichtlichen Weise umlenken und so die Entstehung des Fluoreszenzringes *DE* auf dem hinteren Röhrenteil *DFE* erklären. Insofern bietet die Annahme der Doppelschicht eine befriedigende Erklärung für das gesamte Aussehen der Röhre im Betriebe.

§ 23. Zwei mögliche Annahmen über die Doppelschicht und eine experimentelle Entscheidung[38]).

Nimmt man das Vorhandensein der Doppelschicht als gegeben an, so gibt es zwei Möglichkeiten, sich die Anordnung des Gefälles zwischen Kathode und Antikathode zu denken.

Die erste Möglichkeit ist die, daß das Potentialgefälle auf dieser Strecke stets im gleichen Sinne von negativ nach positiv verläuft, aber ungleichmäßig verteilt ist, so, daß ihm von der Kathode bis zur

nächsten Umgebung der Antikathode nur geringe Werte zukommen, es dafür aber in der nächsten Nähe des Brennfleckes sehr hohe Werte annimmt. In einem solchen Falle würde nur ein kleiner Teil des gesamten Spannungsanstiegs von der Kathode bis an den Brennfleck heran stattfinden, der Hauptanstieg würde aber erst in der Doppelschicht erfolgen. Ein derartiger Verlauf des Gefälles wäre genau das Gegenteil dessen, was in gashaltigen Röhren, also bei unselbständiger, Ionisation durch Stoß voraussetzender Entladung beobachtet wird; in diesen Röhren erfolgt bekanntlich so gut wie der gesamte Spannungsanstieg im Kathodendunkelraum, während an der Anode (Antikathode) nur ein ganz geringes Gefälle besteht. Von einem Mangel an Übereinstimmung zwischen den beiden für die Gasröhre und die Hoch-

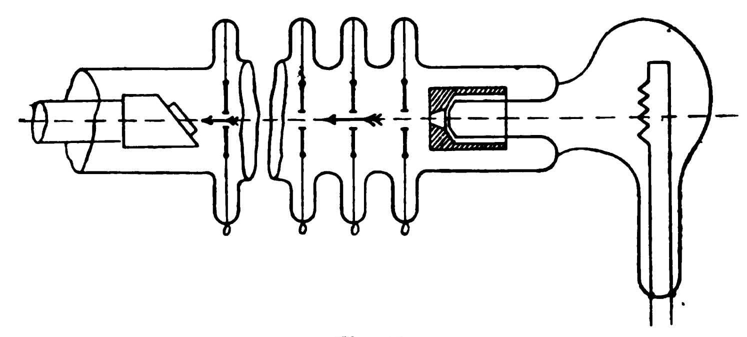


Fig. 16.

vakuumröhre zu machenden Annahmen braucht man sich aber nicht stören zu lassen. Denn es besteht gerade in den grundlegendsten Merkmalen keine Wesensgleichheit zwischen den beiden Fällen; die Raumladungsverteilung ist in dem einen Falle geradezu entgegengesetzt wie im anderen Falle. Deshalb ist es erforderlich, wenn irgend ausführbar, die Entscheidung über die Berechtigung der Annahme experimentell herbeizuführen.

Der zu beschreitende Weg ist dieser, das Spannungsgefälle zwischen Kathode und Antikathode derartig zu unterteilen, daß an der Antikathode selbst ein möglichst geringer Teil der an die Röhre angelegten Gesamtspannung abfällt. Das wird verwirklicht, indem eine ziemlich eng gebaute, zylindrische Röntgenröhre entsprechend dem Schema der Fig. 16 mit mehreren aus dünner Metallfolie bestehenden Scheidewänden zwischen Kathode und Antikathode so ausgestattet wird, daß die Scheidewände möglichst den vollen, lichten Querschnitt versperren, bis

auf kleine, 3—4 mm weite, in der Achse der Röhre liegende Öffnungen. Werden die Scheidewände in der Reihenfolge, wie sie von der Kathode nach der Antikathode zu angeordnet sind, auf von negativ nach positiv ansteigende Potentiale gebracht, so wird der Kathodenstrahl stufenweise beschleunigt und kommt schließlich auf der Antikathode mit einer Geschwindigkeit an, die der vollen Röhrenspannung entspricht. Es gelingt auf diesem Wege — bei einer Belastung von 4 M. A. und einer gesamten Röhrenspannung von 80 KV. — zwischen Antikathode und der ihr unmittelbar vorausgehenden Blende eine Spannung von nicht mehr als etwa 15 KV. aufrechtzuerhalten. Die von der Antikathode nach der Coolidgeschen Annahme ausgehen sollenden reflektierten und sekundären, aber auch die von den Röntgenstrahlen im Brennfleck ausgelösten Elektronen bilden einen Schwarm, dessen Individuen zum großen Teile eine Geschwindigkeit von der Größenordnung von 80 KV. zugeschrieben werden muß. Solche Elektronen müßten in diesem Falle nicht nur eine Fluoreszenz gegenüber dem Antikathodenspiegel, sondern auch eine Erhitzung der Folie hervorrufen, aus welcher der der Antikathode vorausgehende Schirm besteht. Denn zwischen diesem Schirm und der Antikathode herrscht, wie gesagt, nur ein Bruchteil derjenigen Spannung, welche notwendig wäre, um die vom Brennfleck kommenden Elektronen zurückzuhalten.

Der Versuch lehrt, daß weder eine Fluorenszenz der Glaswand, noch eine Erhitzung der Folie stattfindet. Die Erscheinungen um die Antikathode herum unterscheiden sich nicht im geringsten von denjenigen, welche an Hand der Figg. 12, 13 und 14 beschrieben wurden.

Daraus ergibt sich, daß also nicht etwa eine in meßbaren Dimensionen der Antikathode vorgelagerte Elektronenwolke eine Raumladung bedingt, welche die reflektierten und ausgelösten Elektronen am Brennfleck zurückhält. Ferner und hauptsächlich folgt aber, daß nicht eine eigenartige räumliche Verteilung des zwischen Kathode und Antikathode stattfindenden Spannungsabfalls das Austreten der Elektronen am Brennfleck verhindert, sondern daß eine Fortbewegung der Elektronen vom Brennfleck weg auch dann unterbleibt, wenn der für ihre Zurückhaltung erforderliche Spannungsabfall nicht vorhanden ist. Es kann demnach geradezu als allgemeingültig folgender Satz aufgestellt werden: Wenn bei hinreichend geringer Gasdichte ein Elektronenbündel*) auf eine von dem bei weitem überwiegenden Teile der die

*) Ob die Erscheinung an eine gewisse Minimaldichte der auftreffenden Elektronen geknüpft ist, also inwiefern das Gesetz auch für ein einzelnes Elektron gelten würde, läßt sich zurzeit nicht entscheiden.

Elektronen beschleunigenden Gesamtspannung abgeschirmte Metallplatte aufprallt, so treten reflektierte und sekundäre Elektronen an der Auftrefffläche selbst bei großen Intensitäten des aufprallenden Elektronenbündels normal zur Fläche gar nicht oder doch nicht mit einer genügend großen Geschwindigkeit und Intensität aus, um eine merkliche Glasfluoreszenz hervorzurufen. Tangential zur Auftrefffläche aber findet ein Austritt solcher Elektronen von merklicher Intensität statt.

§ 24. Ein Versuch, bei welchem die Doppelschicht ohne Erhöhung der Gasdichte durchbrochen wird[38].

Bei Erhöhung der Gasdichte über einen bestimmten Grenzwert wird die Grenze des Gültigkeitsbereiches des obigen Satzes überschritten. Das Gas ist also eine unerläßliche Bedingung dafür, daß Elektronen in nennenswerter Menge den Brennfleck normal zu seiner Fläche verlassen. Dieses Verhalten kann wohl kaum anders aufgefaßt werden, als daß die Gasmoleküle die Bedingungen zu beseitigen imstande sind, welche die die Elektronen verzögernde und zurücklenkende Kraft verursachen. Also wenn das Bestehen einer Doppelschicht als Urheberin des Kraftfeldes angenommen wird, ist das dahin zu deuten, daß diese Doppelschicht an um so zahlreicheren Stellen durchbrochen wird, je größer die Gasdichte ist. Demzufolge scheint es zu keinem Widerspruch zu führen, wenn das Bestehen der Doppelschicht auch bei höheren Gasdichten angenommen werden würde. Doch mag dieser letztere Punkt vorläufig dahingestellt bleiben.

Der Gedanke, daß die Doppelschicht überhaupt durchbrochen werden kann, legt es nahe zu versuchen, ob das — ohne den Gasdruck zu erhöhen — einfach dadurch zu verwirklichen geht, daß eine passende Entladung im Hochvakuum an den Brennfleck herangebracht wird. Es ist gelegentlich der Besprechung der Zündentladung (§§ 13 und 14) erörtert worden, daß in der Bahn des Zündstromes eine Raumladung nicht besteht und infolgedessen eine der metallischen ähnliche Leitung angenommen werden muß. Es war zu erwarten, daß, wenn ein derartiges Entladungsgebilde mit dem Brennfleck in Berührung kommt, die in ihm herrschende Leitfähigkeit das Bestehen der Doppelschicht beeinflussen müßte. Ferner, daß auf diesem Wege selbst im hohen Vakuum die grüne Fluoreszenz der Glaswand gegenüber dem Brennfleck erzeugt werden könnte.

Zur experimentellen Verfolgung dieser Fragestellung ist es offenbar erforderlich, eine den Brennfleck der Kathodenstrahlen umspülende

Entladung herzustellen, welche von der die eigentlichen Kathodenstrahlen beschleunigenden Entladung völlig unbeeinflußt bleiben muß. Die Schwierigkeit der letzteren Bedingung zu genügen besteht darin, daß eine hochgespannte Entladung im allgemeinen die Felder anderer in ihrer Umgebung bestehenden Entladungen empfindlich zu stören pflegt. Nach verschiedenen Vorversuchen ergab sich schließlich, daß eine Anordnung gemäß Fig. 17 für den Zweck brauchbar war. Als Antikathode dient eine Elektrode der nämlichen Form, wie die Lochkathode der Röhre nach Fig. 1, mit dem einzigen Unterschied, daß nicht Aluminium, sondern Kupfer oder Silber benutzt wird. Und zwar fällt der Brennfleck der von der eigentlichen Kathode K herrührenden Kathodenstrahlen auf die Bohrungswände der Antikathode A. Auf diesem Wege ist die zwischen

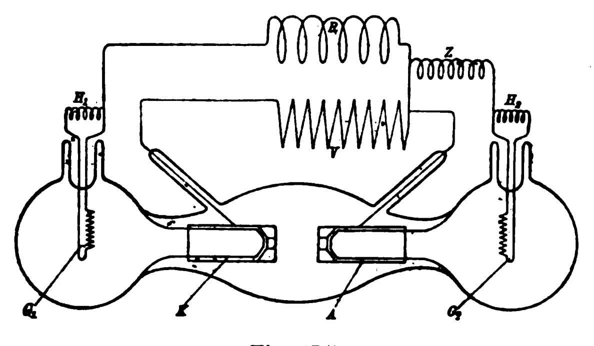


Fig. 17*).

der Glühlampe G_2 und der Bohrung von A einzuleitende, den Brennfleck bespülen sollende Entladung hinreichend abgeschirmt (vgl. §§ 4, 5, 6) gegenüber dem eigentlichen Hochspannungsfeld zwischen K und A, um merklich unbeeinflußt von ihm bestehen zu können. Diese die Doppelschicht zum Teil aufheben sollende Entladung wird von einem sekundär gegen primär hochspannungsisolierten Zündtransformator Z gespeist, wobei die Glühlampe G_2 von einem ebenso isolierten Heiztransformator H_2 erhitzt wird. Die eigentliche, den Brennfleck in der Bohrung von A erzeugende hochgespannte Entladung wird aber durch eine Schaltung aufrecht erhalten, welche der Zweigwiderstandsschaltung nach Fig. 4 gleich und in Fig. 17 schematisch angedeutet ist. V ist der Hochspannungsabzweigwiderstand, R der Hochspannungs-Röntgentransformator, H_1 aber der die Glüh-

*) Aus den Berichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig[38]).

lampe G_1 erhitzende Heiztransformator, wobei die Zündentladung zwischen G_1 und den Bohrungswänden von K stattfindet. Die Spannungsverteilung in der dargestellten Röhre ist während des Versuches diese, daß zwischen G_1 und K ein Spannungsanstieg um etwa 2000 Volt stattfindet, zwischen K und A ein weiterer Spannungsanstieg um etwa 40 KV., hingegen zwischen A und G_2 ein Spannungsabfall um etwa 1000 Volt, beziehungsweise mehr, je nach der bis zu 50 M. A. betragenden Stromstärke zwischen den letzteren Elektroden.

Die beiden Entladungsstromkreise, einerseits $G_1 KA$, andererseits $G_2 A$, werden durch besondere Stromschlüssel ein jeder für sich ein- und ausschaltbar eingerichtet. Bestehen beide Entladungen, so wird eine intensive, grüne Fluoreszenz der Glaswandung beobachtet, die vor der Antikathode A, also links von ihr liegt. Besteht nur die hochgespannte Entladung $G_1 KA$ für sich, so ist keine Fluoreszenz zu sehen, ebensowenig wie — was ja selbstverständlich ist — wenn die andere Entladung zwischen G_2 und A besteht.

Aus diesem Versuch folgt, daß die in dem raumladungsfreien Entladungsgebilde zwischen G_2 und A erzeugte Leitfähigkeit, ganz wie vermutet wurde imstande ist, den Einfluß der Doppelschicht im Brennfleck auf die von ihm fortstrebenden Elektronen zu einem sehr nennenswerten Teile aufzuheben. Dadurch erfährt indirekt die Annahme der Doppelschicht selbst eine Stütze, ihr Wesen wird dem Verständnis näher gerückt.

VI. Systematisches über die vom Brennfleck ausgesandten Strahlungen.

§ 25. Vorbemerkung.

In den vorausgegangenen Abschnitten sind die Entladungserscheinungen in den Röntgenröhren beschrieben worden. Die Besprechung fand ihren Abschluß in der Erörterung der in molekularen Dimensionen um den Brennfleck herum sich abspielenden Vorgänge. Dadurch werden die Gedanken in einer stetigen und natürlichen Reihenfolge auf den Brennfleck selbst und die Strahlungen hinübergeleitet, die vom Brennfleck ausgehen.

Freilich ist manches, was mit der Natur dieser Strahlungen zusammenhängt, viel allgemeinerer Natur als der eigentliche Gegenstand eines Berichtes über die Hochvakuumröntgenröhre und scheint vom streng systematischen Standpunkt aus nicht an diese Stelle zu gehören. Der natürlichen Entwicklung zufolge aber, welche das Studium der Röntgenstrahlen genommen hat, sind die die Strahlungen des Brenn-

flecks betreffenden Fragen aufs engste mit der Hochvakuumröhre verknüpft; denn erst diese Röhren ermöglichten es, alle Fragen einwandfrei und systematisch zu behandeln.

Die gashaltige Röntgenröhre ursprünglicher Art ist in der Tat viel zu unkonstant, ihr Arbeiten von zu mannigfachen Zufälligkeiten abhängig, um das Einhalten sauberer experimenteller Bedingungen und Untersuchungen von längerer Zeitdauer zu ermöglichen. Deshalb ist die Intensitätsverteilung und die Grenzwellenlänge des Spektrums in Funktion der Spannung; — die Abhängigkeit der Intensität von der Stromstärke bei konstanter Spannung; — die Abhängigkeit des kontinuierlichen Spektrums vom Antikathodenmetall; — der zur Erregung der Eigenstrahlung erforderliche Schwellenwert der Elektronengeschwindigkeit — und manches andere erst durch die Hochvakuumröhre dem experimentellen Studium zugänglich gemacht worden. In diesem Sinne gehört ein Überblick über die die Strahlung von Röntgenröhren betreffenden Arbeiten in diesen, sich mit der Hochvakuumröhre befassenden Aufsatz.

Bevor aber an die Erörterung der die Röntgenstrahlung selbst betreffenden Arbeiten herangegangen wird, ist es erforderlich, eine Klassifikation der vom Brennfleck ausgesandten Strahlungen vorzunehmen.

§ 26. Klassifikation der Brennfleckstrahlungen[39, 40].

Der Brennfleck einer Röntgenröhre sendet dreierlei Strahlungen aus:

1. Die durch Erwärmung des Metalls entstehende Wärmestrahlung, welche mit der bis zur Zerstörung der Brennfleckoberfläche sich erhöhen lassenden Wärmezufuhr auf helle Weißglut gesteigert werden kann. Über diese reine Wärmestrahlung des Antikathodenmetalls ist an dieser Stelle nichts Besonderes zu sagen. Sie weist keinerlei Polarisationserscheinungen auf und ist wesensgleich mit der Strahlung des nämlichen, etwa zu einem Glühfaden verarbeiteten, auf die gleiche Temperatur erhitzten Metalles einer Glühlampe.

Von der Wärmestrahlung ist, worauf ich[39]) zum ersten Male aufmerksam machte, zu unterscheiden:

2. die sichtbare Strahlung des Brennfleckes, welche in der Gestalt eines graublauen Lichtes bereits bei so geringen Belastungen beobachtet werden kann, daß die unter 1. erwähnte Strahlung noch weit davon entfernt ist sichtbare Komponenten zu besitzen angesichts der hierfür zu niedrigen Temperatur des Spiegelmetalles.

3. Die Röntgenstrahlung.

Über die zwei letzteren Strahlungen wird im folgenden berichtet.

VII. Experimentelles über die blaugraue Brennfleckstrahlung.

§ 27. Spektrum der graublauen Brennfleckstrahlung.

Die erste Untersuchung dieser Strahlung rührt von mir[39]) her. Im folgenden seien die diesbezüglichen Beobachtungen wiedergegeben.

Die Frage nach der Beschaffenheit des blaugrauen Lichtes ist jahrelang nicht aufgeworfen worden. Das ist erklärlich, sofern es sich um Röntgenröhren der ursprünglichen Art handelt, also um gashaltige Röntgenröhren. Denn bei diesen leuchtet die Glaswand der Röhre in einer hellgrünen Fluoreszenz auf. Außerdem sendet der Gasinhalt auf dem Wege der Kathodenstrahlen, aber auch sonst sein Spektrum aus. Dadurch wird die Aufmerksamkeit von dem Leuchten auf der Antikathode abgewendet, und gleichzeitig seine Untersuchung erschwert, da alle die genannten Strahlungen sich übereinander lagern und erst auf Grund einer eigenen Analyse auseinandergehalten werden könnten.

Anders ist es bei den sogenannten Hochvakuum-Röntgenröhren, in welchen die Gasionisation keine Rolle spielt. In diesen Röhren fehlt sowohl die Fluoreszenz der Glaswand (Abschnitt V), als auch das Leuchten des Gasrestes, und so hat man grundsätzlich die Möglichkeit, das sichtbare Brennflecklicht ungestört näher zu untersuchen. Freilich wirkt störend der von dem Glühdraht herrührende intensive Lichtschein. In der Tat befindet sich der Glühfaden bei einer dieser Röhren, nämlich bei der Coolidgeröhre, in der nächsten Nähe der Antikathode, und es ist nicht ausführbar, die Antikathode gegen sein Licht abzuschatten. Hingegen ist eine solche Abschattung sehr wohl möglich bei der in Fig. 1 angegebenen Röhrenart. Bei dieser ist die Lage der Glühlampe von keinem Einfluß auf die Entladung des eigentlichen Teiles der Röntgenröhre, da nicht die Windungen des Glühdrahtes, sondern die Bohrung der Kathode *K* (Fig. 1) Ausgangspunkt der Kathodenstrahlen ist. Deshalb ist es möglich, die Glühlampe *G* in der aus der Fig. 2 ersichtlichen Weise seitlich anzubringen und sie durch den Lichtschutzkasten *Y* (Fig. 18) derartig abzuschirmen, daß so gut wie gar kein Licht von ihr auf die Antikathode *A* gelangt. Die gesamte Röntgenröhre einschließlich des Lichtschutzes *Y* wird in einen, in der Figur nicht wiedergegebenen Bleischutz eingebaut, auf welchem als einziger Austrittsweg für Strahlungen irgendwelcher Art nach außen der Bleitubus *B* sitzt, der einerseits durch eine Bleiblende, auf der der Röhre zugekehrten Seite aber durch eine Linse von kurzer Brennweite abgeschlossen ist. Strahlen vom Brennfleck — sowohl Röntgenstrahlen, als Strahlen des sichtbaren Lichtes — können demnach nur durch die

Blendenöffnung im Deckel von *B* in die Beobachtungsapparate gelangen. Die sichtbaren Strahlen werden mit Hilfe des total reflektierenden Prismas *T* gespiegelt, so daß ein reelles Bild des Brennfleckes auf dem Spalte des Kollimatorrohres *C* entsteht. Röntgenstrahlen treten hingegen durch diesen Spalt nur in verschwindend geringer Intensität, und zwar wie man unmittelbar sieht, nur diejenigen, die im total reflek-

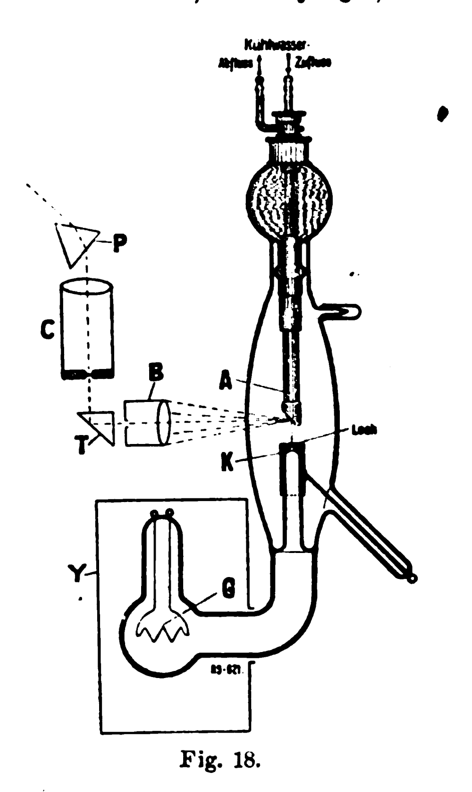


Fig. 18.

tierenden Prisma *T* gestreut werden. Das Kollimatorrohr ist Bestandteil eines äußerst lichtstarken, mit einem großen Rutherford-Prisma *P* versehenen Steinheilschen Spektrographen. Das Spektrum wird mit Hilfe eines Tele-Objektivs auf die photographische Platte entworfen. Die Platte ist in der üblichen Art vertikal verschiebbar, so daß eine größere Anzahl Spektren übereinander photographiert werden kann.

Die Abblendung gegen sichtbares Licht sowohl wie die gegen Röntgenstrahlen ist so vollkommen, daß eine einstündige Expositionszeit keinerlei Schwärzungen auf der Platte verursacht, wenn nicht das

Spektrum des Brennfleckes auf sie projiziert wird. Geschieht das aber, so erhält man in einer halbstündigen bis einstündigen Exposition ein vollständig durchgearbeitetes Spektrum des Brennfleckes, welches in der Fig. 19 (s. Tafel I) wiedergegeben ist*). Das Spektrum verläuft in der Gestalt zweier paralleler, schmaler Streifen, entsprechend der Form des Brennfleckes, welcher nicht kreisförmig, sondern ringförmig ist, und zwar ein Ring von ziemlich geringer Breite. Gemäß der Einstellung entwirft nämlich die in *B* gefaßte Linse das reelle Bild dieses Brennfleckes derartig auf den Spalt, daß er sich mit dem größten Durchmesser der Brennfleckellipse deckt. Die vom Spalte punktförmig ausgeschnittenen Teile des Ringes ergeben folglich nach erfolgter Brechung im Prisma *P* die beiden aus dem Bilde ersichtlichen schmalen horizontalen Striche.

Zur Orientierung ist unterhalb des Brennfleck-Spektrums das Spektrum einer leuchtenden Flamme, und weiter darunter das Spektrum des Heliums aufgenommen worden. Man erkennt auf den ersten Blick, daß das Spektrum der sichtbaren blaugrauen Brennfleckstrahlung ein kontinuierliches ist, ohne einen merklichen Anteil an selektiver Strahlung. Das ist deshalb überraschend, weil der ganzen Beschaffenheit der Erscheinung zufolge es nahegelegen hätte zu erwarten, daß die blaugraue Strahlung selektiver Natur sei und entweder das Spektrum der Gasreste oder dasjenige des Antikathodenmetalls aufweisen möge.

Ein näherer Vergleich mit der Intensitätsverteilung des wiedergegebenen Spektrums der leuchtenden Flamme lehrt, daß das Intensitätsmaximum des blaugrauen Lichtes erheblich weiter nach der kurzwelligen Seite zu sich befindet, als dasjenige der glühenden Kohlenstoffteilchen. Bei welcher Wellenlänge es liegt, ist zurzeit noch nicht ermittelt worden. Es deutet aber die vom Auge graublau empfundene Farbe darauf hin, daß es einer ungewöhnlich hohen Temperatur entspricht. Zur Bestimmung dieser Temperatur habe ich gemeinsam mit Dr. Rother eine Untersuchung in Angriff genommen; es wird demnächst darüber berichtet werden.

*) Da aus äußeren Gründen die Versuche auf einige Zeit unterbrochen werden mußten, rotempfindliche Platten sowie Sensibilatoren aber zurzeit nicht erhältlich waren, wurden die Aufnahmen auf handelsüblichen Schleußner-Platten gemacht. — Bei der Wiedergabe durch Autotypie sind die Schwärzungsverhältnisse der drei Spektren etwas gegeneinander verschoben worden, so daß das mittlere, der leuchtenden Flamme entsprechende Spektrum verhältnismäßig etwas geschwächt erscheint.

Aus den gelegentlich der Klassifikation der Brennfleckstrahlungen zusammengestellten Tatsachen geht hervor, daß als Träger der Temperaturbewegung nicht das Spiegelmetall anzusprechen ist. — Man wird kaum umhin können, daran zu denken, daß der die graublaue Strahlung aussendende Schwingungsvorgang innerhalb der Elektronenwolke stattfindet, welche eine jede Metallfläche umgibt und durch manche Tatsachen — letzthin auf Grund der Untersuchungen von Rother*) — gewissermaßen in den Bereich der unmittelbaren Anschauung gerückt ist. Im vorliegenden Falle ist der Elektronenschwarm als durch die aufprallenden Kathodenstrahlen in lebhafte Bewegung versetzt vorzustellen. Daß in der so bewegten Elektronenwolke selbst die höchsten, der vollen Kathodenstrahlengeschwindigkeit entsprechenden Geschwindigkeiten vorhanden sein müssen, geht beispielsweise daraus hervor, daß auch von der Röntgenstrahlung ausgelöste Elektronen den Brennfleck nicht verlassen, folglich zum Bestande der ungeordneten Bewegung gehören.

§ 28. Die Doppelschicht und die Polarisation der graublauen Brennfleckstrahlung.

Die naheliegende Frage, weshalb nicht mindestens Elektronen dieser höchsten Geschwindigkeiten sich vom Brennfleck loslösen und irgendwie bemerkbar machen, führt auf die Gedankengänge zurück, welche in dem vorausgegangenen Abschnitt V erörtert wurden und die Hypothese einer Doppelschicht erforderlich machten. Demzufolge würde also der die graublaue Strahlung emittierende Schwingungsvorgang in der Doppelschicht stattfinden. Angesichts der außerordentlich hohen Feldstärke, welche in der Doppelschicht anzunehmen ist, wurde ich auf die Vermutung geführt, daß das emittierte Licht stark polarisiert sein müsse. Eine Untersuchung, über die ich bereits kurz berichtete[40]), und die von Dr. Rother und mir demnächst ausführlicher veröffentlicht werden soll, hat erwiesen, daß das graublaue Brennflecklicht restlos polarisiert ist, und zwar derart, daß die emittierende Schwingung der Elektronen parallel zur Brennfleckfläche vor sich geht. Ist die Antikathode schräg zur Kathodenstrahlrichtung geneigt, so liegt das Energiemaximum der Schwingung in der Symmetrieebene der Röhre. Der Mechanismus des Schwingungsvorgangs entspricht am wahrscheinlichsten der Annahme, daß die Elektronen zwischen zwei positiven Schichtbelegen kreisen, von denen der eine längs des Spiegelmetalles, der andere auf einer dem Brennfleck vorgelagerten parallelen Fläche angeordnet ist

*) Rother, Ann. d. Phys. (4), 44, 1238—1272, 1914.

(Fig. 20a). Diese Sachlage kann auch so aufgefaßt werden, daß vor dem Brennfleck Dipole angeordnet sind, welche sich entsprechend dem bestehenden elektrischen Felde einstellen. Der Schwingungsvorgang der negativen von den beiden positiven Ladungen festgehaltenen Elektronen wäre ein ähnlicher wie derjenige innerhalb eines Wasserstoff-

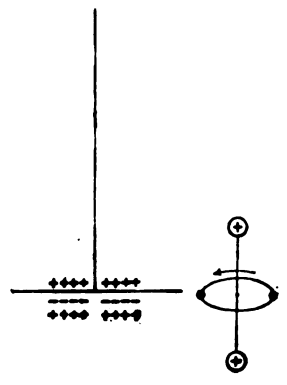


Fig. 20a. Fig. 20b.

moleküls, in welchem die Elektronen ebenfalls in der Symmetrieebene zwischen den beiden Wasserstoffatomen kreisen (Fig. 20b).

§ 29. Rückschlüsse von der blaugrauen Brennfleckstrahlung auf die Röntgenstrahlung[39].

Die Tatsache, daß das kontinuierliche Spektrum der blaugrauen Strahlung sehr weit ins Kurzwellige zu reichen scheint, andererseits aber das kontinuierliche Röntgenstrahlenspektrum bis zu einem gewissen Grade (§ 32) Temperaturcharakter hat, läßt den Gedanken aufkommen, daß beide Strahlungen Teile eines und desselben sich vom Infrarot bis zu den hochfrequenten Schwingungen ausdehnenden, zusammenhängenden Spektrums sind; also eines Spektrums, in welchem auch sämtliche zwischen dem ultravioletten und dem Röntgengebiete liegenden Wellenlängen mit erheblicher Intensität sich vertreten finden. Durch die Zurückführung mindestens eines Teiles oder der ganzen kontinuierlichen Röntgenstrahlung auf den gekennzeichneten Schwingungsvorgang — (welcher im Falle der Röntgenstrahlung nicht auf die Elektronenschicht vor dem Spiegel beschränkt zu sein braucht, sondern auch als tiefer im Metall gelegene Elektronen in Mitleidenschaft ziehend vorgestellt werden kann) — wird manches verständlich, was sonst kaum in einer einfachen Weise erklärt werden könnte. So die aus jedem Röntgenspektrogramm

ersichtliche Tatsache der Kohärenz der kontinuierlichen Röntgenstrahlung, welche sich aus der gewöhnlichen Anschauung, als sei letztere Strahlung ausnahmslos Bremsstrahlung, nur unter mehr oder weniger willkürlichen Annahmen ableiten läßt*). — Ferner die Tatsache, daß die mittlere Härte der Röntgenstrahlung bei gleichbleibender Röhrenspannung zunimmt, wenn die Elektronendichte im Brennfleck erhöht wird. Man findet diese Tatsache nebst ihrer Erklärung im folgenden Abschnitt VIII, § 34 erörtert. —

Die Zurückführung beider Brennfleckstrahlungen auf einen Schwingungsvorgang der nämlichen Art gibt schließlich die Anregung, zu untersuchen, ob nicht ein Teil der Röntgenstrahlung ebenso polarisiert**) ist wie das von der blaugrauen Brennfleckstrahlung oben berichtet wurde.

VIII. Experimentelles über die Röntgenstrahlung.

§ 30. Untersuchungsmethoden der Röntgenstrahlung.

Untersuchungen der Röntgenstrahlung können im allgemeinen auf zwei verschiedenen Wegen vorgenommen werden. Entweder mit Hilfe der Absorptionsanalyse in einem nicht selektiv absorbierenden Stoffe (Aluminiumfilter) oder mit Hilfe der spektralen Zerlegung. Bevor auf die Besprechung der einzelnen Arbeiten eingegangen wird, muß einiges über die Untersuchungsmethoden gesagt werden.

§ 30a). Die Absorptionsanalyse.

Die Absorptionsanalyse liefert nicht die Wellenlänge, auch nicht den Absorptionskoeffizienten der einzelnen Bestandteile der Strahlung, sondern im gewissen Sinne die mittlere Härte der durch eine größere oder geringere vorgeschaltete Filterdicke in ihrer Zusammensetzung

---

*) Von Rutherford[41]) stammt die Vorstellung, daß der kontinuierliche Hintergrund dadurch entsteht, daß von dem Kathodenstrahl-Elektron Atomelektronen aus einem Ringe in den anderen gestoßen werden, wobei ein Schwingungszug emittiert wird. Es ist freilich nicht verständlich, weshalb bei einem solchen Vorgang eine andere Strahlung als die Eigenstrahlung des Atoms entstehen soll. Soviel ich sehe, wäre von diesem Gesichtspunkt aus eher die Eigenstrahlung als Bremsstrahlung zu bezeichnen, als der kontinuierliche Hintergrund. Man vergleiche hierzu auch § 33.

**) Nach einer Mitteilung von Dr. Hausser ist der aus einer Brennfleckaufnahme[38]) von mir auf die Polarisation der Röntgenstrahlung gezogene Schluß nicht zwingend. Insofern möchte ich den Inhalt meiner ersten, die Polarisation des blaugrauen Lichtes betreffenden Mitteilung[40]) ausdrücklich auf den Inhalt der §§ 28 und 29 beschränken.

geänderten Strahlung. Zwar müßte sich, rein theoretisch gesprochen, zum mindesten der Absorptionskoeffizient der härtesten Strahlenkomponenten auf diesem Wege ermitteln lassen, wenn nur hinreichend starke Filterschichten vorgeschaltet würden. Die Erfahrung lehrt aber, daß eine Bestimmung der Grenzwellenlänge mit Hilfe der Filtermethode sich besonders dann nicht ausführen läßt, wenn es sich um einigermaßen harte Strahlen handelt. Einer der Gründe, welche die Bestimmung erschweren, ist die Schwierigkeit quantitativer Ausschaltung der Streustrahlung. Aber selbst wenn der Einfluß letzterer, wie in einer von mir geschaffenen Versuchsanordnung geschehen[12, 13, 14]), aufs äußerste verringert ist, bleibt noch immer aus einem anderen, nicht

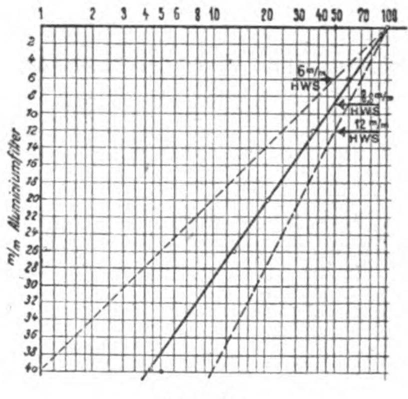


Fig. 21.

minder prinzipiellen Grunde die Bestimmung der härtesten Komponente auf diesem Wege praktisch nicht ausführbar.

Um das einzusehen, wolle man sich den in Fig. 21[44]) anschaulich gemachten einfachen Sachverhalt vergegenwärtigen. In dem Schaubild ist die Zusammensetzung zweier in dem logarithmischen Koordinatensystem geradlinig verlaufender, also homogener Komponenten gleicher Intensität zu einem resultierenden Strahlungsgemisch dargestellt. Es ist die Annahme getroffen, daß die den Komponenten zukommenden Halbwertschichten 6 mm bzw. 12 mm betragen. Man erkennt, daß die resultierende — im Koordinatensystem horizontal nach links bis zum Punkte 100 verschobene dargestellte — Strahlungskurve bis zu einer sehr erheblichen Tiefe praktisch geradlinig verläuft. Das heißt: ihre Abweichung vom geradlinigen Verlauf beträgt nur wenige Prozente. Genauer als mit einem Fehler von wenigen Prozenten lassen sich aber derartige Messungen schon deshalb

nicht ausführen, weil größere Konstanzen bei den allgemein üblichen technischen Röntgenbetrieben gar nicht erreicht werden können. Deshalb wäre es in dem Falle der Figur gar nicht möglich, die Strahlung als eine zusammengesetzte zu erkennen, beziehungsweise die härteste Komponente aufzudecken, ohne mit erheblich größeren Filterstärken zu arbeiten. Aber auch dieser Weg dürfte zu keinem Erfolg führen, denn große Filterdicken schwächen die primäre Strahlung und steigern gleichzeitig den Einfluß der von den Streustrahlen und anderen Ursachen herrührenden Fehlerquellen.

Ist es demnach selbst im Falle einer Strahlung, welche aus zwei so sehr verschiedenen Komponenten, wie die in der Figur dargestellten, besteht, nicht leicht, mit Hilfe der Absorptionsanalyse experimentell einen einwandfreien Aufschluß über die Zusammensetzung zu erlangen, — so steigert sich die Schwierigkeit zu einer Unmöglichkeit in dem praktischen Falle, in welchem eine kontinuierliche Strahlung mit zum Teil sehr durchdringungsfähigen Komponenten vorliegt. Daß die Absorptionsanalyse dann unbedingt zu Irrtümern führen muß, erkennt man aus der Arbeit von Rutherford, Barnes und Richardson[41]). Diese Forscher wurden durch die Filteranalyse zu der Behauptung verleitet, daß ein Wolframspiegel selbst bei höchsten Spannungen keine Komponenten von einer wesentlich größeren Härte als die Wolfram-K-Strahlung zu erregen gestattet*).

Ist demnach die Filtermethode ungeeignet, Aufschlüsse über die Wellenlängen der einzelnen Strahlungskomponenten zu liefern, so kann sie dessen ungeachtet unter Umständen gut brauchbar sein, wenn man sich einen Begriff über die mittlere Härte des Strahlungsgemisches auf einfachem Wege bilden will. In der Tat kann kein Zweifel darüber bestehen, daß von zwei Strahlungen diejenige reicher an harten Komponenten ist, deren Absorptionskurve in der logarithmischen Darstellung steiler verläuft. So leistet die Methode gute Dienste, wenn man die Zunahme der mittleren Strahlenhärte mit Erhöhung der Elektronendichte beobachten will (vgl. § 34). Aus dem

---

*) Wagner[42]) führt dieses Fehlergebnis darauf zurück, daß die mittlere Härte des Strahlengemisches, welches nach stärkerer Filterung der Gesamtstrahlung übrig bleibt, hauptsächlich durch die intensive Wolfram-K-Strahlung bestimmt wird.

Ich[43]) wies darauf hin, daß die von den Autoren benutzte Bleifilterung bei der Verfolgung der Frage nach der Grenzwellenlänge unzulässig ist, weil sämtliche Strahlung, die kurzwelliger ist als die Bleiabsportionsbandkante, so gut wie vollständig vom Blei absorbiert wird.

gleichen Grunde verhältnismäßiger Einfachheit hat die Filtermethode auch für medizinische Zwecke eine dauernde Daseinsberechtigung, weil sie es erkennen läßt, ob die Absorptionsfähigkeit eines Strahlengemisches auf dem Wege durch den menschlichen Körper sich erheblich ändern wird oder nicht, ob also das Strahlungsgemisch für alle praktisch vorkommenden Körpertiefen als ein gleichartiges bezeichnet werden darf oder nicht.

Freilich ist selbst, wenn man nur Schlüsse medizinischer Natur ziehen will, zweierlei zu beachten. Erstens, daß die durch die Filteranalyse ermittelte mittlere Härte stets eine zu weiche Strahlung vortäuscht; denn auf der konstanten Ionisationsstrecke der Meßkammer verursachen — gleiche Intensität vorausgesetzt — die weichen Komponenten eine stärkere Ionisation als die harten Komponenten. Zweitens aber dürfen aus einer Absorptionsmessung nur dann biologische Folgerungen gezogen werden, wenn die Beeinflussung des Gewebes durch gleiche aufgenommene Strahlenenergien stets gleich ist, ohne Rücksicht auf die Strahlenhärte. Manche Erfahrungen — z. B. die bei der Karzinomtherapie gesammelten — weisen aber darauf hin, daß sehr harte Strahlen das kranke Gewebe im Verhältnis zu dem gesunden Gewebe stärker beeinflussen als das bei weichen Strahlen der Fall ist, vgl.[45]) S. 40—45.

§ 30b. Die spektralanalytischen Methoden.

Die spektralanalytische Zerlegung der Röntgenstrahlung ist — abgesehen von der verhältnismäßigen Umständlichkeit — der Filtermethode stets bei weitem überlegen. Besonders, seitdem in Gestalt des Seemannschen Spektrographen[45]) ein Apparat vorliegt, der die Untersuchungen so weit vereinfacht, wie das der Natur der Dinge gemäß möglich zu sein scheint. Es ist hier hinsichtlich der Messung zwischen der photographischen Methode und der Ionisationsmethode zu unterscheiden.

Die photographische Methode ist von großem Wert, wenn es sich um die Eigenstrahlung sowie um die Grenzwellenlänge handelt[43, 46, 47]) selbst dann, wenn Untersuchungen an äußerst kurzwelliger Strahlung vorgenommen werden. Hinsichtlich der Intensitätsverteilung gibt sie aber nur relative Aufschlüsse, weil die Schwärzungskurve der photographischen Platte für verschieden harte Strahlungen nicht bekannt ist. Abgesehen von der Beeinflussung der Spektren durch die Silberbandkante kommt für die Untersuchungen härtester Strahlen störend der Umstand in Frage, daß die photographische Platte in diesem Gebiet verhältnismäßig unempfindlich wird. Doch kann man sich mit

gutem Erfolg in diesem Falle eines Verstärkungsschirmes bedienen. Das Vorurteil, daß dadurch eine wesentliche Unschärfe der Bilder bedingt wird, ist für die meisten Fälle ungerechtfertigt. Wenn der Schirm gut anliegt, gelingt es, selbst so nahe aneinander gedrängte Linien wie die *Pt*- und *Ir*-*K*-Strahlung scharf getrennt aufzunehmen.

Die Ionisationsmessung setzt voraus, daß der absorbierte Betrag der Strahlenenergie auf die Erzeugung von Ionen verwandt wird. Das wird gegenwärtig allgemein angenommen, wenn auch von einigen Forschern gerade in letzter Zeit (vgl. Fußnote zu § 34) Bedenken dagegen geltend gemacht werden. Wären diese Bedenken unbegründet, dann wäre die Anwendung einer Ionisationskammer in Verbindung mit der spektralen Zerlegung, obwohl sie eine umständliche Arbeitsweise bedingt, offenbar die ideale Meßmethode, da sie die gesamte Intensitätsverteilung zu ermitteln gestatten würde. Freilich müßte zu diesem Zweck die Abhängigkeit der Intensität der am Kristall reflektierten Strahlung von der Wellenlänge bekannt sein — eine Forderung, welche zurzeit noch nicht erfüllt ist. — Es sei hier auf das selbstregistrierende Photometer von Compton[48]) hingewiesen. — Eine besonders bequem zu handhabende praktische Anordnung dürfte zu erzielen sein, wenn der Seemannschen Spektrograph mit einer passenden Ionisationskammer ausgestattet werden würde. —

In diesem Zusammenhang müßte auch über die Röntgenstrahleneinheit berichtet werden, wenn es eine solche gäbe. In der Tat dürfte sich eine solche Einheit, nur im Anschluß an eine iontometrische Auswertung des Spektrums festlegen lassen. Doch ist in dieser Hinsicht noch immer nichts praktisch Brauchbares geschaffen worden, sehr zum Schaden des gesamten Röntgengebietes. Denn gegenwärtig kann weder der Physiker noch der Techniker die Leistungen verschiedener Apparate vergleichen, wenn er sie nicht in seinem eigenen Laboratorium mit der nämlichen Meßanordnung studiert hat. Erfahrungen, die durch verschiedene Forscher gewonnen sind, bleiben auf diese Weise unvergleichbar. Auch kann kein Arzt dem anderen überliefern, mit welchen Strahlenintensitäten in den einzelnen Fällen gearbeitet werden muß. — So wäre es sehr zu wünschen, daß baldigst irgendein praktisch brauchbarer Vorschlag allgemeine Anerkennung fände. Im folgenden wird auf die Frage der Strahleneinheit noch kurz zurückzukommen sein, vgl. § 34.

§. 31. Einschränkung des Gegenstandes.

Nachdem im vorausgegangenen Paragraphen das für den hier behandelten Gegenstand Wichtigste über die Untersuchungsmethoden der

Röntgenstrahlung gesagt wurde, sind im folgenden die Ergebnisse der Untersuchung zu behandeln. Dieses Thema ist außerordentlich ausgedehnt; für die vorliegende Darstellung kommt naturgemäß nur ein Teil des Gegenstandes in Frage.

Es ist üblich in der Strahlung der technischen Röntgenröhren die charakteristische Eigenstrahlung des Antikathodenmetalls und den kontinuierlichen Hintergrund des Spektrums zu unterscheiden. Letzterer wird gewohnheitsmäßig schlechthin als „Bremsstrahlung" bezeichnet. Dieser Namengebung liegt aber bereits eine theoretische Deutung zugrunde, deren Berechtigung keinesfalls als erwiesen gelten kann. Man wolle hierüber Abschnitt VII, besonders aber den § 29 vergleichen. In der Tat bestehen drei Möglichkeiten: die kontinuierliche Strahlung kann vollständig, zum Teil oder auch gar nicht Bremsstrahlung sein[46, 73]. Deshalb soll im folgenden von der Gleichsetzung der Bremsstrahlung mit der kontinuierlichen Röntgenstrahlung abgesehen und im gewissen Gegensatz dazu stets vom kontinuierlichen Hintergrund gesprochen werden.

Der kontinuierliche Hintergrund ist Funktion der Beschaffenheit der Röhre und ihrer Betriebsbedingungen. Seine Erörterung gehört daher naturgemäß in einen Aufsatz, der die Eigenschaften bestimmter Röntgenröhren behandelt. Hingegen gehören Erörterungen über den anderen Teil der Strahlung, die charakteristische Eigenstrahlung, an diese Stelle nur hinsichtlich der Bedingungen ihrer Erregung, also beispielsweise hinsichtlich des Vorhandenseins einer für ihre Erregung erforderlichen Grenzgeschwindigkeit der Kathodenstrahlen, hinsichtlich der Intensitätszunahme der Strahlung mit steigender Stromstärke und -spannung, hinsichtlich des — zurzeit nur sehr wenig studierten — Verhältnisses ihrer Intensität zum kontinuierlichen Hintergrund des Spektrums. Nicht aber gehört hierher eine Erörterung der Struktur der Eigenspektren, welche Gegenstand eines eigenen, umfassenden Gebietes der Physik im Laufe der letzten Jahre geworden sind.

§ 32. Charakter des kontinuierlichen Spektrums beim Betriebe mit stehender Gleichspannung.

Macht man die — im vorausgegangenen Paragraphen freilich als ungerechtfertigt bezeichnete — Voraussetzung, daß die gesamte kontinuierliche Röntgenstrahlung Bremsstrahlung sei und wendet, den ziemlich gleichzeitigen Anregungen von W. Wien[49]) und J. Stark[50]) entsprechend, in folgerichtiger Weise den einfachen Quantensatz auf die

Vorgänge an, so ergibt sich der folgende, zuerst von Sommerfeld[51]) abgeleitete Sachverhalt. Wenn ein aus Elektronen gleicher Geschwindigkeit bestehender Kathodenstrahl auf die Antikathode aufprallt, dann wird die Energie derjenigen Elektronen, welche überhaupt zur Abbremsung gelangen, in einer vom Antikathodenmetall unabhängigen Weise quantitativ in Röntgenstrahlung umgesetzt. Es entstehen demzufolge, wenn eine Röntgenröhre mit stehender Gleichspannung vom Betrage V betrieben wird, Röntgenstrahlen nur einer und derselben, sich aus der Spannung gemäß dem Quantensatz berechnen lassenden Impulsbreite, die gesamte so entstehende Strahlung muß parallel zur Kathodenstrahlenrichtung polarisiert sein.

Diesen Folgerungen wurde von Sommerfeld auch in den seinen

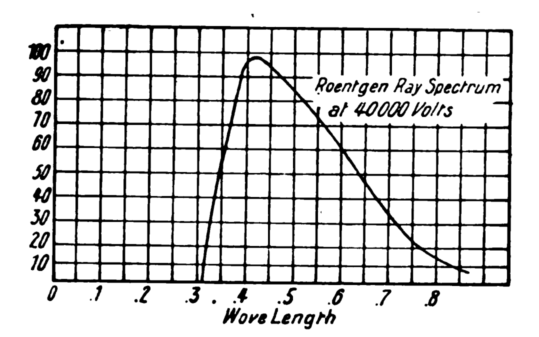


Fig. 22.

ersten Arbeiten folgenden Jahren[52]) tatsächliche Bedeutung beigelegt. Sommerfeld versuchte ursprünglich dem Sachverhalt eine anschauliche Deutung zu geben, indem er annahm, daß die Kathodenstrahlen niemals auf einem „Zickzackwege" abgebremst werden, auf welchem entsprechend den Teilbremsvorgängen verschiedene Impulsbreiten ausgestrahlt werden könnten; sondern daß die Abbremsung, wenn überhaupt, so stets „in einem Zuge" erfolgt.

Die Erfahrung hat aber gelehrt, daß diese vorbehaltlose Verknüpfung des Quantensatzes mit der Bremshypothese in Widerspruch mit den Tatsachen steht. Schon die alltägliche Arbeit mit Röntgenstrahlen läßt es erkennen, daß die Strahlung einer Röntgenröhre eine außerordentlich komplexe ist. Diese Vermutung wird von der Spektraluntersuchung bestätigt. Fig. 22 gibt die einer Arbeit von Hull[54]) entlehnte Intensitätsverteilung des kontinuierlichen Röntgenspektrums einer mit Wolfram-

Antikathode versehenen Coolidgeröhre*) wieder, während Fig. 23 zum Vergleiche die Intensitätsverteilung einer Glühlampe mit Wolframfaden wiedergibt. Man sieht, daß das Röntgenspektrum weit davon entfernt ist, entsprechend der Sommerfeldschen Schlußfolgerung ein selektives zu sein. Es ist durchaus kontinuierlich und besitzt in großen Zügen denselben Charakter wie das Spektrum des einfach erhitzten Metallfadens, also eine temperaturähnliche Intensitätsverteilung. Seine Abweichung von der Temperaturstrahlung besteht aber darin, daß

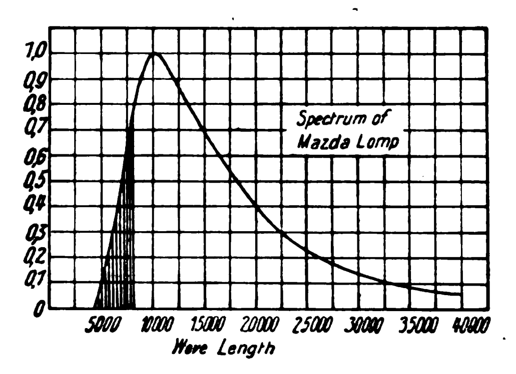


Fig. 23.

das Wiensche Verschiebungsgesetz, welches analog zu $\lambda_{max} T = \text{const.}$ für Röntgenstrahlen

$$\lambda_{max} V = \text{const.}$$

heißen müßte, nicht gilt. Es ist vielmehr annähernd nach Ulrey[76])

$$\lambda_{max} V^{\frac{1}{2}} = \text{const.}$$

Oder: das Verhältnis von λ_{max} zur kürzesten Grenzwellenlänge λ_0, welches konstant sein müßte, weil nach § 33

$$\lambda_0 V = \text{const.}$$

*) Zwar nicht die Tatsache des Vorhandenseins eines kontinuierlichen Spektrums, aber die besondere Form der Intensitätsverteilung ist möglicherweise zum Teil auf den Umstand zurückzuführen, daß bei der Coolidgeröhre die Elektronendichte im Brennfleck ungleichmäßig ist. Das würde besonders dann zu einer Beeinflussung der Intensitätsverteilung beitragen, wenn auch bei stehender Gleichspannung, ähnlich wie beim Wechselstrombetrieb, die mittlere Strahlenhärte von der Elektronendichte im Brennfleck mit bedingt würde (§ 34). Ferner ist zu beachten, daß alle an der Coolidgeröhre angestellten Spektraluntersuchungen bei geringer spezifischer Brennfleckbelastung ausgeführt sind.

ist, wächst in Wirklichkeit ganz erheblich mit der Spannung. Der Unterschied zwischen dem Temperaturspektrum und dem Röntgenspektrum besteht also darin, daß beim letzteren — besonders bei hohen Spannungen — der Abstand zwischen dem Intensitätsmaximum und der Grenzwellenlänge ganz bedeutend größer ist. Bei dieser Feststellung sind aber die Vorbehalte des § 30 b sehr zu beachten. Nach meiner Erfahrung hängt die Intensitätsverteilung gerade des kurzwelligsten Teiles des Spektrums sehr von der Eigenart der Kristallanordnung, besonders von der Dicke der durchstrahlten Kristallschicht ab.

Schon allein aus der kontinuierlichen Intensitätsverteilung aber folgt in zweifelsfreier Weise, daß eine vorbehaltlose Verquickung des Quantensatzes mit der Bremstheorie zu keinem Erfolg führt. Eine solche Verquickung ist aber durchaus keine Notwendigkeit: dem Wesen der Dinge würde es mindestens ebensogut entsprechen, wenn man für die Erregung der Röntgenstrahlen lediglich auf dem Quantensatz fußen und auf die Bremstheorie verzichten würde. Ja, dieser Weg hätte noch den Vorteil, anschaulich ausgelegt werden zu können, besonders aber zwanglos die Tatsache der Kohärenz der Strahlung verständlich zu machen. Man vergleiche hierzu auch § 29.

Wollte man aber die Erzeugung der Röntgenstrahlen trotz allem auf einen quantenmäßig verlaufenden Abbremsungsvorgang zurückführen, so müßte letzterer durchaus ungeordnet angenommen werden. Man hätte — die Sommerfeldsche Ausdrucksweise benutzend — sehr wohl das Bestehen von Abbremsungen auf einem „Zickzackwege" vorauszusetzen. Es müßte also im allgemeinen Falle die Energie eines sich abbremsenden Elektrons in einer von einem Elektron-Individuum zum anderen variierenden Weise als aus zwei Teilen bestehend gedacht werden. Der eine Teil würde in Wärme, der andere wieder in einer von Fall zu Fall wechselnden Art in Impulsstrahlung umgesetzt werden. Zur näheren Definierung eines solchen Vorganges wird es offenbar nötig, parallel zum Quantensatz eine ganze Anzahl anderer grundlegender Bestimmungen zu treffen. Eine Möglichkeit, solche Bestimmungen anders als aus willkürlichen Annahmen abzuleiten, ist zurzeit kaum zu erkennen. Solche Willkür vorausgesetzt, läßt sich aber ein jeder experimentelle Befund jeder Hypothese anpassen. Somit ist einer derartigen Ableitung der Intensitätsverteilung aus einer Verknüpfung der Quantenregel mit der Bremshypothese kaum ein tieferes Interesse beizumessen. Es sei immerhin erwähnt, daß Webster[53]) es versucht hat, einen Ansatz in dieser Richtung zu machen.

§ 33. Begrenzung des kontinuierlichen Spektrums beim Betriebe mit stehender Gleichspannung.

Aus der erörterten, der Intensitätsverteilung eines Temperaturspektrums ähnlichen Verteilung im Röntgenspektrum, aber auch aus dem in Kapitel VIII, insbesondere § 29, über die graublaue Brennfleckstrahlung Gesagten ist zu schließen, daß eine Begrenzung des Röntgenspektrums nach den langen Wellen zu überhaupt nicht vorliegen dürfte. Nach den kurzen Wellen zu ist aber, wie aus Fig. 22 ersichtlich, das Vorhandensein einer ziemlich deutlichen Abgrenzung anzunehmen. In der Tat nimmt die Grenzwellenlänge des kontinuierlichen Spektrums ab mit zunehmender Betriebsspannung der Röhre, wie das aus der von Hull[54]) entlehnten Fig. 24 zu ersehen ist, während

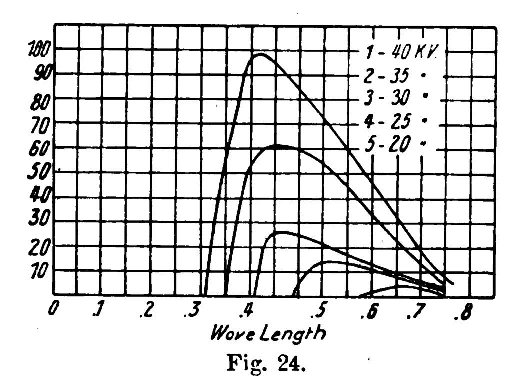


Fig. 24.

gleichzeitig das Intensitätsmaximum immer kurzwelliger wird und — gleichbleibende Milliamperebelastung der Röhre vorausgesetzt — auch in allen anderen Teilen des Spektrums die Intensität entsprechend ansteigt. Dieser Sachverhalt war, noch bevor die Spektraluntersuchung ihn klar zu erkennen gestattete, insofern bekannt, als man wußte, daß bei gleichbleibender Milliamperezahl und zunehmender Spannung die mittlere Härte und die Gesamtintensität der Strahlung zunehmen.

Die hochfrequente Grenzwellenlänge λ_0 entspricht dabei — gemäß den freilich nur mit geringen spezifischen Brennfleckbelastungen ausgeführten Arbeiten von Duane und Hunt[55]), Hull[56]), und Hull und Rice[57]), de Broglie[58]), Wagner[59]), Müller[60])*) — genau der aus der Quantenformel

$$\lambda_0 = \frac{12_3}{10^{-3} \cdot \text{Volt}}$$

* Vgl. auch Blake und Duane, Phys. Rev. p. 624, Dez. 1917. Ferner Webster und Clark, Phys. Rev. p. 571, Juni 1917.

sich ergebenden, wobei die kürzeste von den drei ersten Autoren erreichte Wellenlänge etwa 0_{08} Ångström betrug. In Widerspruch mit dieser Beobachtung steht lediglich die Arbeit von Rutherford, Barnes und Richardson[41]), der aber entsprechend dem in § 30 Gesagten in dieser Hinsicht kein Gewicht beizumessen ist.

Die Berechnung der beim stehenden Gleichstrombetrieb beobachteten Grenzwellenlänge ist — nachdem weder die Homogenität der Strahlung (§ 32), noch ihre Unabhängigkeit vom Antikathodenmetall (§ 37) sich experimentell bestätigt hat — die einzige für die Abbremsung der Kathodenstrahlen sich aus der Quantentheorie ergebende Folgerung, welche ohne willkürliche Annahmen mit der Erfahrung in Übereinstimmung ist. Quantensatz und Bremsstrahlentheorie bedingen einander aber keinesfalls und es ist eine besondere Frage, ob selbst hinsichtlich der Grenzwellenlänge gleichzeitig mit dem Quantensatz die Bremstheorie sich aufrecht erhalten läßt. In der Tat scheint hier eine Schwierigkeit für das Verständnis insofern vorzuliegen, als für die Grenzwellenlänge eine Abbremsung des Elektrons „in einem Zuge“ angenommen, gleichzeitig aber die Herstellbarkeit von Interferenzen hoher Gangunterschiede an der so emittierten Impulsstrahlung begründet werden müßte, vgl. auch § 29.

§ 34. Die Ökonomie der Strahlenausbeute und ihre Abhängigkeit von der Spannung.

Nachdem in den beiden vorausgegangenen Paragraphen der allgemeine Charakter, die Intensitätsverteilung und die Begrenzung des kontinuierlichen Spektrums besprochen wurden, wäre es an der Reihe, über seine Gesamtintensität zu berichten. Diesbezügliche Arbeiten scheinen aber noch nicht vorzuliegen. Bis jetzt wurde nur das Verhältnis der gesamten Strahlenausbeute zu der in der Röhre umgesetzten Energie bestimmt, ohne daß eine spektrale Zerlegung dabei vorgenommen worden wäre. Demgemäß beziehen sich die Ergebnisse nicht auf das kontinuierliche Spektrum allein, sondern auf die gesamte Strahlung einschließlich der von der charakteristischen Strahlung herrührenden Anteile. Offenbar ist bei einer solchen Art vorzugehen, keinerlei klare Gesetzmäßigkeit zu erwarten. Außerdem hat man sich bisher so gut wie ausschließlich zum Betriebe der Röhren bei den Messungen der an sich undefinierten Entladung eines Induktors oder pulsierender, durch Gleichrichtung technischer Wechselspannung erzeugter Gleichspannung bedient. Eine befriedigende Spannungsmessung, insbesondere eine Bestimmung der Stromspannungskurve war nicht ver-

wirklicht. Endgültige Klarheit kann aber ausschließlich von einem Betriebe mit ruhender, zuverlässig gemessener Gleichspannung und von einer spektralen Zerlegung der Strahlung erwartet werden. Ferner — streng genommen — wenn die gesamte Röntgenstrahlung im Brennfleck ausgelöst wird und keine Absorption in der Röhrenwand stattfindet, da sonst weder die absoluten Beträge stimmen, noch die Resultate verschiedener Forscher miteinander vergleichbar sind, noch irgendein Schluß auf die Änderung des Ökonomiefaktors mit der Spannung gezogen werden kann.

Ungeachtet dieser Unbestimmtheit seien in der folgenden Tabelle die Resultate der einzelnen Autoren zusammengestellt. Freilich sind letzten Endes, aus der Tafel nur die Grenzen zu entnehmen, zwischen welchen der Ökonomiefaktor ungefähr liegen dürfte.

Jahr	Autor	Untersuchungs-methode	Spannung in KV	Ökonomie-faktor
1905	W. Wien[61]	Bolometer	58,7	0,00143
1905	W. Wien[61]	Thermosäule	58,7	0,00183
1906	Angerer[62]	Bolometer	niedrig	0,0004
1906	Carter[63]	Bolometer	59,0	0,0006
1912	Eve und Day[64]	Ionisation	11 cm Schlagweite	0,0001
1913	Beatty[65]	Ionisation	48	0,0019
	ders.	ab. dünn. *Al*-Fenster	59	0,0023
1915	Höppner[66]	Thermosäule	65	0,00029
1915	Rutherford und Barnes[67]	Ionisation	48	0,00059
1917	Weeks[68]	Bolometer	28—54	0,00058 bis 0,00187

Verschiedene Autoren haben es außerdem versucht, die Abhängigkeit des Ökonomiefaktors von der Spannung zu bestimmen. Bei einem derartigen Vorhaben bringen aber die erwähnten Unbestimmtheiten eine womöglich noch größere Unsicherheit hervor als bei der Bestimmung der Zahlen der obigen Tafel und es weichen die Ergebnisse außerordentlich voneinander ab. So hat Carter[63]) gefunden, daß der Ökonomiefaktor der ersten Potenz der Spannung porportional ist. Dasselbe findet Beatty[65]). Hingegen ist nach Whiddington[65]) der Ökonomiefaktor der vierten Potenz der Spannung proportional, nach Weeks der dritten Potenz der Spannung. Bemerkenswert ist die Ansicht von Weeks, es sei sehr wohl möglich, daß in Wirklichkeit das Beattysche lineare Gesetz gilt, und daß die von den einzelnen Autoren gefundenen Abweichungen von der von Fall zu Fall verschiedenen Absorption in der Röhrenwandung, bzw. im Röhrenfenster her-

rühren*). Schließlich sei noch eine mit Ionisationsmessung ausgeführte Arbeit von Brainin[70]) zu erwähnen, der verschiedene Antikathodenmetalle miteinander vergleicht. Auf diese Arbeit wird noch im § 38 zurückzukommen sein. Hier sei nur erwähnt, daß Brainin der Hauptsache nach einen quadratischen Anstieg der Strahlenausbeute mit der Spannung behauptet, aber doch bei verschiedenen Metallen Abweichungen von diesem Gesetz findet. Immerhin ist Brainin, soviel ich sehe, der einzige, welcher sich für diese Fragen einer stehenden Gleichspannung bedient hat und auch einer zuverlässigen Spannungsmessung. Seine Spannungen lagen zwischen 5 und 33 KV.

Anmerkung bei der Korrektur. Neuerdings hat Ulrey[76]) bei stehender Gleichspannung die Abhängigkeit der Gesamtenergie des kontinuierlichen Spektrums von der Spannung bis zu 50 KV bestimmt. Die angewandte Methode ist die der spektralen Zerlegung und Ionisationsmessung. Die Resultate sind außer durch die Absorption in der Röhrenwand auch durch Unkenntnis der Abhängigkeit der Intensität der am Kristall reflektierten Strahlung von der Wellenlänge getrübt (§ 30b). Die Energie wächst zwischen 25—40 KV. linear mit dem Quadrat der Spannung, bei höheren Spannungen erheblich langsamer, was aber auf ungenügende Absorption der harten Strahlen in der Ionisationskammer zurückgeführt werden kann. Neuen Beobachtungen zufolge soll auch die Energie der Eigen-K-Strahlung linear mit dem Quadrat der Spannung wachsen (vgl. § 39).

§ 35. Die mittlere Härte und Gesamtintensität in Abhängigkeit von der Strombelastung beim Betriebe mit pulsierender Gleichspannung von 50 Perioden.

Nachdem im vorausgegangenen Paragraphen das mit stehender Gleichspannung erzeugte Spektrum hauptsächlich in Abhängigkeit von der Spannung erörtert wurde, hätte hier in folgerichtiger Weise die Untersuchung der Abhängigkeit von der Milliamperebelastung der Röhre ebenfalls bei stehender Gleichspannung zu folgen. Doch sind solche Untersuchungen nicht ausgeführt worden. Vergleichsmessungen mit zunehmender Röhrenstromstärke sind zurzeit nur von mir[12, 13, 14])

*) Von großem Interesse ist auch die von Weeks aus seiner bolometrischen Messung unter Zuhilfenahme bekannter Konstanten gezogene Folgerung — daß im Falle einer totalen Absorption der Röntgenstrahlung in Gas nur ein Bruchteil der Energie auf die Erzeugung von Ionen verwandt wird. Diese Folgerung widerspricht demjenigen, was gegenwärtig allgemein angenommen zu werden pflegt.

und nur an pulsierender, aus der Gleichrichtung technischen Wechselstromes hervorgegangener Gleichspannung vorgenommen worden, und zwar an der von mir angegebenen Röntgenröhre. Es sei hier vorausgeschickt, daß der Betrieb mit pulsierender Gleichspannung noch nicht genügend ergründete Unterschiede gegenüber dem Betrieb mit stehender Gleichspannung bedingt (vgl. § 36, 37) und zu seiner Beurteilung auch die Stromspannungskurve (vgl. § 36) des Röhrenbetriebes herangezogen werden muß. Trotzdem sind die bei gleicher Wechselstromform und gleicher Anordnung, aber verschiedenen Stromstärken angestellten Versuche miteinander vergleichbar. Deshalb mögen sie hier in der natürlichen Reihenfolge besprochen werden.

Die Frage, ob die Intensitätsverteilung irgendwie mit der Stromstärke zusammenhängt, hat offenbar nur dann einen Sinn, wenn die Brennfleckoberfläche sich mit der Strombelastung nicht ändert. Im Gegensatz zu der handelsüblichen Form der Coolidgeröhre trifft diese Voraussetzung bei der von mir angegebenen Röhre tatsächlich zu, wie aus den Fig. 25 (Tafel I) wiedergegebenen Lochkamera-Aufnahmen des Brennflecks bei verschiedenen Belastungen ersichtlich. Man entnimmt aus den Aufnahmen auch, daß der Brennfleck — was für diese Untersuchung sehr wesentlich ist — merklich gleichmäßig mit Elektronen belegt ist.

Aus den in einem logarithmischen Koordinatensystem aufgetragenen, in Fig. 26 wiedergegebenen Absorptionskurven geht es hervor, daß die mittlere Strahlungshärte (vgl. § 30a) tatsächlich mit der Stromstärke sich ändert. Der innerhalb der Meßfehlergrenzen geradlinig (vgl. § 30a) verlaufende Teil der Kurven ist um so steiler, die mittlere Härte also um so größer, je höher die Strombelastung, also je höher die Elektronendichte im Brennfleck ist.

Zu den Versuchsbedingungen ist zu sagen, daß als Maß für die Konstanz der Röhrenspannung die primäre Klemmenspannung des Transformators diente, welche während der Untersuchungen genau gleich gehalten wurde. Der hochgespannte Wechselstrom wurde vermittels der bekannten Transverterscheibe gleichgerichtet. Unter diesen Bedingungen kann nicht der Einwand erhoben werden, als wären bei höheren Strombelastungen die hochgespannten Teile der Wechselstromkurve bevorzugt worden, oder als hätte eine aktive Funkenentladung an der Transverterscheibe bei der höheren Strombelastung eine größere Spannungserhöhung verursacht als bei der niedrigen Belastung. Denn mit zunehmender gleichgerichteter Stromstärke wächst die Lichtbogenbildung an der Scheibe, so daß bei höheren Strom-

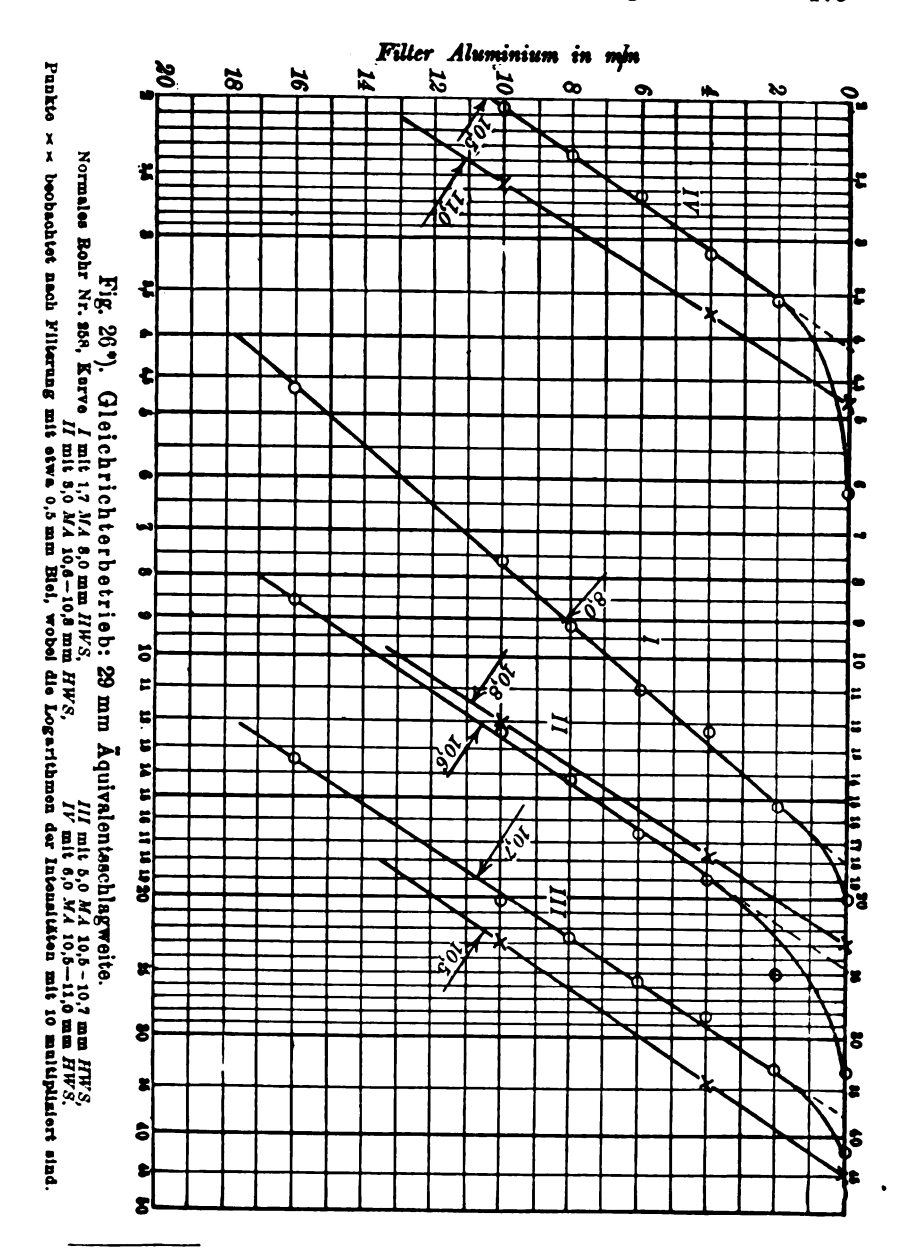


Fig. 26*). Gleichrichterbetrieb: 29 mm Äquivalentschlagweite.
Normales Rohr Nr. 258, Kurve *I* mit 1,7 *MA* 8,0 mm *HWS*, *II* mit 5,0 *MA* 10,6–10,8 mm *HWS*, *III* mit 5,0 *MA* 10,5–10,7 mm *HWS*, *IV* mit 6,0 *MA* 10,5–11,0 mm *HWS*.
Punkte ×× beobachtet nach Filterung mit etwa 0,5 mm Blei, wobei die Logarithmen der Intensitäten mit 10 multipliziert sind.

*) Aus den Berichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig[12]).

stärken die niedrigeren Spannungen gegenüber dem Scheitelwerte mehr bevorzugt werden als bei geringen Stromstärken. Auch Oberschwingungen werden durch die Lichtbogenbildung bei hohen Stromstärken weniger begünstigt als durch die aktive Funkenbildung bei niedrigen Stromstärken. Andere erkennbare Fehlerquellen, wie z. B. ein möglicher Abfall der Transformatorspannung mit wachsender Stromabgabe — können die Versuche nur in der entgegengesetzten Weise beeinflussen. Man sieht also keine Möglichkeit, den erheblichen, übrigens auch in der Aufnahmetechnik sich bemerkbar machenden Anstieg der Strahlenhärte mit der Strombelastung auf irgendeinen anderen Umstand außer auf die Zunahme der Elektronendichte im Brennflecke zurückzuführen.

Es ist von mir auch der Versuch ausgeführt worden, die Elek-

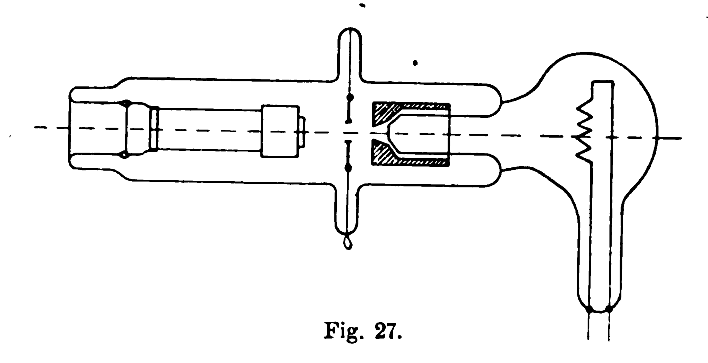


Fig. 27.

tronendichte im Brennfleck bei annähernd konstantem Röhrenstrom dadurch zu ändern, daß die gesamte Brennfleckoberfläche verringert wurde. Schaltet man in den Gang der Kathodenstrahlen eine blendenartige Vorrichtung ein (Fig. 27), der ein beliebiges Potential von außen erteilt werden kann, so erhält man eine Röhre, bei welcher die Brennfleckoberfläche in weiten Grenzen variiert werden kann. Wird nämlich diese Blende auf eine gegenüber dem Potential der Kathode nur geringe Spannung gebracht, so entsteht ein besonders kleiner Brennfleck. Umgekehrt vergrößert sich die Brennfleckoberfläche, wenn das Potential der Blende positiver wird. Fig. 28 stellt Absorptionskurven der von der Röhre ausgesandten Strahlung bei konstanter Transformatorspannung dar. Ein recht erheblicher, die Abnahme der Brennfleckoberfläche und somit die Zunahme der Elektronendichte begleitender Anstieg der mittleren Härte ist im geradlinigen Kurventeile deutlich zu erkennen

Aus den Beobachtungen können freilich nur auf die mittlere Strahlenhärte Rückschlüsse gezogen werden. Wollte man aus den beob-

achteten Tatsachen auf eine Änderung in der Zusammensetzung der Strahlung schließen, so wären zwei verschiedene Deutungen möglich. Entweder diese, daß die Grenzen des Spektrums unverändert bleiben

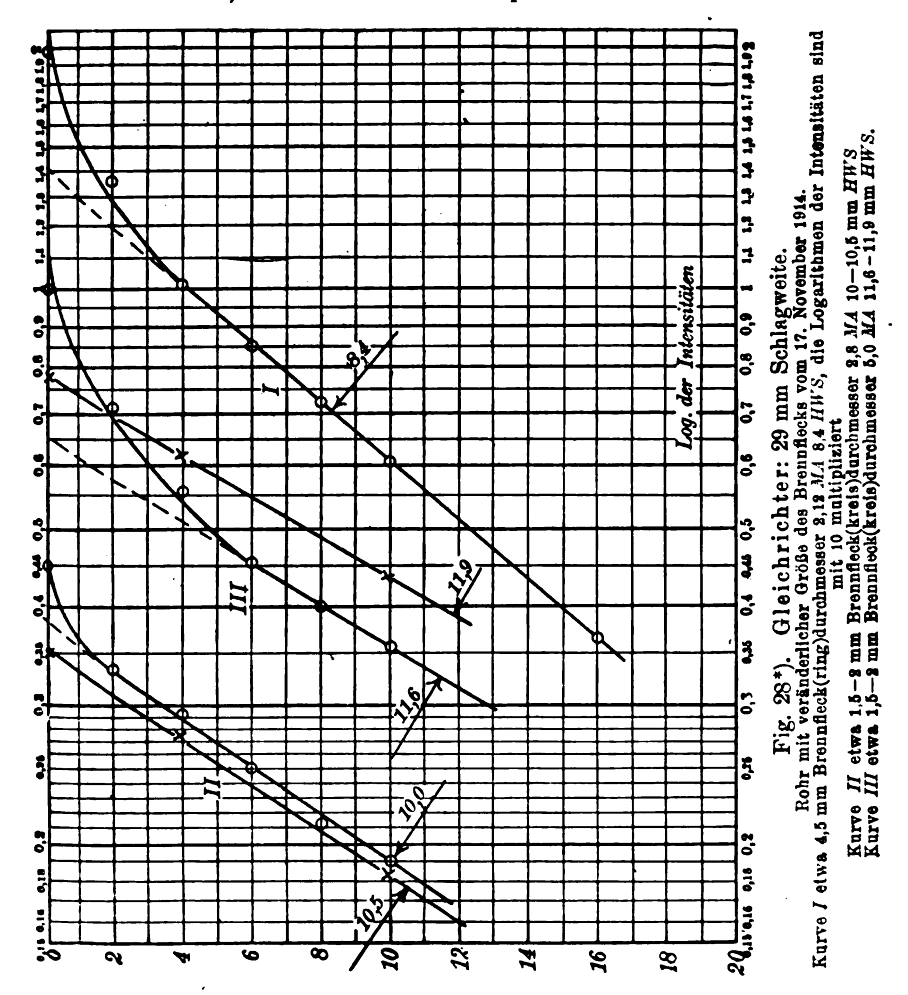


Fig. 28*). Gleichrichter: 29 mm Schlagweite.
Rohr mit veränderlicher Größe des Brennflecks vom 17. November 1914.
Kurve *I* etwa 4,5 mm Brennfleck(ring)durchmesser 2,12 *MA* 8,4 *HWS*, die Logarithmen der Intensitäten sind mit 10 multipliziert
Kurve *II* etwa 1,5—2 mm Brennfleck(kreis)durchmesser 2,8 *MA* 10—10,5 mm *HWS*
Kurve *III* etwa 1,5—2 mm Brennfleck(kreis)durchmesser 5,0 *MA* 11,6—11,9 mm *HWS*.

und die Zunahme der mittleren Strahlenhärte dadurch zustande kommt, daß der Schwerpunkt der Energieverteilung sich mit wachsender Elektronendichte nach dem kurzwelligen Ende zu verschiebt, oder aber die andere Deutung, daß dabei auch die hochfrequente Grenzwellenlänge

*) Aus den Berichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig[12]).

abnimmt. Eine Entscheidung zwischen den beiden Möglichkeiten wäre nur an Hand einer mit Hilfe einer Ionisationskammer vorgenommenen Ausmessung der spektralen Intensitätsverteilung möglich; eine solche liegt aber gegenwärtig noch nicht vor.

Aus den Kurven der Fig. 26 kann auch bis zu einem gewissen Grade ersehen werden, wie bei gleicher Röhrenspannung und zunehmender Strombelastung die gesamte Strahlenintensität wächst. Freilich ist der Bereich der Stromstärken ein verhältnismäßig beschränkter. Ein für die Messungen brauchbarer Dauerbetrieb konnte aber bei größerer Energiebelastung der Röhre Ende des Jahres 1916, als ich die Messungen ausführte, aus transformatorentechnischen und sonstigen an sich nebensächlichen Gründen noch nicht verwirklicht werden. Doch ist den Kurven gemäß, in Übereinstimmung mit den bei der Aufnahmetechnik gemachten Erfahrungen anzunehmen, daß die Strahlenintensität mindestens proportional, wahrscheinlich aber schneller wächst als die bei gleicher Spannung durch die Röhre gehende Milliamperezahl. Es ist nämlich bei dem Vergleich der Intensitäten zu berücksichtigen, daß infolge der gleichzeitig stattfindenden Zunahme der mittleren Härte der Strahlung die Frage nach der Intensitätszunahme nicht in eindeutiger Weise beantwortet werden kann, schon allein deshalb nicht, weil härtere Strahlenkomponenten bei gleicher Intensität und gleicher Ionisationsstrecke eine geringere Ionisation hervorrufen, also weniger intensiv erscheinen, als weiche Strahlen. Auch hier kann lediglich eine spektrale Ausmessung der Intensitätsverteilung endgültige Aufschlüsse bringen.

Anders als die von mir angegebene Röhre verhält sich die Coolidgeröhre hinsichtlich der Intensitätszunahme mit der Strombelastung. Genaue Messungen sind an dieser Röhre zwar nicht angestellt worden; da ferner, wie am Ende des § 30b erwähnt, eine Intensitätseinheit für die Röntgenstrahlen nicht festgesetzt ist, gestatten die verschiedenen Arbeiten keinen Vergleich in dieser Beziehung. Man findet aber in der Literatur Angaben[32, 33]), denen zufolge die Coolidgeröhre selbst bedeutende Milliamperebelastungen — bis 100 M. A. — zuläßt und dessenungeachtet verhältnismäßig lange Expositionszeiten erfordert, so daß die in § 19 mitgeteilten photographischen Kunstgriffe erforderlich sind, um die Expositionszeiten auf ein geringeres Maß einzuschränken. Ferner findet man auch Angaben[61]), daß eine Belastung der Coolidgeröhre über eine bestimmte Milliamperezahl — etwa 20 M.A. — keine erhebliche Zunahme der Strahlenintensität mit sich bringt. Diese Beobachtungen dürften

mit der Tatsache zusammenhängen, daß die in § 17 erwähnte Streuung der Kathodenstrahlen in dieser Röhre nicht nur eine ungleichmäßige Belegung des Brennfleckes bedingt, sondern auch bei zunehmender Strombelastung rasch ansteigt.

Für die Deutung der Beobachtung, daß bei zunehmender Elektronendichte die Strahlenhärte zunimmt, und auch die Strahlenintensität schneller als linear anzusteigen scheint, bietet die Bremsstrahlungstheorie keinen Anhalt. Geht man aber von der in § 29 angedeuteten Anschauung aus, daß die Röntgenstrahlen einem regelrechten Schwingungsvorgang entstammen, so ergibt sich ein folgendes Bild[38]), welches ich mit Vorbehalt hier wiedergeben möchte. Die in der Umgebung des Brennflecks befindliche Elektronenatmosphäre einschließlich der Doppelschicht ist eine Art wärmestrahlender und verhältnismäßig wenig gut wärmeleitender Platte, welche auf dem Antikathodenmetall aufliegt und es zum Teil durchdringt. Diese Platte wird in einzelnen zahlreichen, aber ziemlich weit voneinander entfernten Punkten von den Kathodenstrahlelektronen erhitzt. Die Auftreffpunkte der Elektronen liegen bei den gebräuchlichen Spannungen und Belastungen um einen Abstand von der Größenordnung von 0,01 mm entfernt voneinander. Die im obigen Bilde angenommene Platte erhält also in den Auftreffpunkten eine Energiezufuhr und erhitzt sich in ihnen. Es ist klar, daß die daher stammende Temperaturverteilung in der Platte um so gleichmäßiger, das Energiemaximum des von der Platte ausgestrahlten Spektrums um so mehr nach der kurzwelligen Spektrumsgrenze verschoben sein muß, je häufiger die einzelnen Erhitzungspunkte aneinander liegen.

Freilich ergibt sich aus dem Bilde, daß, wenn die zugeführte Energie unabhängig von dem gegenseitigen Abstand der Auftreffpunkte konstant gehalten wird, mit ihrem abnehmenden Abstand auch die in der Platte auftretende Höchsttemperatur steigen muß. Ob nun die Analogie so weit geht, daß dementsprechend auch die hochfrequente Grenzwellenlänge des Röntgenspektrums abnimmt, muß — wie bereits erwähnt — zurzeit dahingestellt bleiben.

§ 36. Vergleiche der Intensitätsverteilung bei stehender und pulsierender Gleichspannung sowie bei verschiedenen Röhrenkonstruktionen.

Soll das von einer Röhre beim Betriebe mit ruhender Gleichspannung ausgesandte kontinuierliche Spektrum verglichen werden mit dem beim Betriebe mit pulsierender Gleichspannung erregten, so ist vom

rein abstrakten Standpunkte des Quantensatzes zunächst einmal zu erwarten, daß die kürzeste Grenzwellenlänge in beiden Spektren die nämliche sein wird, wenn die Voltzahl beim erstgenannten Betriebe gleich der Scheitelspannung des zweitgenannten Betriebes ist. Diese Gleichheit der Spannungen vorausgesetzt, wird man ferner bezüglich der Intensitätsverteilung im Spektrum voraussagen können, daß ruhende Gleichspannung ein bedeutend ausgeprägteres, vor allem aber ein kurzwelligeres Intensitätsmaximum erzeugen muß als pulsierende Gleichspannung, weil im ersten Falle das Strahlengemisch erheblich ärmer sein wird an weichen Komponenten als im zweiten Falle.

Diese ohne weiteres einleuchtenden, Grenzwellenlänge und Intensitätsverteilung betreffenden Folgerungen werden von der Erfahrung nur zum Teil bestätigt. Und zwar sind dabei einerseits die an der Coolidgeröhre mit geringeren Elektronendichten, — andererseits aber die an der von mir angegebenen Röhre mit größeren Elektronendichten gewonnenen Erfahrungen zu unterscheiden.

Bereits Rutherford, Barnes und Richardson[41]) äußerten ein Erstaunen über ihre mit Hilfe der Absorptionsanalyse gemachte Feststellung, daß die Coolidgeröhre ohne Rücksicht darauf, ob sie mit ruhender Gleichspannung oder mit einem Induktor betrieben wird, Gleichheit der Maximalspannungen vorausgesetzt, stets Strahlen der gleichen Zusammensetzung liefert, so daß die in beiden Fällen aufgenommenen Absorptionskurven gar nicht voneinander unterschieden werden können. Die gleiche Beobachtung macht Hull[54]) mit Hilfe der spektralen Zerlegung. Fig. 29 gibt von Hull mitgeteilte Intensitätsverteilungen wieder. Man sieht, daß die beiden, ruhender und pulsierender Gleichspannung entsprechenden Kurven im ganzen Verlauf einander decken, wenn nur das Intensitätsmaximum in beiden Fällen den nämlichen Betrag hat. Hull geht sogar so weit, eine allgemeine Methode der Dosierung von Röntgenstrahlen auf diese Unabhängigkeit der Intensitätsverteilung von den elektrotechnischen Bedingungen gründen zu wollen. Er meint nämlich, daß, wenn man zwei beliebige verschiedene Apparate so eichen würde, daß die Wellenlänge und der Betrag der Intensitätsmaxima bei gleichen Einstellungen für jede Milliamperezahl bekannt wären, die Berücksichtigung der Strahlenzusammensetzung für den Arzt vollständig in Fortfall käme.

Die recht überraschenden Messungsergebnisse von Rutherford und Hull sind aber sicherlich auf eine Eigenart der Coolidgeröhre und nicht — (wenigstens nicht in dieser Form) — auf eine naturgesetzliche Ursache zurückzuführen. Man wolle zu diesem Zwecke die

von Rutherford aufgenommene Absorptionskurve, wie sie in Fig. 30 wiedergegeben ist, mit den in Fig. 26 abgebildeten Absorptionskurven der von mir konstruierten Röhre vergleichen. Während die letztere Röhre bei den für Tieftherapie abgestimmten Schaltungen eine Strahlung liefert, deren Absorptionskurve schon unter 3 mm Aluminium merklich geradlinig verläuft, fängt bei der Coolidgeröhre ein geradliniger Verlauf erst unter weit größeren Filterdicken an. Diese Tatsache ist in medizinischen Kreisen allgemein in der Form bekannt, daß die Coolidgeröhre eine unhomogene, die von mir angegebene Röhre aber eine erheblich homogenere Strahlung aussendet.

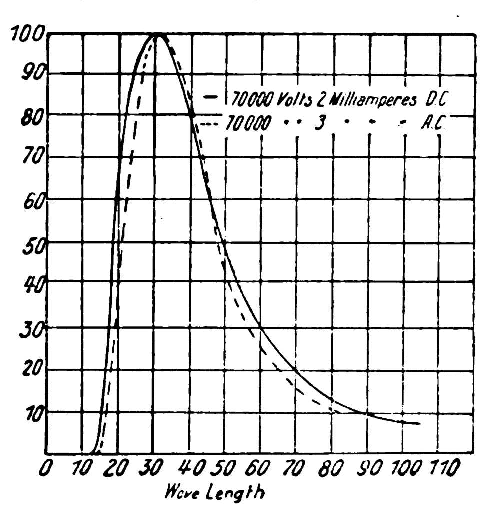


Fig. 29.

Solange wie dieser Unterschied der Strahlungszusammensetzung bei beiden Röhren im Betriebe mit der nämlichen pulsierenden Gleichspannung beobachtet wird, läßt er sich auf elektrotechnisch greifbare Tatsachen zurückführen. Die Coolidgeröhre hat nämlich keine Durchbruchsspannung und bietet, praktisch gesprochen, der gesamten Spannungskurve in gleicher Weise Durchtritt, da der Glühdraht für jede ankommende Spannung in gleicher Zahl Elektronen bereit hält, welche mit der dieser Spannung entsprechenden Geschwindigkeit auf den Brennfleck geworfen werden. Diese Tatsache ist aus den beiden (Fig. 31, s. Tafel II) einer Veröffentlichung von Coolidge[34]) entnommenen Kurvenbildern ersichtlich. Die obere Kurve gibt den zeitlichen Stromverlauf durch die Röhre wieder, während die untere den Verlauf der

Spannung darstellt, allerdings für eine Strombelastung, welche 20—30 mal größer ist als die gebräuchliche Dauertherapiebelastung. Bei letzterer dürfte die Stromkurve noch erheblich flacher verlaufen.

In Fig. 32 (s. Tafel II) sind analoge, während des Betriebes der von mir konstruierten Röntgenröhre aufgenommene Oszillogramme[62]) abgebildet. Man sieht, daß im Gegensatz zur Coolidgeröhre Stromdurchgang durch diese Röhre nur in denjenigen Zeitpunkten stattfindet, in welchen annähernd die Scheitelwerte der Spannung bestehen. Das so erzeugte Strahlengemisch muß also bedeutend ärmer an weichen Komponenten

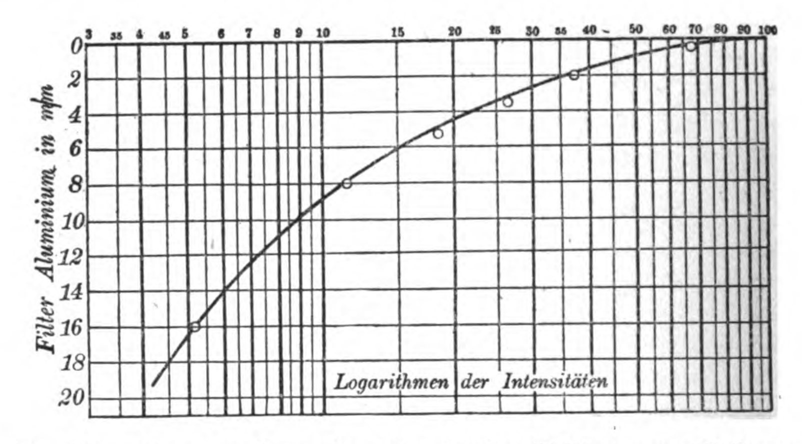


Fig. 30*). Absorptionskurve der mit stehender Gleichspannung (Influenzmaschine) betriebenen Coolidgeröhre nach Rutherford, Barnes & Richardson.

sein als das den Oszillogrammen Fig. 31 (Tafel II) entsprechende. Wegen der Ursache des die Scheitelspannung bevorzugenden Verhaltens der von mir angegebenen Röhre wolle man Abschnitt II und III, besonders aber Abschnitt II, § 9 vergleichen.

Ist so ein zureichender Grund dafür festgestellt, daß die beiden Röhren sich im Betriebe mit pulsierender Gleichspannung grundverschieden hinsichtlich der Strahlenzusammensetzung verhalten, so ist dadurch noch in keiner Weise die Möglichkeit gegeben zu verstehen, weshalb selbst im Betriebe mit ruhender Gleichspannung die Coolidgeröhre die gleiche an weichen Komponenten reiche Strahlung liefert,

*) Aus den Berichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Verlag von B. G. Teubner[12]).

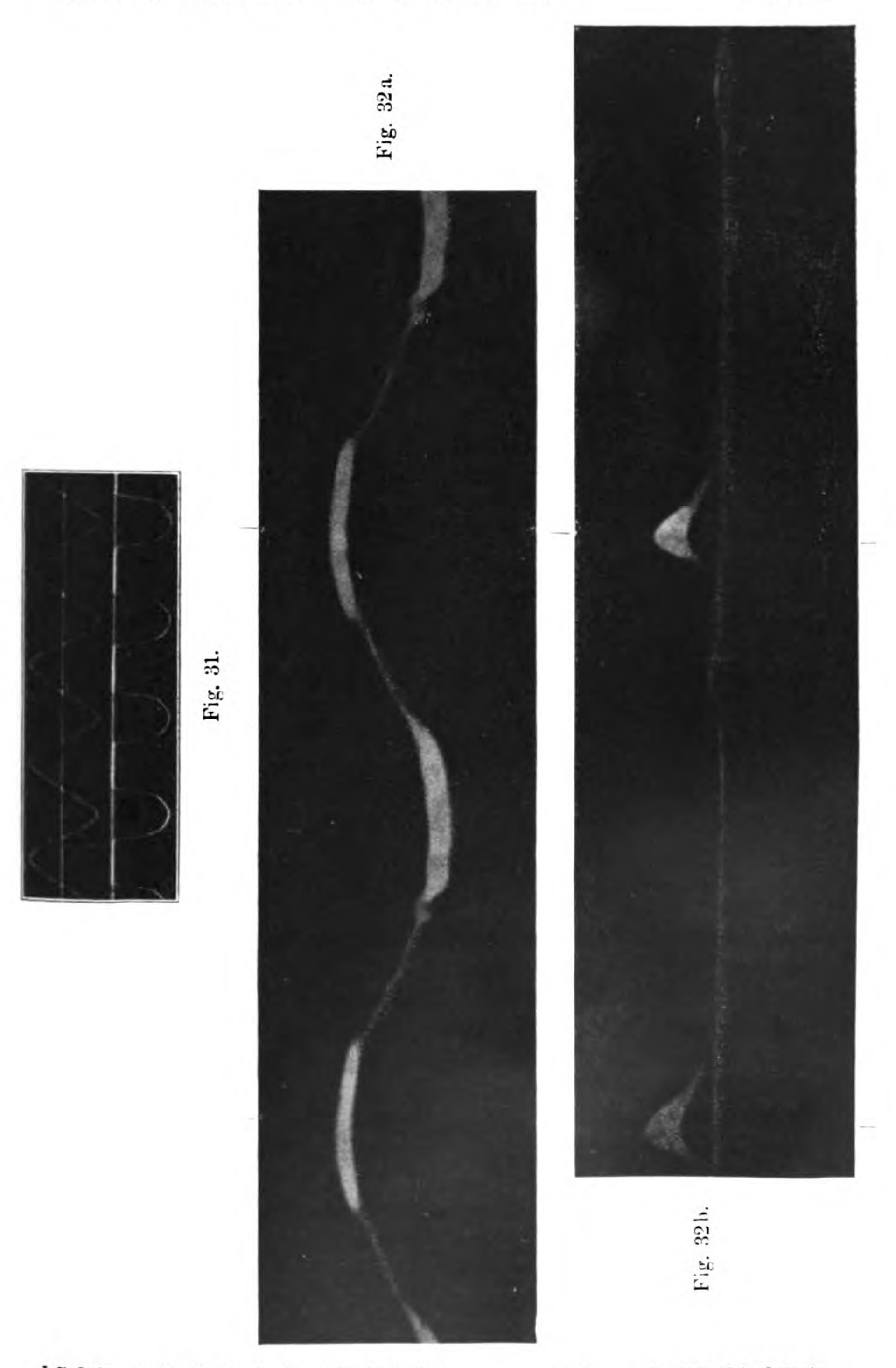


Fig. 31.

Fig. 32a.

Fig. 32b.

während die von mir angegebene Röhre selbst bei Wechselspannung erheblich homogener arbeitet. Ich[12, 13, 14]) habe diese Tatsache darauf zurückzuführen versucht, daß die mittlere Strahlenhärte außer durch die Spannung auch durch die Elektronendichte im Brennfleck (§ 35) bedingt ist. Demnach wäre zur Herstellung einer an weichen Komponenten möglichst armen Strahlung nicht nur ruhende Gleichspannung, sondern auch eine Belegung der gesamten Brennfleckoberfläche mit möglichst gleichmäßiger Elektronendichte erforderlich. Diese Forderung wird durch die von mir konstruierte Röhre erfüllt, während in der von Rutherford und Hull benutzten Coolidgeröhre infolge der Streuung der Kathodenstrahlen nicht nur eine ungleichmäßige Elektronendichte im Brennfleck bestand, sondern außerdem Elektronen in erheblicher Menge auch außerhalb des eigentlichen Brennfleckes aufprallten.

Man erkennt aus der obigen Darlegung, daß im allgemeinen Falle die Intensitätsverteilung des Röntgenspektrums sich sowohl mit der Röhrenkonstruktion als auch mit den Entladungsbedingungen ändert. Ist demnach die am Anfange dieses Paragraphen mitgeteilte, von Rutherford und Hull festgestellte Tatsache, daß die Zusammensetzung der Strahlung der Coolidgeröhre bei stehendem und pulsierendem Gleichstrom die nämliche ist, keiner Verallgemeinerung fähig, so ist sie nichtdestoweniger erklärungsbedürftig. Eine Veränderung der Brennfleckoberfläche mit wechselnder Spannung findet nicht in dem Maße statt, daß die Erklärung daraus abgeleitet werden könnte. Man sieht also nur, daß von einer Änderung der Spannung mit der Zeit eine unerwartete Beeinflussung der Strahlung verursacht wird, ohne daß sich irgendwelche Anknüpfungspunkte an ältere Erfahrungen ergeben. Hingegen können zwischen der obigen Tatsache und dem Inhalte des folgenden Paragraphen Beziehungen vermutet werden.

§ 37. Beeinflussung der Spektren durch die Frequenz der Betriebsspannung; technische Erzeugung härtester Strahlung großer Intensität.

Am Anfang des vorausgegangenen Paragraphen wurde kurz gekennzeichnet, wie die Grenzwellenlänge und die Intensitätsverteilung des Spektrums den gegenwärtig bestehenden Anschauungen zufolge beim Betriebe mit pulsierender Gleichspannung beschaffen zu sein hätte. Daß hinsichtlich der Intensitätsverteilung die Erfahrung Abweichungen ergibt, ist bereits auseinandergesetzt worden. Hinsichtlich der Grenzwellenlänge zeigte aber eine von mir gemeinsam

mit Professor F. J. Koch ausgeführte Untersuchung[73]), daß bei höheren Wechselzahlen eine Übereinstimmung mit den Forderungen der Theorie zurzeit noch nicht, und zwar selbst nicht in allererster Annäherung als bestehend angesehen werden kann.

Zu der Anstellung von Untersuchungen bei höheren Wechselzahlen wurde ich durch gelegentliche Beobachtungen angeregt, denen zufolge die Strahlenausbeute und mittlere Härte erheblich anzuwachsen schien, wenn die Röhrenbetriebsspannung oder die Stromstärke raschen zeitlichen Änderungen unterworfen wurde. Auch ergab sich gelegentlich meiner gemeinsam mit Dr. Seemann mit technischem Wechselstrom von 50 Perioden ausgeführten Untersuchung[47]) der *Pt*-, *Ir*-, *K*-Strahlung, daß, wenn auf die äußerste Abklingungsgrenze des Spektrums eingestellt wurde, die bei 105—108 KV Effektivspannung beobachtete Grenzwellenlänge von 0,073 Ångström erheblich kürzer war als im Falle der Gültigkeit des gewöhnlichen Scheitelfaktors von 1,4 sein können, und nur unter Annahme eines Scheitelfaktors von 1,7 erklärt werden konnte.

Die Aufgabe, die ich mir — zunächst in Verfolgung technischer Zwecke — demzufolge stellte war die, unter möglichst übersichtlichen Versuchsbedingungen die Wechselzahl zu steigern, Methoden zur Schätzung bzw. Messung der Scheitelspannung ausfindig zu machen und dabei ein umfangreiches Material an Spektralaufnahmen zu sammeln.

Damit die Versuchsbedingungen sich gut übersichtlich gestalten, muß aber unbedingt folgendes beachtet werden:

a) Es muß ein gutkoppelnder Transformator in starrer Schaltung (vgl. Fig. 3) angewandt werden. Bei Belastung abfallende Transformatoren, vor allem aber primär vorgeschaltete Ohmsche Widerstände machen es unmöglich, irgendwelche Schlüsse zu ziehen, wenn nicht in jedem Falle primäre oder sekundäre Strom- und Spannungsoszillogramme aufgenommen werden.

b) Es muß die Röhre direkt an den Klemmen des Transformators ohne gleichrichtende Vorrichtungen, vor allem aber ohne die häufig benutzten, rotierenden Funkenstrecken betrieben werden. Solche Funkenstrecken verursachen nicht nur einen schwer sich feststellen lassenden Spannungsabfall, sondern geben auch Anlaß zu Oberschwingungen, welche in unkontrollierbarer Weise Komponenten zum Spektrum beisteuern können.

c) Bei der Ausmessung der Spektrogramme ist — sofern technische Zwecke verfolgt werden — möglichst nicht auf die äußerste Abklingungsgrenze, sondern auf den steilen Abfall der kurz-

welligen Bandkante einzustellen, da man, wenn auf Stellen geringer Schwärzung eingestellt wird, keine Gewähr hat, ob diese geringen Schwärzungen nicht von superponierten Oberschwingungen herrühren. Außerdem ist es, falls technische Schlußfolgerungen gezogen werden sollen, von Belang nur zu wissen, wo die großen Intensitäten abklingen und nicht, wo noch kleine Intensitäten vorhanden sind.

Die obigen drei Bedingungen sind bei meinen Untersuchungen eingehalten worden. Die unter b) angeführte konnte selbst bei starrer Schaltung um so leichter verwirklicht werden, als ich gefunden habe, daß die den Hochvakuum-Röntgenröhren eigene Ventilwirkung bei hohen Wechselzahlen viel vollkommener ist als bei niedrigen, und gerade bei hohen Wechselzahlen irgendwelche Störungen bei unmittelbarem Anschluß des Rohres an die Transformatorklemmen nicht vorkommen.

Zur Abschätzung der Scheitelspannung wurde von der Messung der primären Klemmenspannung mit Hilfe eines Hitzdrahtvoltmeters ausgegangen. Ferner wurden mit Hilfe einer gewöhnlichen Braunschen Röhre primärseitig, dann aber mit einer eigens dafür von mir gebauten Oszillographenröhre sekundärseitig Strom- und Spannungskurven aufgenommen und festgestellt, daß in allen Fällen ein merklich sinuidaler Verlauf vorhanden war. Es wurden auch bei verschiedenen Wechselzahlen Funkenschlagweiten gemessen[73]); ich fand, daß bei Effektivspannungen oberhalb 70 KV. die Schlagweiten zwischen Spitzen bei sämtlichen angewandten Periodenzahlen (50—500 Perioden) für die gleiche gemessene primäre Klemmenspannung nicht um mehr als 10 Proz. voneinander abweichen. Schließlich wurde eine Schätzung der Spannungen mit Hilfe eines Spannungsteilers vorgenommen. Aus all diesen Versuchen ergab es sich mit nennenswerter Wahrscheinlichkeit, daß die Scheitelspannungen, welche bei gleicher primärer Klemmenspannung aber verschiedenen Periodenzahlen bestanden, bei weitem nicht genügend voneinander verschieden waren, um für die beobachtete Abnahme der Grenzwellenlänge mit wachsender Periodenzahl verantwortlich gemacht werden zu können.

Und zwar war die gemäß der obigen Bedingung c) bestimmte Grenzwellenlänge des Spektrums bei einer zu 76,5 KV. sich aus der Primärspannung berechnenden effektiven Sekundärspannung, also einer Scheitelspannung von rund 104 KV. des nämlichen benutzten Transformators und 8 M.A. Röhrenstrom

für	50	Perioden	$0{,}114 \cdot 10^{-8}$ cm,
„	250	„	$0{,}100 \cdot 10^{-8}$ „ ,
„	500	„	$0{,}072 \cdot 10^{-8}$ „ .

Zu bemerken ist, daß im Falle einer besonders sorgfältigen Abstimmung der Röhre mit der Vorrichtung nach § 9 es gelang, bei der nämlichen Spannung die Grenzwellenlänge sogar bis 0,065 herauszuschieben. Im übrigen sei auf die in der angeführten Arbeit wiedergegebenen Oszillogramme, Spektrogramme und Schwärzungskurven hingewiesen, aus denen hervorgeht,* daß auch die Gesamtintensität des Spektrums, besonders aber die Intensität seiner härtesten Komponenten mit wachsender Wechselzahl außerordentlich zunimmt.

Die obige absolute Angabe des Spannungswertes möchte ich — bis zur Fertigstellung einer im Gange befindlichen einwandfreien Spannungsmessung — nur mit Vorbehalt mitgeteilt haben. Vorbehaltlos ergibt sich aber aus den gesamten Untersuchungsreihen ein nicht zu unterschätzender Vorteil, wenn man zur Herstellung größter Härten Wechselströme von 500 Perioden und mehr in der Sekunde benutzt. Denn Hand in Hand mit der verhältnismäßig niedrigen Übersetzung des Transformators und der geringen Funkenschlagweite — bei der angeführten Versuchsreihe überstieg die Funkenschlagweite noch nicht 26 cm — ergibt sich eine geringe Beanspruchung der Apparatur und der Röhre auf Durchschlagsgefahr. Es kann in der Tat mit vollständig normalen, also durchaus nicht besonders lang gebauten Röhren gearbeitet werden. Die Ventilwirkung des Rohres für den Fehlwechsel ist, wie erwähnt, gerade bei hohen Frequenzen eine vorzügliche. Der dadurch ermöglichte direkte Anschluß der Röhre an die Transformatorklemmen schont alle Teile der Anlage, da schädliche, Durchschläge verursachende Oberschwingungen, welche sonst durch rotierende Funkenstrecken erregt zu werden pflegen, hier nicht entstehen.

Ganz besonders hervorzuheben ist aber die große Gesamtintensität der Strahlung entsprechend der großen Stromaufnahmefähigkeit der Röhre von 8—10 M.A. selbst im Falle einer lange andauernden Belastung.

In Ermangelung einer Strahleneinheit (§ 30b) können quantitative Angaben nicht gemacht werden. Zur Orientierung mag aber dienen, daß vollkommen durchexponierte Spektrogramme mit Verstärkungsschirm in einer Zeitdauer von 5—10 Minuten gemacht werden konnten.

Die Vorteile der Arbeitsweise mit höheren Wechselzahlen werden klar, wenn man bedenkt, daß für die Herstellung der oben mitgeteilten kurzen Wellenlängen großer Intensität bei ruhender Gleichspannung oder bei technischem Wechselstrom von 50 Perioden Scheitelspannungen von mehr als 170 KV. erforderlich wären, — also bereits extrem hoch übersetzte

Transformatoren und Funkenschlagweiten von so großer Länge, daß die ganze Apparatur, besonders aber der Transformator und die Röhre an der Grenze der zulässigen Durchschlagsbeanspruchung sich befinden würden. Versuche in dieser Richtung sind mit technischem Wechselstrom von Dessauer und Back[74] (vgl. auch meine Entgegnung[75]) veröffentlicht worden. Die Verfasser benutzten eine Coolidgeröhre bei einer Strombelastung von nur 1 M. A. Größere Strombelastungen konnten wegen der bei den hohen Spannungen auftretenden Schwierigkeiten nicht angewandt werden. Es wurde bei einer Scheitelspannung*) von 170 KV. eine äußerste Grenzwellenlänge von $0{,}0755 \cdot 10^{-8}$ cm beobachtet, also eine Wellenlänge, welche um 4,5 Proz. größer ist als die aus der Quantenregel sich zu $0{,}072 \cdot 10^{-8}$ berechnende. Eine weitere Erhöhung der Spannung stieß auf Schwierigkeiten. Es konnte trotzdem noch eine vereinzelte Beobachtung bei einer Scheitelspannung von 245 KV. gemacht werden, wobei aber die Röhre nach kurzer Zeit durchgeschlagen wurde. Dabei wurde eine Grenzwellenlänge von $0{,}057 \cdot 10^{-8}$ beobachtet, während die Quantenregel für diese Spannung $0{,}050 \cdot 10^{-8}$ ergibt.

Scheint demnach die Anwendung höherer Wechselzahlen für die Erregung härtester Strahlen dem gewöhnlichen technischen Wechselstrom gegenüber Vorteile zu bieten, so ist vom rein physikalischen Standpunkt zuzugeben, daß, wenn der Effekt sich nicht doch auf eine bis jetzt verborgen gebliebene Spannungserhöhung zurückführen lassen wird, eine Einreihung der Beobachtungen in das System der bisherigen Vorstellungen nicht möglich sein wird, besonders nicht, wenn das kontinuierliche Spektrum als durch Abbremsung der Kathodenstrahlen im Metall entstanden gedacht wird. Im § 29 und 32 wurde ein Bild entworfen, demzufolge mindestens ein Teil der kontinuierlichen Strahlung einem regelrechten Schwingungsvorgang entstammt, welcher in der Doppelschicht am Brennfleck stattfindet. Und zwar einem Vorgang, bei welchem die die Strahlung emittierenden Elektronen zwischen zwei positiven Belegen kreisen. Eine zeitliche Änderung der Spannung, der Elektronendichte oder beider würde offenbar die Dichte oder den Abstand der Belege der Doppelschicht verändern, wodurch auch der Bewegungszustand der

*) Die Verfasser berechnen die Scheitelspannung, indem sie einen Scheitelfaktor von 1,36 annehmen. Doch erscheint auch den Verfassern eine Wiederholung der Messung der effektiven Spannungen mit anderen Hilfsmitteln erforderlich. Im übrigen sind die von mir als unerläßlich erachteten, S. 80 unter a), b), c) aufgeführten Bedingungen in der Anordnung nicht erfüllt gewesen.

die Strahlung emittierenden Elektronen beeinflußt und das Aussenden neuer Strahlungskomponenten verursacht werden könnte. Offenbar ist dieses Bild eines weiteren Ausbaues fähig, doch mag vorläufig, bis zur Erweiterung des experimentellen Materials, davon abgesehen werden.

§ 38. Die kontinuierliche Strahlung in Abhängigkeit vom Antikathodenmetall.

Wie in § 33 kurz dargetan wurde, ergibt die vorbehaltlose Verquickung des Quantensatzes mit der Bremsstrahlentheorie, daß das kontinuierliche Spektrum überhaupt — also sowohl der Grenzwellenlänge als auch der Intensität nach — vollständig unabhängig von dem Antikathodenmetall zu sein hätte. Hinsichtlich der Grenzwellenlänge besteht tatsächlich eine Übereinstimmung mit der Erfahrung, man vergleiche die in der Literaturzusammenstellung unter. [55–60]) angeführten Arbeiten (vgl. auch S. 168). Hinsichtlich der Intensität ist aber beim Betriebe mit ruhender Gleichspannung eine ganz erhebliche Abhängigkeit vom Antikathodenmetall beobachtet worden. So stellt Beatty[65]) die Formel auf:

$$\frac{\text{Röntgenstrahlenenergie}}{\text{Kathodenstrahlenenergie}} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot \beta^2,$$

wobei β das Verhältnis der Geschwindigkeit des Kathodenstrahles zur Lichtgeschwindigkeit ist. Ähnlich setzt Brainin[70]) die Energie der erzeugten Röntgenstrahlen

$$= K \cdot A \cdot V^2,$$

wobei K eine Konstante ist, A das Atomgewicht und V die Spannung. Hinsichtlich der übrigens in beiden Formeln nicht übereinstimmenden Abhängigkeit von der Spannung vergleiche man § 34. Das in jenem Paragraphen über die ohne Spektralzerlegung ausgeführte Energiebestimmung unter verhältnismäßig wenig definierten Bedingungen der Strom- und Spannungskurve sowie der Absorption Gesagte trifft auch für die Feststellung der Abhängigkeit vom Atomgewicht grundsätzlich zu. Diese Undefiniertheit stört aber hier — wie eine einfache Überlegung zeigt —, weniger als bei der Bestimmung der Abhängigkeit von der Spannung, weil man, wenn auch unter unbekannten, aber doch gleichbleibenden Bedingungen in der nämlichen Anordnung die Strahlung verschiedener Atome vergleichen kann.

Wenn auch die Formel von Beatty und diejenige von Brainin insofern übereinstimmen, als eine Proportionalität mit dem Atom-

gewicht festgestellt wird, so ist doch dasjenige, was **Brainin** über seine Formel nebenbei bemerkt, von großem Interesse für die Beurteilung des Einflusses des Atoms auf die Strahlung. **Brainin** arbeitet mit ruhender Gleichspannung im Gebiete zwischen 5—33 KV, also in einem Gebiete, in welchem die *K*-Strahlung der Schwermetalle noch nicht erregt wird. Seine Beobachtungsmethode ist die Ionisationsmessung. Er untersucht in der gleichen Röhre an einem drehbaren Schliff: *Pt*, *Wo*, *Ag*, *Mo*, *Cu* und *Co*. Es soll die obige Formel

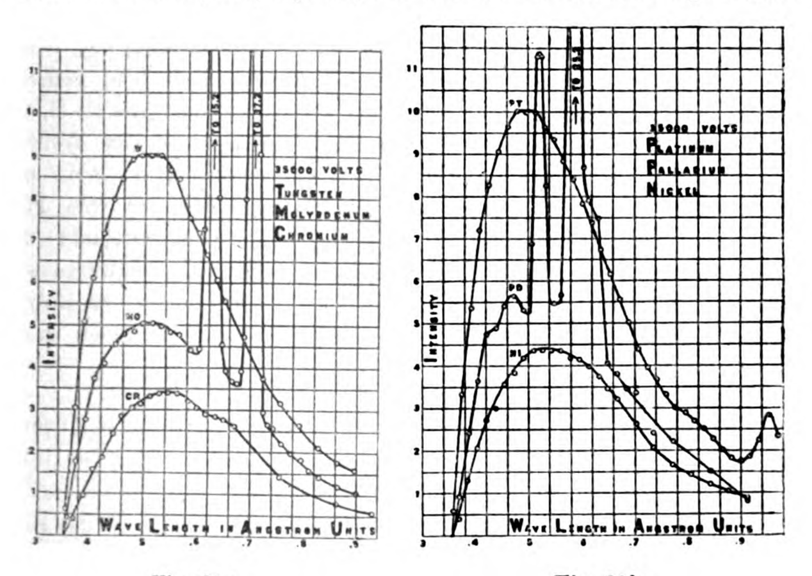


Fig. 33a. Fig. 33b.

für *Mo* überhaupt gelten. Für *Pt* und *Wo* nur von 20 KV aufwärts, bei *Cu* und *Co* soll der Intensitätsanstieg, nachdem die zur Erregung der *K*-Strahlung erforderliche Schwellenspannung überschritten ist, schneller als mit dem Quadrate der Spannung erfolgen, für *Ag* von dem analogen Spannungswerte an langsamer als quadratisch. Man kann also nicht behaupten, daß die Sachlage eine einfache, und noch weniger, daß sie eine klare ist.

Im Widerspruch mit dem Gesetze, daß die Strahlungsenergie proportional dem Atomgewichte wächst, befindet sich das Ergebnis einer mit spektraler Zerlegung bei ruhender Gleichspannung bis 50 KV. an *Pt*, *Wo*, *Pd*, *Mo*, *Ni*, *Cr* ausgeführten Untersuchung von **Ulrey**[76]). Ihm zufolge ist die im kontinuierlichen Spektrum ausgestrahlte Ener-

gie eine periodische Funktion der Ordnungszahl, wobei die Periode mit derjenigen des Mendelejeffschen Systems übereinstimmt. Die an einer Coolidgeröhre mit geringer Strombelastung aufgenommenen Kurven sind aus Fig. 33a und b zu ersehen. Und zwar ist besonders zu beachten, daß, während die Intensitäten der Strahlungen unter gleichen Bedingungen sehr verschieden sind, die Intensitätsverteilungskurven wenn auch nicht genau, so doch annähernd einander ähnlich verlaufen. Den Versuch einer theoretischen Deutung einiger dieser Tatsachen hat in dem am Ende des § 33 ganz allgemein skizzierten Sinne Webster[53]) gemacht.

In einer kurzen Notiz[43]) habe ich darauf hingewiesen, daß unter Benutzung der von mir konstruierten Röhre bei bedeutend höherer Spannung (über 100 KV.) und größerer Strombelastung (8—10 M. A.) die vom Molybdän ausgesandte Strahlung im Gebiete von Wellenlängen, welche kürzer als etwa 0,2-Ångström sind, sich um so weniger auch der absoluten Intensität nach von der vom Platin ausgesandten unterscheidet, mit je höherer Wechselzahl die Röhre betrieben wird. In der Tat sind die beobachteten Schwärzungen des kontinuierlichen Hintergrunds bei einer Platin- und einer Molybdänantikathode nahe einander gleich, wenn mit 500 Perioden gearbeitet wird.

§ 39. Kontinuierliche Strahlung im Verhältnis zur Eigenstrahlung und die zur Erregung letzterer erforderliche Schwellenspannung.

Über das Verhältnis der Intensität des Hintergrundes in der Umgebung der K-Strahlung zu der K-Strahlung selbst besteht eine Arbeit von Webster und Clark[78]), derzufolge die Intensität der Eigenstrahlung mit wachsender Spannung schneller zunimmt als der Hintergrund.

Über den Schwellenwert der Spannung, welcher zur Erregung der charakteristischen Rhodium-K-Strahlung erforderlich ist, hat Webster[79]) berichtet; ein seiner Arbeit entnommenes Diagramm ist in Fig. 34 abgebildet. Webster formuliert sein Ergebnis dahin, daß die Spannung, welche zur Erzeugung der charakteristischen Linien erforderlich ist, im allgemeinen höher ist als die aus dem Quantensatz errechnete, daß aber am nächsten dem Quantensatze die zur Erregung der jeweiligen höchstfrequenten β-Linie des K-Spektrums erforderliche Spannung entspricht. Immerhin übersteigt auch hier — wie aus der Figur ersichtlich — die wirklich benötigte Spannung merklich die vom Quantensatz verlangte. In der Tat ist der Sachverhalt dieser, daß nur dann, aber auch stets

dann, wenn die β-Linie eines K-Spektrums auftritt, auch die anderen Linien, und zwar dann alle miteinander, vorhanden sind.

Neueren Untersuchungen von Wooten[80]) zufolge tritt das K-Eigenspektrum des Molybdäns genau bei derjenigen Spannung auf, bei welcher die β-Linie der Quantenregel gemäß zu erwarten ist. Beim Palladium ist die entsprechende Schwellenspannung höher als die aus dem Quantensatz berechnete. In dieser Arbeit ist auch der Anstieg der

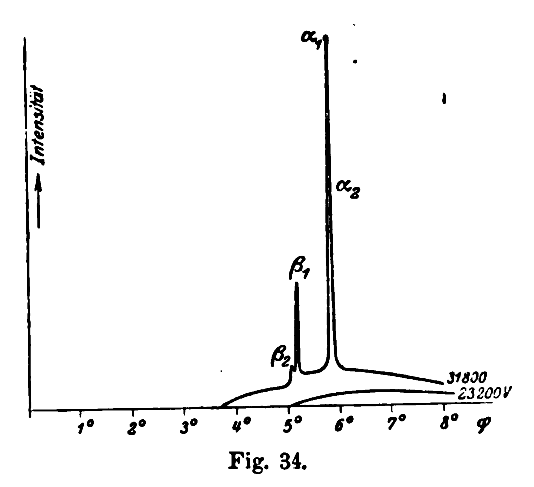


Fig. 34.

Intensität der einzelnen Linien mit zunehmender Spannung studiert worden. Es ergab sich ein linearer Zusammenhang mit dem Quadrat der Spannung, außerdem noch zahlreiche andere interessante Resultate — alle in Übereinstimmung mit einer von Davis[81]) entwickelten Theorie.

Während für die K-Reihe stets das gleichzeitige Auftreten sämtlicher Linien beobachtet wird, scheint es nicht ausgeschlossen zu sein, daß für die verschiedenen Linien der L-Reihe mehrere — zwei oder drei — Schwellenwerte der Spannung bestehen.

Leipzig, Phys. Inst. d. Univ., August 1919.

(Eingegangen 23. August 1919.)

Bericht über das kontinuierliche Röntgenspektrum.

Von **Ernst Wagner.**

Mit 14 Figuren im Text und auf Tafel III.

Inhalt.

Literaturverzeichnis.

1. M. de Broglie, Sur un nouveau procédé permettant d'obtenir la photographie des spectres des raies des rayons Röntgen. C. R. **157**, 924, 1913.
2. M. de Broglie, Sur la spectroscopie des rayons de Röntgen. C. R. **158**, 177, 1914.
3. M. de Broglie, La spectrographie des rayons de Röntgen. Journ. de Phys. (5) **4**, 101, 1914 u. **4**, 265, 1914.
4. F. C. Blake u. Will. Duane, Messung von h durch X-Strahlen. Phys. Rev. **9**, 568, 1917.
5. F. C. Blake u. Will. Duane, Messung von h durch X-Strahlen. Phys. Rev. **10**, 93, 1917.
6. F. C. Blake u. Will. Duane, Messung von h durch X-Strahlen. Phys. Rev. **10**, 624, 1917.
7. Bergen Davis, Spektrale Energieverteilung im kontinuierlichen X-Strahlenspektrum. Phys. Rev. **9**, 64, 1917. (Theoretischer Inhalt.)

8. F. Dessauer, Über einen neuen Hochspannungstransformator und seine Anwendung zur Erzeugung durchdringungsfähiger Röntgenstrahlen. Verh. d. D. phys. Ges. **19**, 155, 1917.
9. F. Dessauer und E. Back, Über Röntgenstrahlenerregung mit sehr hohen Spannungen. Ber. d. D. phys. Ges. **21**, 168, 1919.
10. Will. Duane und F. L. Hunt, Über Wellenlängen von Röntgenstrahlen. Phys. Rev. **6**, 166, 1915.
11. Will. Duane und T. Shimizu, Beziehung zwischen allgemeiner X-Strahlung und Atomzahl. Phys. Rev. **11**, 491, 1918. (Die Strahlung ist nicht spektral zerlegt.)
12. P. Ewald, Die Intensität der Interferenzflecke bei Zinkblende und das Gitter der Zinkblende. Ann. d. Phys. **44**, 257, 1914.
13. W. Friedrich, Über den Einfluß der Härte der Röntgenröhre auf die Interferenzerscheinungen an Kristallen. Ann. d. Phys. **44**, 1169, 1914 u. Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 69, 1914.
14. A. W. Hull, Die maximale Frequenz von X-Strahlen bei konstanten Spannungen zwischen 30 u. 100 K.-Volt. Phys. Rev. **7**, 156, 1916 (unzugänglich dem Verf.).
15. A. W. Hull, vgl. Davis, Phys. Rev. **11**, 401, 1918.
16. A. W. Hull u. M. Rice, Das Hochfrequenzspektrum von Wolfram. Proc. Nat. Acad. of Sc. **2**, 265, 1916.
17. E. Keller, Diamantröntgenbilder. Ann. d. Phys. **46**, 157, 1915.
18. R. Ledoux-Lebard u. A. Dauvillier, Die K-Serie des Wolframs und die Erregung der Röntgenstrahlen vom Standpunkt der Quantentheorie. C. R. **163**, 754, 1916.
19. R. Ledoux-Lebard u. A. Dauvillier, Contribution à l'étude des séries L des éléments de poids atomique élevé. C. R. **164**, 687, 1917.
20. J. E. Lilienfeld, Untersuchungen über das kontinuierliche Röntgenspektrum. (Die Unabhängigkeit vom Antikathodenmetall.) Phys. Ztschr. **19**, 263, 1918.
21. J. E. Lilienfeld, Ergänzende Mitteilung zu der Arbeit: Untersuchungen über das kontinuierliche Röntgenspektrum. (Die Unabhängigkeit vom Antikathodenmetall.) Phys. Ztschr. **19**, 514, 1918.
22. J. E. Lilienfeld, Die Elektrizitätsleitung im extremen Vakuum. Entstehung einer weitgehend homogenen Röntgenstrahlung. Ber. d. sächs. Ges. d. W. **69**, 226, 1917.
23. J. H. Moseley und C. G. Darwin, Die Reflexion von X-Strahlen. Phil. Mag. **26**, 210, 1913.
24. C. D. Miller, Die Absorptionskoeffizienten weicher X-Strahlen. Phys. Rev. **8**, 329, 1916.
25. A. Müller, Untersuchungen am kontinuierlichen Röntgen-Spektrum. Phys. Ztschr. **19**, 489, 1918.
26. E. Rutherford, J. Barnes u. H. Richardson, Maximalfrequenz von X-Strahlen von einer Coolidge-Röhre für verschiedene Spannungen. Phil. Mag. **30**, 339, 1915.
27. E. Rutherford, Über das Durchdringungsvermögen der X-Strahlung von einer Coolidge-Röhre. Phil. Mag. **34**, 153, 1917.

28. H. Seemann, Das Röntgenspektrum des Platins. Phys. Ztschr. **15**, 794, 1914.
29. C. T. Ulrey, Eine experimentelle Untersuchung über die Energie im kontinuierlichen Röntgenstrahlenspektrum von einigen Elementen. Phys. Rev. **11**, 401, 1918.
30. E. Wagner, Das Röntgenspektrum des Platins. Phys. Ztschr. **16**, 30, 1915.
31. E. Wagner, Spektraluntersuchungen an Röntgenstrahlen I. Ann. d. Phys. **46**, 868, 1915 u. Bayer. Akad. 1914, S. 329.
32. E. Wagner, Das kontinuierliche Röntgenspektrum in seiner Abhängigkeit vom Antikathodenmetall. Phys. Ztschr. 1920.
33. E. Wagner, Spektraluntersuchungen an Röntgenstrahlen. Über die Messung der Planckschen Quantenkonstante *h* aus dem zur Erzeugung homogener Bremsstrahlung notwendigen Minimumpotential. Ann. d. Phys. **57**, 401, 1918.
34. D. L. Webster, Experimente über die Emissionsquanten von charakteristischen *X*-Strahlen. Phys. Rev. **7**, 599, 1916.
35. D. L. Webster, Die Emissionsquanten der charakteristischen *X*-Strahlen. Proc. Nat. Akad. of Sc. **2**, 90, 1916.

A. Qualitative Versuche.

1. Das kontinuierliche Spektrum im Laueschen Versuch.

Im Laueschen Versuch durchsetzt ein schmales Bündel primärer Röntgenstrahlen einen feststehenden Kristall. Hierbei wird es an allen möglichen im Innern des Kristalls liegenden mit Atomen besetzten Netzebenen reflektiert. Die Gesamtheit dieser reflektierten Sekundärstrahlen stellt auf ihrem Treffpunkt mit einer photographischen Platte das Lauediagramm dar. Da jede Reflexion an einer Schar paralleler äquidistanter Netzebenen stattfindet, ist sie nur für eine ganz bestimmte Wellenlänge λ (und mit abnehmender Stärke für deren einfachste Submultipla) möglich, für welche die Braggsche Beziehung gilt:

$$n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin \varphi.$$

φ ist der Winkel zwischen Strahl und Ebene („glanzierender“, besser streifender Winkel).

d ist der Abstand benachbarter paralleler Netzebenen, die Gitterkonstante.

n, eine kleine ganze Zahl 1, 2, 3 ...., stellt die Ordnung der Interferenz dar. Im gleichen reflektierten Strahl können hiernach die Wellenlängen λ, $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{3}$ usw. mit abnehmender Stärke auftreten.

Im allgemeinen kommt nach der obigen Gleichung den verschiedenen Lauepunkten eine verschiedene Wellenlänge zu, so daß man das

Lauediagramm als polychromatisch bezeichnen kann. Die Voraussetzung für das Auftreten der Laueschen Strahlen ist die Existenz dieser Wellenlängen mit genügender Intensität in der Primärstrahlung.

Da man für jede beliebige Orientierung φ eines und desselben Kristalles gegen den Primärstrahl, als auch für alle möglichen Kristalle mit ihren verschiedenen Gitterkonstanten vollständig ausgebildete Lauesche Interferenzfiguren erhält, so müssen in der Primärstrahlung alle möglichen Wellenlängen vorhanden sein, d. h. es muß ein kontinuierliches bzw. „weißes" Spektrum bestehen. Ersichtlich ist die längste der Kristallanalyse mögliche Wellenlänge $2d$, während nach den kurzen Wellen keine Grenze durch den Kristall gegeben ist.

Obwohl die Lauediagramme nach der bewährten Auffassung W. L. Braggs den ersten experimentellen Nachweis der Existenz des kontinuierlichen Röntgenspektrums darstellen, so ist doch die Schwärzungsausmessung des Diagramms und ihre Zuordnung zu den einzelnen Wellenlängen nicht geeignet zu einer quantitativen Erforschung der Energieverteilung im Spektrum. Einmal fehlen dieser Methode große technische Vorzüge, wie sie der Braggschen Methode eigen sind, dann ist die Reflexionsintensität von zu vielen Faktoren abhängig (z. B. der Gitterkonstante d, dem Winkel φ, der Absorption des betr. Strahles im Kristall u. a.), um eine einfache und eindeutige Interpretation zu gewährleisten. In dieser Richtung unternommene Versuche von Ewald (12) und Keller (17) an Laueinterferenzbildern von Zinkblende und Diamant haben nicht einmal die starken Diskontinuitäten des Schwärzungsverlaufes, die durch das Bromsilber der Platte bedingt sind, erkennen lassen. Friedrich (13) konnte lediglich nachweisen, daß harte Primärstrahlen die Schwärzung der kurzwelligen Lauestrahlen relativ stärker hervortreten lassen.

2. Das Braggsche Spektrometer liefert die klassische Untersuchungsmethode des kontinuierlichen Spektrums. Hier wird bekanntlich die Reflexion an einer und derselben Kristallfläche — und zwar an einer äußeren Spaltfläche — erzeugt und unter allmählicher Drehung derselben gegen den Primärstrahl eine kontinuierliche Veränderung der Wellenlänge bewirkt. Die reflektierte Strahlung wird mittels Ionisierung gemessen. Die Braggs selbst haben das kontinuierliche Spektrum weniger in den Kreis ihrer Forschung gezogen. Die erste gründlichere Untersuchung hierüber stammt von Moseley und Darwin (23). Sie arbeiteten wie Bragg mit dem drehenden Kristall und maßen die reflektierte Intensität mit einem verfeinerten Ionisationsverfahren.

Als Ergebnis ihrer sorgfältigen Untersuchung stellten sie neben der Existenz der für das Antikathodenmetall (*Pt*) charakteristischen Linien ein zweifellos kontinuierliches Spektrum fest, indem sie unter kleinen Änderungen des Winkels φ die reflektierte Strahlung maßen und einen kontinuierlichen Intensitätsverlauf der Ionisationsströme erhielten. Vgl. Fig. 1.

Kurve III zeigt das Spektrum in zwei Ordnungen. Nach den Kurven besteht ein sehr scharf ausgeprägtes Intensitätsmaximum mit einem

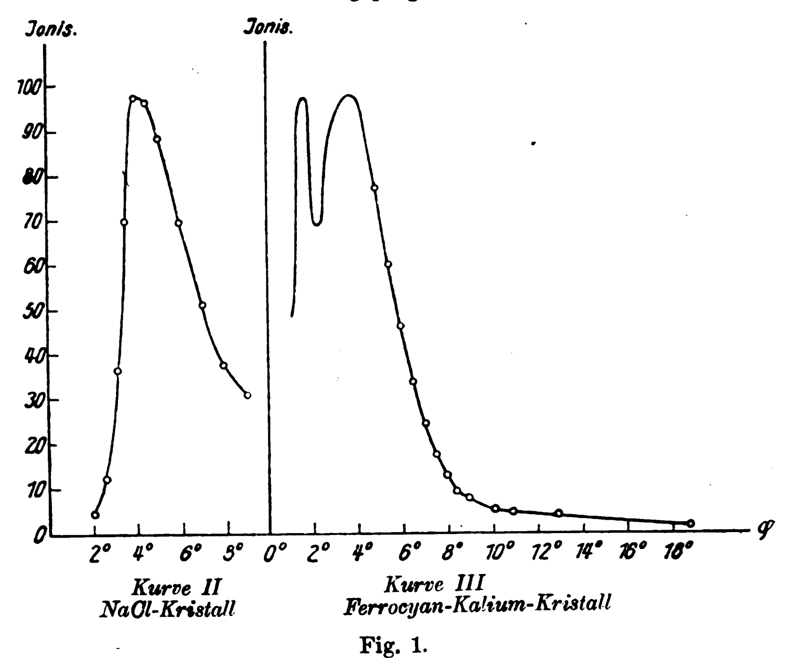


Fig. 1.

schroffen Abfall nach kurzen Wellenlängen. Die Wellenlänge, die zu dem Maximum gehört, war kleiner bei größerer Spannung des Rohres. Da mit Unterbrecher und Induktor gearbeitet wurde, so konnte zwar von einer konstanten Spannung nicht die Rede sein, wohl aber von mittleren Spannungswerten, die je nach dem Härtegrade des Rohres variieren. Eine genaue Definition der Versuchsbedingungen war daher nicht zu erreichen.

3. Die photographische Methode.

de Broglie (1, 2, 3) führte zuerst die streng-kontinuierliche Drehung des Kristalles bei gleichzeitiger laufender Registrierung der

reflektierten Intensität auf der photographischen Platte ein. Die erhaltenen kontinuierlichen Schwärzungsbanden bei Einhaltung scharfer Abbildungsbedingungen durch Fokussierung des Strahlenverlaufes stellen den ersten zweifellosen Nachweis eines wirklich streng kontinuierlichen Spektrums dar. Hiergegen konnten Versuche Seemanns (28) nicht durchdringen, in denen an einem feststehenden Kristall unter weit geöffnetem Winkel reflektierte Spektralstreifen auf der Bromsilberplatte erhalten wurden, die an Stelle eines kontinuierlichen Spektrums zahlreiche diffuse Linien zeigten. Wie Wagner (30) bewies, rühren diese von Kristallfehlern her, deren Einflüsse die Drehung des Kristalles unter fokussierendem Strahlenverlauf in hohem Grade unschädlich macht. Seemann erhielt neuerdings auch mit feststehendem Kristall fehlerfreie Aufnahmen. Hierzu ist es nötig, kleine ausgesuchte Teile eines Kristalles durch ein weit geöffnetes Bündel (breiter Fokus) zu bestrahlen.

Im äußersten kurzwelligen Gebiet begegnet die Spektrographie vielen erheblichen, noch nicht völlig überwundenen Schwierigkeiten, die teils herrühren von der großen Nähe des Spektrums zum Primärbündel, teils von der großen Eindringungstiefe der Strahlung in den reflektierenden Kristallbereich.

4. Die Schwärzungsunstetigkeiten des kontinuierlichen Spektrums auf der Bromsilberplatte.

Die nach der de Broglieschen Methode erhaltenen Spektrogramme zeigen alle eine eigenartige Schwärzungsverteilung, die sich unabhängig vom Metall der Antikathode (und dessen Linienspektren) und unabhängig vom Härtegrad der Strahlung auf allen Aufnahmen wiederholt.

Auf Fig. 2, Tafel III, ist ein solches kontinuierliches Spektrum mit dem Linienspektrum des Wolframs wiedergegeben nach einer Aufnahme von E. Wagner und J. Brentano (31). Man bemerkt von dem Primärstrahl O nach rechts hin im Sinne wachsender Wellenlängen im Teil I die zwei Banden, die nach rechts mit den scharfen Bandkanten A und B enden [1]). Diese Banden erwiesen sich nach einer experimentellen Untersuchung von Wagner (31) als herrührend vom Ag (die

1) Die Bande A_1 ist eine Wiederholung der Bande A in zweiter Ordnung; sie liegt also ungefähr im doppelten Abstand von O. Dies wird bewiesen durch den oberen Teil II des Spektrums, der nach Durchgang durch ein Aluminiumblech der weichen Strahlungen (Bande B) beraubt war, während A_1 hier erscheint.

Bande *OA*) bzw. vom *Br* (Bande *AB*) der empfindlichen Schicht. Die Bandenschwärzungen sind verursacht von der charakteristischen Röntgenstrahlung (*K*-Serie) des *Ag* und *Br*, die unter selektiver starker Absorption des auffallenden Spektralbereichs in jenen Atomen erregt wird. Die scharfen Bandenköpfe stellen sonach die längste eben noch erregende Grenzwellenlänge dar. Sie sind für die Orientierung im Spektrum und zur Messung von Wellenlängen nützliche Marken. Es ist: $\lambda_{Ag} = 0{,}49$ Å, $\lambda_{Br} = 0{,}92$ Å.

Infolge dieser „Sensibilisierungs"banden stellt die Schwärzung im kontinuierlichen Spektrum auch nicht annähernd den wahren Intensitätsverlauf des Spektrums der Röntgenstrahlung da.

B. Das kontinuierliche Spektrum bei konstanten Potentialen.

1. Die Minimumwellenlänge und das Minimumpotential.

Die Anwendung streng konstanten Potentials durch mächtige Akkumulatorenbatterien war die Voraussetzung zur Erzielung weiterführender Ergebnisse, als sie die qualitativen Versuche von Moseley und Darwin und de Broglie gezeitigt hatten.

Sogleich der erste Versuch führte Duane und Hunt (10) zu der grundlegenden Entdeckung des scharf definierten Endes des Spektrums auf der kurzwelligen Seite des Spektrums, der Minimumwellenlänge. Die Autoren benutzten die fein regulierbare Glühkathodenröhre von Coolidge mit Wolframantikathode, das Braggsche Spektrometer mit Kalkspatkristall und das Ionisierungsverfahren. Die konstante Hochspannung variierte von 25 bis 39 Kilovolt und wurde mit geeichten elektrostatischen Instrumenten gemessen.

Zwei Arbeitsweisen kamen zur Verwendung.

Bei der ersten werden Potential und Strom konstant gehalten und die spektrale Energieverteilung gemessen unter allmählicher Drehung des Kristalles. Diese Methode entspricht der Messung von Isothermen der schwarzen Wärmestrahlung, wenn wir die Temperatur analog dem Potential, d. i. der Energie des gebremsten Elektrons setzen. Während aber im Wärmespektrum bei einer gegebenen — selbst der tiefsten — Temperatur die Strahlung einer beliebig kurzen Wellenlänge (theoretisch) mit endlicher Intensität emittiert wird, ergeben die Versuche von Duane und Hunt im Röntgenspektrum eine scharfe untere Grenze der Wellenlänge, die Minimumwellenlänge $\lambda_{min.}$, unterhalb deren Strahlung überhaupt nicht zustande kommt. (Vgl. Fig. 3.) Von diesem Anfang des Spektrums steigt seine Intensität schroff auf zu einem ziem-

lich scharfen Maximum, um langsamer gegen das langwellige Ende asymptotisch wieder zu fallen.

In diesen und späteren Versuchen wird genau genommen die Ionisationswirkung der Strahlung, nicht deren Energie gemessen. Es ist bisher noch keine Reduktion auf Energie versucht worden. Trotzdem dürften die Maxima in der Energieverteilung und der Ionisation nahe zusammenfallen.

Die zweite, technisch genauere Arbeitsweise mißt bei festgehaltener Wellenlänge (d. i. bei festbleibendem Reflexionswinkel) die Änderung der Ionisation in Abhängigkeit vom Potential, wobei der Kathodenstrom konstant gehalten wird bzw. auf konstanten Strom zu reduzieren ist.

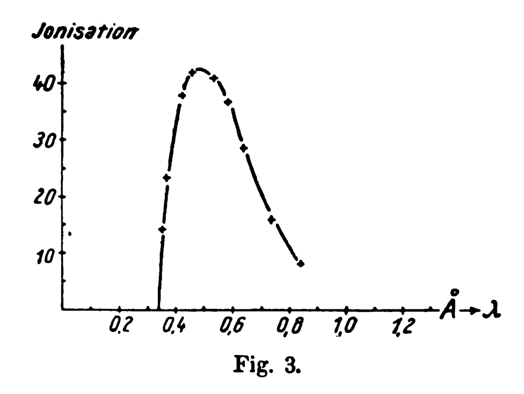


Fig. 3.

Diese Art Messung entspricht der einer Isochromate bei der Wärmestrahlung, die den Zusammenhang monochromatischer Strahlungsintensität mit der Temperatur darstellt. In letzterem Falle nähert sich die Isochromate asymptotisch der Temperaturachse.

Dagegen zeigen die Röntgenisochromaten einen sehr scharf definierten Schnitt mit der Potentialachse (vgl. Fig. 4): es besteht ein Minimumpotential $V_{\text{min.}}$, unterhalb dessen die Strahlung der gegebenen Wellenlänge überhaupt verschwindet.

2. Das Verschiebungsgesetz von Duane und Hunt und seine Quantenbegründung.

Bei Änderung des Potentials V fanden Duane und Hunt eine Verschiebung von $\lambda_{\text{min.}}$ im Spektrum nach dem einfachen Gesetz:

$$V \cdot \lambda_{\text{min.}} = V \cdot \frac{c}{\nu_{\text{max.}}} = \varkappa.$$

Hier ist:

$c = 3.10^{10}$ cm/sek.; $\nu_{max.}$ = maximale Frequenz; $\varkappa$ ist eine Konstante.

Dieses Gesetz steht in vollkommener Analogie zu dem Wienschen Verschiebungsgesetz: $T \cdot \lambda_{max.} = \text{const.}$ und ist auch theoretisch als dessen Kern anzusehen. Wir haben ihm daher denselben Namen beigelegt.

Nach der Isochromatenmethode stellt sich das gleiche Gesetz bei Variation der untersuchten Wellenlänge λ dar als:

$$V_{min.} \cdot \lambda = \varkappa.$$

Das Duane-Huntsche Gesetz liefert zum erstenmal experimentell

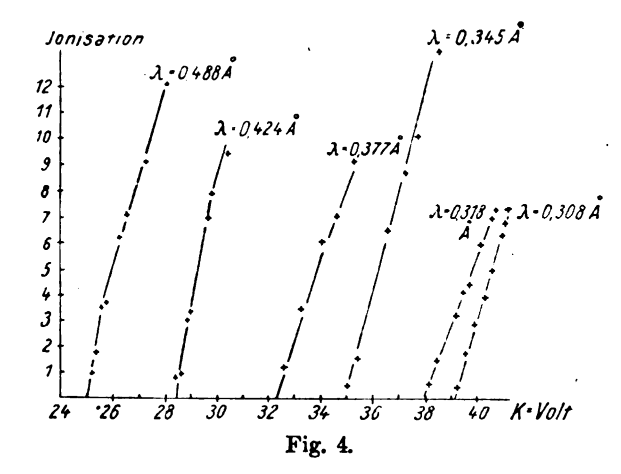


Fig. 4.

die genauere Einsicht in die bekannte Erscheinung von der Zunahme der Härte der Röntgenstrahlung mit dem Potential.

Formal stimmt das Gesetz in der Form $V = \nu_{max.} \left(\frac{\varkappa}{c}\right)$ völlig überein mit dem Planck-Einsteinschen Quantenansatz

$$e \cdot V = h \cdot \nu,$$

wonach die Energie $e \cdot V$ des Elektrons die Strahlungsfrequenz ν bestimmt, wenn für ν im Röntgenspektrum die maximale Frequenz $\nu_{max.}$ gesetzt wird. Schlagend wird der Zusammenhang bzw. die Identität des Quantenansatzes mit dem Duane-Huntschen Verschiebungsgesetz durch die überraschend scharfe Übereinstimmung der absoluten Größe von $\frac{\varkappa}{c}$ mit $\frac{h}{e}$, welche die Autoren sogleich fanden. Um die Kon-

stante $\varkappa$ in absoluter Größe aus den Versuchen zu erhalten, muß V in Volt und λ in cm bekannt sein.

Eine direkte λ-Messung ist bisher noch nicht möglich gewesen. Zur indirekten Bestimmung dient die Braggsche Beziehung

$$\lambda = 2d \cdot \sin \varphi.$$

Der Reflexionswinkel φ ist genau meßbar.

Die Gitterkonstante d ergibt sich z. B. beim Steinsalz für die Würfelfläche nach Bragg auf Grund experimentell wohlbegründeter Strukturdaten aus den Atomgewichten m_1 und m_2 von Na und Cl, der Dichte D und der Loschmidtschen Zahl N pro Mol nach der Beziehung:

$$d = \sqrt[3]{\frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \frac{1}{D \cdot N}} = 2{,}814 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

Hier ist gesetzt:

$m_1 = 23{,}00$ (Na); $m_2 = 35{,}46$ (Cl); $D = 2{,}164$; $N = 60{,}6 \cdot 10^{22}$.

N folgt mit ca. 1 pro Mille Genauigkeit aus dem Millikanschen Wert für die Elementarladung $e = 4{,}774 \cdot 10^{-10} \cdot$ e. s. und der Faradayschen Konstante der Elektrolyse $F = 9650 \cdot 3.10^{10} \cdot$ e. s. aus

$$N = \frac{F}{e} = 60{,}6 \cdot 10^{22}.$$

Hiernach ist die Kenntnis von e nötig zur Bestimmung von λ.

Setzt man diese Kenntnis von e voraus, so erhält man die Quantenkonstante h aus dem Duane-Huntschen Experiment:

$$h = \frac{e \cdot V \cdot \lambda}{c} = \frac{e \cdot \varkappa}{c}.$$

Auf diese Weise erhielten Duane-Hunt im Intervall von 25 bis 39 Kilovolt folgende Werte für h:

655 648 645 649 652 650.

Im Mittel: $650 \cdot 10^{-29} \cdot$ erg. sec.

Dieser Wert ist in so vollständiger Übereinstimmung mit dem Planckschen Wert, wie er aus den Wärmestrahlungskonstanten folgt, und mit den auf verschiedene andere Weise erhaltenen h-Werten, daß der Quantencharakter der Strahlungserregung im hochfrequenten Gebiet der Röntgenstrahlen damit bewiesen ist.

Setzt man e nicht als bekannt voraus, so folgt aus den Versuchen unmittelbar nur die Kenntnis von

$$\left(\frac{h}{e^{4/3}}\right) = V \cdot \sin \varphi \cdot \text{const.}$$

wo ist:

$$\text{const.} = \frac{2}{c} \sqrt[3]{\frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \frac{1}{D \cdot F}} = \frac{2}{c} \cdot d.$$

Numerisch folgt mit den besten Werten

$$e = 4{,}774 \cdot 10^{-10} \text{ e. s. und } h = 652 \cdot 10^{-29} \cdot \text{erg. sec.}$$

für V in Volt und λ in Å (10^{-8} cm) für das Duane-Huntsche Gesetz:

$$V \cdot \lambda = 12300.$$

3. Die experimentellen Bestätigungen des Duane-Huntschen Gesetzes.

A. W. Hull (14) und Hull und Rice (16) bestätigten das Duane-Huntsche Gesetz bis zu 100000 Volt. Sie verwandten eine Coolidge-Röhre mit Wolfram-Antikathode; Steinsalz als drehenden Kristall. Die Spannung wurde durch einen Transformator geliefert, gleich gerichtet und durch Verwendung von Kondensatoren möglichst frei von Schwankungen gemacht, so daß eine brauchbare Konstanz der Spannung — wie aus den Spektren selbst hervorgeht — erzielt scheint. Ein bei 100000 Volt erhaltenes photographisches Spektrum ist von Hull und Rice (16) Fig. 1, S. 266 veröffentlicht. Das kurzwellige Ende bei $\lambda_0 = 0{,}142$ Å ist deutlich erkennbar, aber diffus, sodaß eine scharfe Messung schwierig scheint. h folgt hieraus $= 7{,}5 \cdot 10^{-27}$ erg. sec. Bei 150000 Volt als höchste Spannung wird der ungefähre Wert $\lambda_{\min.} = 0{,}08$ Å angegeben in guter Übereinstimmung mit dem Verschiebungsgesetz.

Genauere Diskussionen über die beträchtlichen Fehlerquellen bei so hohen Potentialen und so durchdringender Strahlung fehlen in der kurzen Notiz von Hull und Rice.

Auf Fig. 5 sind die von Hull und Rice mittels Ionisation gemessenen spektral reflektierten Intensitäten mit $NaCl$-Kristall am Wolfram mitgeteilt, bei 40, 50, 60, 70, 80, 90 Kilovolt. Sowohl die Verschiebung des Spektrums als auch die Steigerung der Intensitäten mit der Spannung sind deutlich erkennbar. Die Linienerregung der K-Serie (α und β) in mehreren Ordnungen tritt erst oberhalb 70 Kilo-

volt hervor. Auch die höheren Ordnungen des kontinuierlichen Spektrums sind wie bei Moseley und Darwin obzwar weniger stark ausgeprägt. —

D. L. Webster (34) konnte bei Wiederholung des Duane-Huntschen Versuches sowohl die Genauigkeit der h-Messung erhöhen als auch durch Verwendung von Rhodium als Antikathode zeigen, daß der

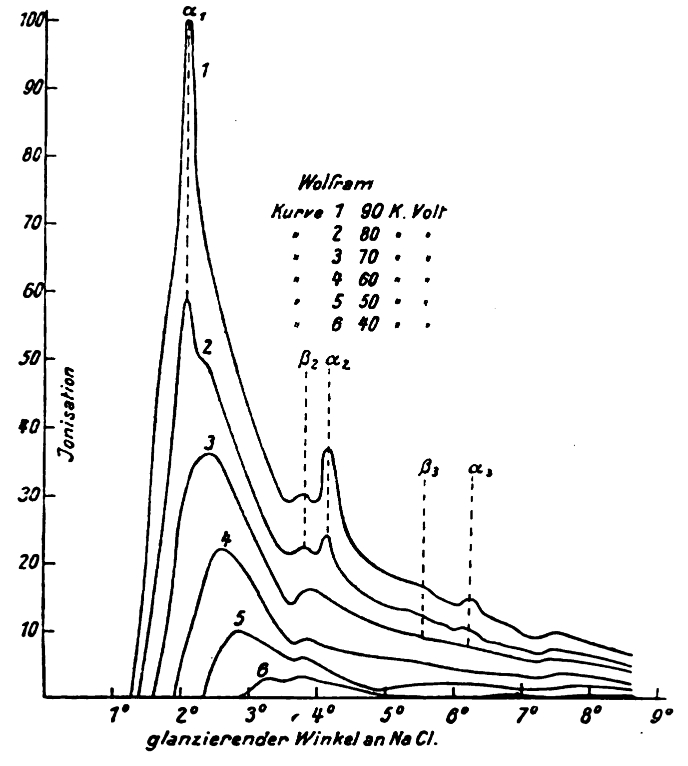


Fig. 5.

Wert für h unabhängig von dem Metall und der charakteristischen Linienstrahlung der Antikathode gefunden wird.

Webster verwandte wiederum streng konstante Batteriehochspannung von 20 bis 40 Kilovolt. Die elektrostatische Messung wird auf 1 Proz. genau angegeben. Als elektrostatisches Voltmeter diente eine Art Coulombscher Drehwage. Die Messung geschah bis 20000 Volt durch ein galvanisches Voltmeter sehr hohen bekannten Widerstandes. Der Wert höherer Spannungen wurde aus der Addition von Teil-

spannungen der Hochspannungsbatterie abgeleitet. Ferner ist die Wellenlänge der Strahlung durch Anschluß an die genauen Messungen der Wellenlänge der Linien des Antikathodenmetalls Rhodium genau definiert.

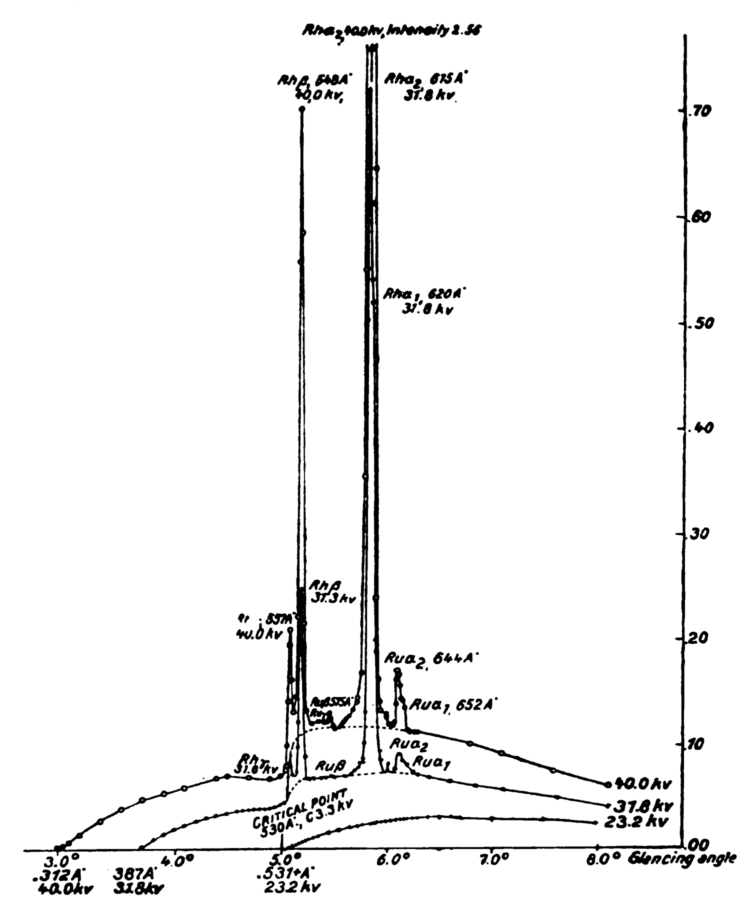


Fig. 6.

Die sorgfältige Arbeit ergab für h aus Versuchen sowohl mit konstantem Potential (vgl. Fig. 6), als auch aus Isochromaten folgende gut übereinstimmende Werte:

$h =$ 652 655 657 649 651 $655 \cdot 10^{-29}$ erg. sec.
$\lambda =$ 0,548 0,588 0,617 0,652 0,548 0,579 Å.

Im Mittel folgt $h = 653 \pm 3$. Zugrunde gelegt ist der Millikansche e-Wert und als Gitterkonstante des benutzten Kalkspates $d = 3{,}03 \cdot 10^{-8}$ cm.

Im Anschluß an die Arbeit von Webster ist fernerhin häufig die Frage erörtert und experimentell geprüft: **Hat die Erregung des Linienspektrums einen Einfluß auf das kontinuierliche Spektrum?**

Webster verfolgte in der zuletzt erwähnten experimentellen Arbeit in der Hauptsache nicht die Emission des kontinuierlichen Spektrums, sondern die Anregungsbedingung der K-Serien-Linien des Rhodiums. Bemerkenswert ist das Resultat, daß das Quantengesetz für die Maximalfrequenz im Bremsspektrum auch dann noch besteht, wenn das Anregungspotential V_k der Rhodiumlinien überschritten ist und also die Energie der Elektronen zum erheblichen Teil zur Speisung jener Linienemission aufgewendet wird. In dem Spektralbereich des Bremsspektrums, dessen Wellenlängen eben kleiner als die charakteristische Anregungswellenlänge der K-Serie des Rhodiums sind (d. i. kleiner als die Wellenlänge der Absorptionsbandkante), tritt eine Intensitätsverminderung (vgl. Fig. 6) ein, jedoch bleibt das Gesetz von Duane-Hunt auch hier weiter quantitativ bestehen.

Nach den Versuchen von Webster beginnen vom Anregungspotential der K-Serie V_k an alle Linien α, β, γ, der K-Serie gleichzeitig zu emittieren. V_k entspricht im kontinuierlichen Spektrum nach Duane-Hunt einer Minimumwellenlänge, die gleich ist der Wellenlänge λ_A der Absorptionsbandkante der K-Serie. Bekanntlich ist $\lambda_A <$ und nahe $= \lambda_\gamma < \lambda_\beta < \lambda_\alpha$. Steigert man das Potential über V_k, so wandert die Grenze des kontinuierlichen Spektrums von λ_A nach kürzeren Wellen und gleichzeitig wächst die Intensität der Linien von 0 kräftig an. Es wäre hiernach wohl verständlich, wenn die Intensität des über λ_A nach kleinerem λ sich erstreckenden Spektrums in dem Maße verringert würde, als die Energieleistung der Linienemission beträgt. Indessen zeigten Versuche von Webster, daß die Intensitätsverminderung in jenem kontinuierlichen Spektralbereich in erster Linie auf einem Nebenumstand, und zwar auf einer selektiven Absorption dieses Bereiches im Antikathodenmaterial, die genau in der beobachteten Weise erfolgt, beruht. Denn sie verschwindet, wenn man die Strahlung nicht — wie häufig zur Steigerung der Intensität — in streifender Emission zur Antikathodenfläche untersucht. Rauhigkeiten dieser Fläche am Fokus der Kathodenstrahlen, wie sie besonders stark bei den Coo-

lidge-Antikathoden auftreten, begünstigen die Absorptionsgelegenheiten der austretenden Strahlung. Aber auch durch die unvermeidliche Eindringungstiefe der Kathodenstrahlen in den Atomverband dürfte ein stets auftretender, wenn auch geringfügiger Absorptionseffekt der aus der Tiefe austretenden Strahlung zustande kommen.

Aus den angeführten Energiegründen möchten wir es immerhin als wahrscheinlich halten, daß auch eine echte, wenn auch geringe Beeinflussung der Intensität des kontinuierlichen Spektrums im beobachteten Sinne durch die Erregung der Linienemission besteht.

Noch unveröffentlichte Versuche von E. Wagner haben eine solche Beeinflussung der Intensität des kontinuierlichen Spektrums im Bereich von Wellenlängen, die größer als die Wellenlänge λ_A der Absorptionskante sind, nicht erkennen lassen. Isochromaten zeigten nämlich keine Andeutung einer plötzlichen Richtungsänderung im Sinne eines verminderten Gradienten, sobald das Anregungspotential V_k der Linien überschritten wurde.

Ledoux-Lebard und Dauvillier (18) haben die Verschiebung der Grenze des kontinuierlichen Spektrums einer Wolframantikathode in einer Coolidgeröhre vom Standpunkte des Quantengesetzes aus photographisch untersucht. Sie verwandten Steinsalz als Gitter und variierten die Spannung zwischen 24 und 140 Kilovolt. Sie fanden in ihrer ersten Arbeit in Übereinstimmung mit kurz vorher veröffentlichten Resultaten von Rutherford, Barnes und Richardson (26), daß das Duane-Huntsche Verschiebungsgesetz nur angenähert gelte, indem die maximale Frequenz nicht linear mit der Spannung, sondern bei hohen Spannungen wesentlich verzögert anstieg.

In einer Bemerkung einer späteren (19) Arbeit wird das Resultat korrigiert und die Ursache der Abweichung vom Quantenansatz in einer fehlerhaften Spannungsmessung gefunden. Hier wird kurz mitgeteilt, daß bis 110000 Volt am Platin und bis 60000 Volt am Nickel sich der Quantenansatz gut verifiziert. Genauere Angaben über die Art der Spannungsmessung sind unterlassen.

In der ersten Arbeit wird in Übereinstimmung mit Webster über die Intensität des kontinuierlichen Spektrums am Wolfram die Beobachtung mitgeteilt, daß der Teil des kontinuierlichen Spektrums, der eben kurzwelliger als die K-Linien und daher nicht ohne die Linien erregbar ist, beträchtlich weniger intensiv emittiert wird als der langwelligere Teil des Spektrums. Wie oben bemerkt, ist diese Intensitätsverminderung wahrscheinlich fast ganz hervorgerufen durch

die selektive Absorption des kontinuierlichen Spektrums im Metall der Antikathode.

A. Müller (25) hat ebenfalls Untersuchungen über die Minimumwellenlänge mitgeteilt. Als Spannungsquelle diente eine Influenzmaschine. Das Potential, das auf einige Prozente konstant gehalten und mit einem absoluten elektrostatischen Voltmeter gemessen wurde, bewegte sich zwischen 14 und 28 Kilovolt. Das Spektrum wurde mit einem Drehkristall aus *Na Cl* entworfen. Die Grenzbandenköpfe wurden photographisch registriert und ihre Wellenlänge gegen die mit exponierten Kupferlinien der *K*-Serie gemessen. Zwei Spektrogramme sind a. a. O. veröffentlicht. Zur Verwendung kamen *Cu*, *Ag*, *Pb* als Antikathoden. Zur Prüfung der von Ledoux-Lebard und Dauvillier, sowie von Rutherford, Barnes und Richardson durch fehlerhafte Experimente angeregten Frage, ob ein kontinuierliches Spektrum und seine Grenze auch oberhalb des Anregungspotentials der *K*-Strahlungen existiere bzw. dem Duane-Huntschen Gesetz gehorche, wurde auf ein und derselben Platte eine Aufnahme mit einer Silber- und einer Kupferantikathode gemacht bei gleichem Potential, das nur die Kupferlinien, nicht die des Silbers erregen konnte. Es ergab sich eine völlig gleiche Lage der Grenzwellenlänge, die auch genau dem Quantengesetz entsprach.

Als Resultat gibt Müller folgende Tabelle.

	λ Å	V_{Kilovolt}	h
Cu	0,682	18,1	6,57
Cu	0,421	28,1	6,29
Ag	0,862	14,6	6,69
Cu/Ag	0,693	18,1	6,67
Ag/Pb	0,700	18,1	6,74
Pb	0,683	18,1	6,58
Pb	0,592	20,7	6,50

Im Mittel folgt: $h = 6{,}57 \cdot 10^{-27}$ erg. sec.

F. Dessauer und E. Back (9) haben die Grenze des Bremsspektrums bei sehr hohen Spannungen untersucht. Sie verwandten eine Coolidge-Röhre mit Wolfram-Antikathode und einen Spektrographen nach Seemann mit feststehendem Kristall (*Na Cl*) (Schneidenmethode). Das Spektrum wurde photographisch aufgenommen. Bei 170 Kilovolt ergab sich die Minimumwellenlänge $\lambda_{\text{min.}} = 0{,}0755$ Å als Mittelwert aus mehreren gut übereinstimmenden Werten, während das Duane-

Huntsche Gesetz den Wert verlangt $\lambda_{\min.} = 0{,}072$ Å. Insofern als die Werte der hohen effektiven Spannungen richtig gemessen sind, liefern diese Versuche eine gute Bestätigung des Duane-Huntschen Gesetzes bis zu diesen extremen Spannungen.

Die Wellenlängenmessung ist bezogen auf die Wolframlinien in zwei Ordnungen, wobei die α-Linien getrennt erschienen. Die Unsicherheit der Messung wird auf 5 Proz. angegeben.

E. Wagner (33) unternahm eine Untersuchung der Quantengrenze des kontinuierlichen Spektrums in der Absicht, eine Präzisionsmessung von h zu gewinnen.

Die Versuchsanordnung unterscheidet sich von den früheren insbesondere durch die Verwendung bedeutend geringerer Spannungen. Das Intervall erstreckte sich von 4500 bis 10500 Volt. Als Quelle konstanter Spannung dienten Akkumulatoren. Statt einer gasfreien Glühkathodenröhre, wie bei den anderen Autoren, diente die gasgefüllte Röhre. Die Verwendung geringer Spannung brachte den Nachteil großer Weichheit und zugleich geringer Intensität der Strahlung. Darum mußte sie durch ein dünnes Aluminiumfenster aus dem Rohr in das Spektrometer gelassen und mit einem erheblich empfindlicheren Elektrometer — Wilsonscher Art — bei nicht zu engen Spaltweiten gemessen werden. Andererseits hat die Anwendung geringer Spannung hinsichtlich der Erzielung großer Genauigkeit zwei Vorteile: einmal ist die Messung kleiner Spannung selbst bedeutend genauer ausführbar, dann werden die zu messenden Reflexionswinkel der emittierten langwelligen Strahlung groß genug (10^0 bis 25^0 an KCl), um genauer meßbar zu sein.

Die Messung der Spannung geschieht elektrostatisch und ist auf Normalelemente zurückgeführt. Die Spannung wird in Teile zerlegt, die durch ein gleiches elektrostatisches Instrument gemessen sind. Kontrollexperimente zur Sicherung darüber, ob die Teilspannungen sich addieren, sind ausgeführt. Der übrigbleibende Meßfehler dürfte 20 bis 30 Volt nicht übersteigen.

Bei der genau diskutierten Messung der Reflexionswinkel erreichte der Fehler trotz weiter Spalte nachgewiesenermaßen nur wenige Bogenminuten. Die Sicherung der Winkelmessung wurde durch Einführung einer *Cu*-Antikathode an Stelle des *Pt* erreicht, indem die genau von Siegbahn gemessenen Wellenlängen der *Cu-K*-Linien als Kontrollen dienten.

Die Beobachtungsmethode war lediglich die genauere der Isochromaten. Hierbei wurde der Entladungsstrom konstant gehalten

durch Feinregulierung des Gasdrucks. Da nun die X-Strahlung dem Kathodenstrom proportional ist, wurde das Verhältnis der beiden Ströme bei konstantem Potential bei Druckänderungen besonders untersucht. Es wurde konstant gefunden. — Die Beobachtung wurde an 25 Isochromaten zwischen $\lambda = 1{,}1$ Å bis $\lambda = 2{,}7$ Å ausgeführt. Als Kristall wurde meistens KCl, in einigen Kontrollversuchen $NaCl$ verwandt. Als Antikathoden dienten Pt und Cu. Bei der Beobachtung

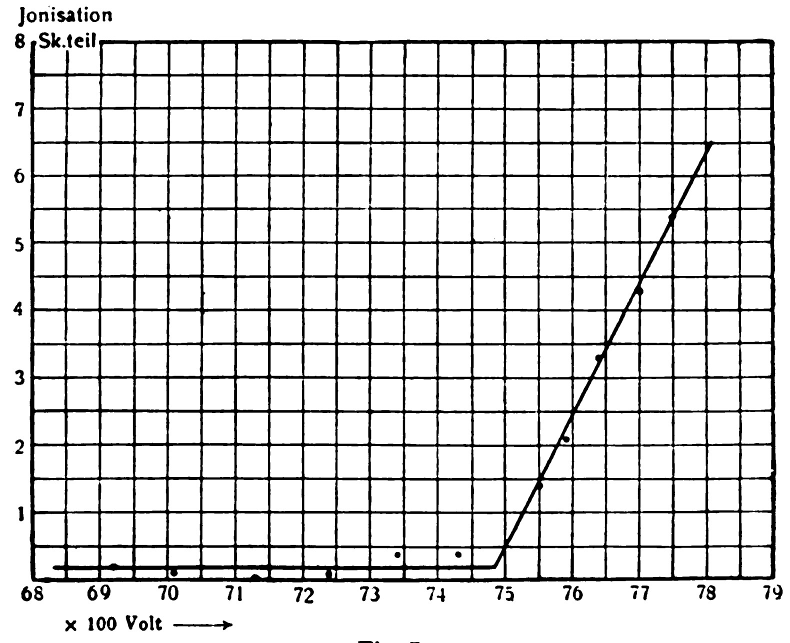


Fig. 7a.

der Isochromaten wurde die Spannung meistens in Schritten von ca. 100 Volt, oft auch von nur 50 Volt variiert. Der Verlauf der Isochromaten ergab auch in diesem langwelligen Spektralgebiet die Tatsache eines überraschend scharf definierten Minimumpotentials. Der Verlauf der Kurve war ein streng linearer nahe oberhalb des Minimumpotentials (vgl. Fig. 7), so daß dieses mit der beträchtlichen Genauigkeit von 10 Volt meßbar war.

Die Form der Isochromate war konvex (vgl. Fig. 8) gegen die Potentialachse; ein merkwürdiger Knick in der Kurve einige Hundert Volt oberhalb des Minimumpotentials scheint nach neuen Versuchen apparativen Ursprungs zu sein.

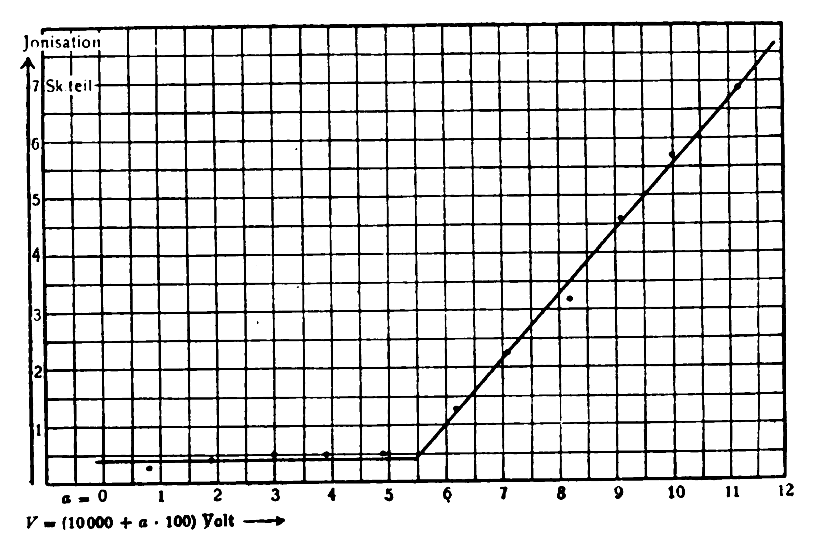


Fig. 7b.

Ein Einfluß des Gasdruckes, der Gasart (H_2 statt Luft), der Kristallart und des Antikathodenmetalles auf die Größe des Minimum-

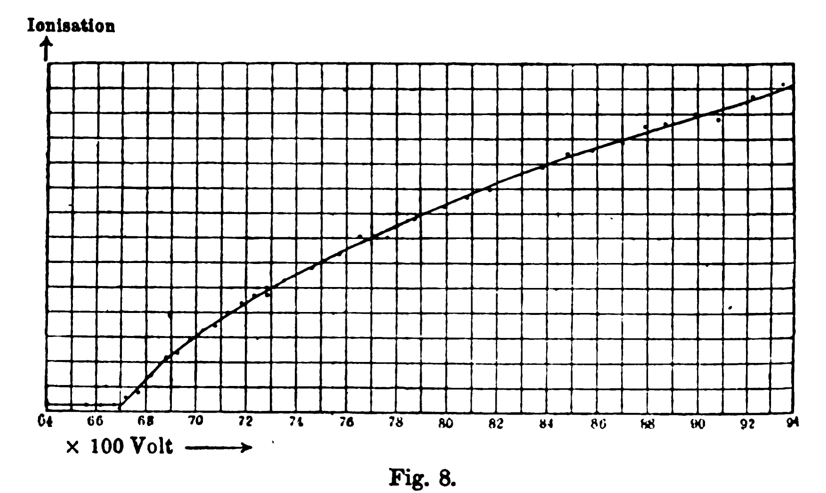


Fig. 8.

potentials konnte nicht gefunden werden. Ein kleiner Einfluß des Gases wäre möglicherweise zu erwarten infolge der Hemmung der Kathodenstrahlen beim Durchqueren der Gasteilchen.

Die quantitativen Ergebnisse waren folgende (vgl. Fig. 9):

1. Innerhalb der Fehlergrenzen zeigte sich im ganzen untersuchten Spektralgebiet die Form der Quantengleichung erfüllt:

$$V_{\text{min.}} \cdot \lambda = \varkappa = \text{const.}$$

2. Ein Einfluß des Antikathodenmetalls (*Cu*, *Pt*) auf $\varkappa$ war nicht zu bemerken.

3. In Übereinstimmung mit der Quantengleichung $e \cdot V_{\text{min.}} = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ ergab sich für die Konstante: $\varkappa = \frac{h}{e} \cdot c$.

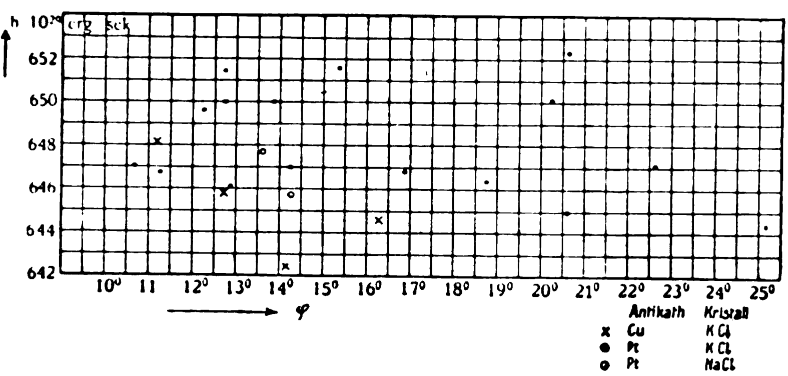


Fig. 9.

Insbesondere fand sich unter der Annahme von $e = 4{,}774 \cdot 10$ e. s., $c = 3.10^{10}$ cm./sec.

$$h = (648 \pm 3) \cdot 10^{-29} \cdot \text{erg. sek.}$$

Aus Versuchen am Kupfer, die unter besonderen Vorsichtsmaßregeln hinsichtlich der Spannungs- und λ-Messung durchgeführt waren, folgte:

$$h = (649 \pm 3) \cdot 10^{-29} \cdot \text{erg. sec.}$$

F. C. Blake und W. Duane (4, 5, 6) haben mit dem Braggschen Spektrometer in mehreren Arbeiten die Bestimmung von h ebenfalls zu immer größerer Präzision zu bringen gesucht. Sie verwandten mehrere Variationen in den Beobachtungsmethoden, die genauer diskutiert sind auf Korrektionen hinsichtlich der Spaltweiten, Achsenabweichung der reflektierenden Fläche des Kristalls, der Eindringungstiefe der Strahlen in den Kristall, die die Messung des Reflexionswinkels beeinflussen. Die konstante Batteriespannung erreichte 40 Kilovolt. Die Spannungsmessung soll auf 1 pro Mille genau sein. Die Gitterkonstante des Kalkspates ist gleich 3,027 Å berechnet. Es

werden sowohl die Minimumwellenlängen als auch die Minimumpotentiale bestimmt. Leider ist dem Verf. die letzte (6) eingehende Arbeit der Autoren nicht zugänglich gewesen. Als Resultat ergab sich: $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$ erg. sec.

Ohne genauere Kenntnis der Arbeit läßt sich nicht beurteilen, in welcher Richtung der Grund zu suchen ist für die zwar kleine, aber über die Fehlergrenzen hinausgehende Unstimmigkeit der h-Werte von Wagner und Blake-Duane. Man mag unterdessen den Mittelwert 652 als den zuverlässigsten experimentellen h-Wert aus Röntgenstrahlungsmessungen annehmen. Jedenfalls ergibt sich schon jetzt, daß diese Art der Messung zu einer Präzisionsmethode entwickelbar ist zur Bestimmung der fundamentalen Quantengröße h.

Zugunsten des Wertes 649 von Wagner spricht vielleicht der Umstand, daß aus ihm und dem Millikanschen e-Wert für die Stefan-Boltzmannsche Strahlungskonstante folgt:

$$\sigma = 5{,}88 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2\,\text{grad}^4}$$

in bemerkenswerter Übereinstimmung mit dem zuletzt von W. Gerlach[1]) angegebenen Wert: $5{,}85 \cdot 10^{-12}$.

Andererseits stimmt mit dem h-Wert von Blake-Duane der Millikansche Wert 656 überein, den dieser mit $^1/_2$ Proz. Unsicherheit aus lichtelektrischen Messungen[2]) aus Na abgeleitet hat.

Es haben noch zwei weitere Wege zu einer exakten h-Bestimmung geführt:

Erstens kann aus der Planckschen Wärmestrahlungstheorie unter Vermeidung der unsicheren Boltzmannschen Konstante der auf 1 Proz. angegebene Warburg-Müllersche[3]) Wert der Wienschen Konstanten $c_2 = 1{,}430$ mit dem e-Wert von Millikan kombiniert werden. Dies ergibt:

$$h = 654 \pm 3.$$

Zweitens folgt nach der Bohrschen Spektralformel aus e, e/m und den Rydbergschen Konstanten R_H und R_{He} nach Paschen[4]):

$$h = 654 \pm 1.$$

1) W. Gerlach, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 15, 137, 1918.
2) R. Millikan, Phys. Ztschr. 17, 217, 1916.
3) E. Warburg und C. Müller, Ann. d. Phys. 48, 430, 1915.
4) F. Paschen, Ann. d. Phys. 50, 901, 1916. Vgl. auch L. Flamm, Phys. Ztschr. 18, 515, 1917 und Henning, Ber. d. D. phys. Ges. 1918.

Eine Zusammenstellung der erhaltenen Werte ist in nachfolgender Tabelle gegeben.

	$h \cdot 10^{29}$ erg. sec	Antikathode	Voltbereich	Methode
Duane-Hunt	650	Wolfram	25000—40000	Grenze des Röntgen-Spektrums
Webster	653	Rhodium	20000—40000	
Wagner	649	Platin, Kupfer	4600—10600	
Blake u. Duane	655	Wolfram?	bis 40000	
Millikan	656	lichtelektrisches Grenzpotential		
Warburg-Müller c_2, Millikan e	654	nach Plancks Wärmestrahlungsgleichung		
Rydberg-Konst. R, Millikan e	654	nach Bohrs Spektralformel		

Angesichts der universellen Natur von h (Unabhängigkeit vom Metall der Antikathode *Wo*, *Rh*, *Pt*, *Cu* und von der Frequenz in weitestem Bereich) ist folgender Hinweis (33, p. 468) auf eine mögliche Abhängigkeit des h-Wertes bzw. der Maximalfrequenz von der Richtung zwischen Kathodenstrahl und X-Strahlung bemerkenswert und einer experimentellen Prüfung würdig.

Nach Betrachtungen W. Wiens über die Hemmung eines Elektrons soll die Bremsstrahlung in der Bremsrichtung die kleinste Impulsbreite besitzen; mit wachsendem Winkel gegen diese Richtung soll die Impulsbreite allmählich zunehmen bis zu einem Maximum bei 180°. Dieser Effekt ist ein rein kinematisch begründeter Dopplereffekt.

Bekanntlich haben ältere Versuche von Friedrich, Stark u. a. diese Folgerung bestätigt. In diesen ward noch die mittlere Impulsbreite der (nicht spektral zerlegten und nicht eigens durch starke Absorption bis zum Grenzwert gehärteten) Gesamtstrahlung durch den Absorptionsindex charakterisiert.

Trotz dieses Befundes möchte Verf. nicht annehmen, daß er eine Abhängigkeit der Minimumwellenlänge vom Emissionswinkel gegen die Bremsrichtung bei konstantem Potential in sich schließt. Vielmehr dürfte eine spektrale Energieverteilung vorliegen, die in Fig. 10, I bei einem kleinen Winkel, in II bei einem großen Emissionswinkel gegen die Bremsrichtung dargestellt ist. Beide Kurven zeigen zwar die gleiche Minimumwellenlänge, die Energieverteilung ist aber in I stark nach dem kurzwelligen Ende zusammengerückt, so daß die mittleren Impulsbreiten der beiden Gesamtstrahlungen wohl im Sinne der früheren Versuche erheblich differieren können.

Die Entscheidung dieser Frage sollen Experimente mit spektral zerlegter Strahlung erbringen. Bei den bisherigen Experimenten war die untersuchte X-Strahlung wohl immer senkrecht zum Kathodenstrahl gerichtet. Angaben darüber fehlen meistens.

Die Absorptionsanalyse des Spektrums, die die Minimumwellenlänge aus dem Grenzwert der Härte ableitet, der sich bei immer wachsender Absorption der Gesamtstrahlung in der durchdringenden Reststrahlung einstellt, dürfte nicht den Grad der Sicherheit und Eindeutigkeit besitzen, der nötig ist, um die oben angeregte Frage zu entscheiden.

Wenn auch die Minimumwellenlänge nach unserer Voraussetzung unabhängig vom Emissionswinkel ist, so ist sie es sicher nicht von der Geschwindigkeit der bremsenden Atome. Denn ohne Zweifel hängt der

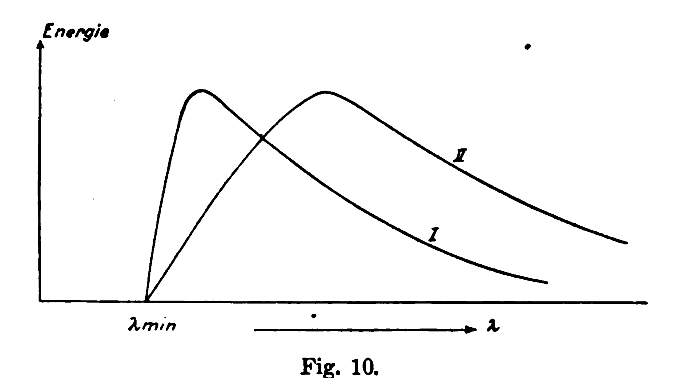


Fig. 10.

Wert von $\lambda_{\text{min.}}$ von der relativen Geschwindigkeit zwischen Atom und Elektron ab. Ein solcher Effekt infolge der Wärmebewegung der Atome ist natürlich praktisch belanglos und würde sich in einer minimalen Unschärfe der Minimumwellenlänge äußern.

4. Der Einfluß des Potentials auf die Intensität und die Intensitätsverteilung im Spektrum.

C. T. Ulrey (29) untersuchte mit dem Braggschen Spektrometer unter Verwendung von Kalkspat die Ionisationswirkung der spektral zerlegten Strahlung einer Coolidgeröhre mit Wolframantikathode. Die gleichgerichtete Spannung des Transformators wird nach dem Verfahren von Hull durch Anwendung von Kondensatoren möglichst konstant gemacht. Als elektrostatisches Voltmeter diente eine Drehwage, die Messung geschah durch Funkenlängen. Die Ionisationskammer bildete ein Stahlzylinder von 75 cm Länge und 7,5 cm Durchmesser.

Die Resultate der Untersuchung sind in Fig. 11 und in folgender Tabelle wiedergegeben.

Fig. 11 zeigt, wie mit wachsender Spannung von 20 bis 50 Kilovolt die Intensitäten der verschiedenen Spektralbereiche anwachsen;

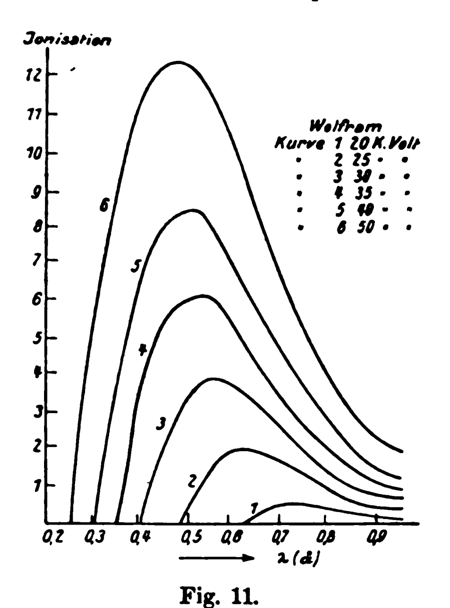


Fig. 11.

wobei die Verschiebung der kurzwelligen schroffen Spektralgrenze nach dem Duane-Huntschen Gesetz verläuft. Die Wellenlängen der Intensitätsmaxima wandern gleichfalls mit wachsender Spannung nach kürzeren Wellenlängen.

Die folgende Tabelle gibt die genaueren Meßresultate wieder.

1	2	3	4	5	6	7
V Kilovolt	S Gesamtstrahlung	λ_0	$\lambda_{max.}$	$\frac{\lambda_{max.}}{\lambda_0}$	$\lambda_0 \cdot V$	$\lambda_{max.} \cdot V^{1/2}$
20	0,46	0,615	0,710	1,15	1,230	100
25	1,85	0,490	0,620	1,26	1,225	98
30	3,96	0,405	0,555	1,37	1,215	96
35	6,78	0,355	0,520	1,47	1,243	97
40	10,06	0,310	0,500	1,61	1,240	100
50	16,34	0,250	0,470	1,88	1,250	105

In Spalte 1 steht die Spannung; Spalte 2 bezeichnet die Gesamtstrahlung S. Diese ist nach Fig. 11 gemessen als Fläche der spektralen „Intensitäts“verteilungskurve. Hier ist wiederum zu bemerken, daß der Versuch nur die Ionisation, nicht die Intensität der reflektierten Strahlung ergibt, und zwar ist weder der im Ionisationsgefäß, noch der in der Glaswand usw. absorbierte Bruchteil der primär-emittierten Strahlung bestimmt. Ein Vergleich der Flächen als relatives Intensitätsmaß wird insbesonders dadurch erschwert, daß bei höheren Spannungen neue Spektralbereiche mit erheblicher Stärke auftreten (im Gegensatz zur schwarzen Wärmestrahlung). Nimmt man vorläufig jene Flächen S als Intensitätsmaß, so erhält Ulrey nach graphischer Ermittelung gute Proportionalität zwischen S und V^2 in Übereinstimmung mit älteren und neueren Versuchen an der spektral nicht zerlegten Gesamtstrahlung.

Spalte 3 zeigt die Minimumwellenlänge λ_0 und in Spalte 6 das Gesetz $\lambda_0 \cdot V = \text{const.}$ von Duane-Hunt. Spalte 4 enthält die Wellenlänge $\lambda_{\text{max.}}$, bei der die maximale Intensität (Ionisation) im Spektrum liegt. Man erkennt an Spalte 5, daß bei variierter Spannung $\lambda_{\text{max.}}$ nicht proportional λ_0 geht, daß also im Röntgenspektrum eine Beziehung $\lambda_{\text{max.}} \cdot V = \text{const.}$ nicht besteht, wie sie im Wienschen Verschiebungsgesetz $\lambda_{\text{max.}} \cdot T = \text{const.}$ vorliegt. Vielmehr findet Ulrey die angenäherte Gültigkeit der Beziehung $\lambda_{\text{max.}} \cdot V^{1/2} = \text{const.}$ (Spalte 7).

Hierzu ist indes zu bemerken, daß die Wellenlänge $\lambda_{\text{max.}}$ im Röntgenspektrum auf ganz andere Weise zustande kommen dürfte als im Wärmespektrum, beide also ihrem Wesen nach nicht vergleichbar sind. Vielmehr ist es die Erregung der Minimumwellenlänge, die dem Duane-Huntschen Verschiebungsgesetz folgt, das seinerseits den Kern des Wienschen Gesetzes bildet.

5. Die Intensität und Intensitätsverteilung im Spektrum in ihrer Abhängigkeit vom Metall der Antikathode.

W. A. Hull[1]) untersuchte bei 45 Kilovolt die Intensitäten im Spektrum von Wolfram und Molybdän und fand die maximale Intensität proportional der Atomzahl (74:42), also sehr beträchtlich und im Sinne der früheren Versuche verschieden, die die Gesamtstrahlung maßen (vgl. schon Röntgen).

Lilienfeld (20) verglich *Pt-Ir* mit *Mo*. Er nahm die Spek-

1) Zitiert nach C. T. Ulrey, Phys. Rev. **11**, 401, 1918, wo auf eine Arbeit von Davis, a. a. O. 9. Januar 1917, verwiesen wird, in der die Hullsche Untersuchung (mir unzugänglich) mit obigem Resultat besprochen ist.

tren mit einem Seemannschen Lochkameraspektrographen photographisch auf. Die Spannung lieferte ein Transformator, dessen eine Phase unwirksam blieb. Die zwei Metalle wurden in zwei Röhren eigener, möglichst gleicher Bauart verwandt. Die zwei Spektren sind nicht auf der gleichen Platte aufgenommen, über die genaueren Kriterien vergleichbarer photographischer Bedingungen wird nichts mitgeteilt. Der wichtige Kontrollversuch darüber, wie weit zwei verschiedene Röhrenexemplare bei gleichem Antikathodenmaterial gleiche Spektren aussenden, ist nicht angestellt. Allein schon verschiedene Glasdicke kann stark fälschend wirken. Die wiedergegebenen Spektren zeigen, soweit der Augenschein lehrt — Schwärzungsmessungen fehlen —, gleiche absolute Schwärzung und gleiche spektrale Schwärzungsverteilung der beiden Spektren.

Ferner ergab sich die Emission des Molybdäns auch in dem kontinuierlichen Spektralbereich stark, der kurzwelliger ist als die *K*-Linienspektren: ein Resultat, das Webster in der von Lilienfeld zitierten Arbeit bereits am Rhodium festgestellt hatte und in dieser qualitativen Form bereits Lauediagrammen mit Rhodium- bzw. Palladium-Antikathodenröhren zu entnehmen ist. Die B. 3 erörterte scheinbare Beeinflussung des kontinuierlichen Spektrums durch die Erregung der Linienemission macht sich übrigens wesentlich nur in der unmittelbaren kurzwelligen Spektralnähe des *K*-Gebietes geltend, das auf der Molybdänaufnahme Lilienfelds wegen Unterexposition keine Aussage gestattet.

Im kurzwelligen Gebiet zeigen die beiden kontinuierlichen Spektralaufnahmen Lilienfelds von *Mo* und *Pt-Ir* eine scharfe Diskontinuität der Intensität, die sofort auffällt durch ihre vollkommene Ähnlichkeit mit dem typischen Intensitätssprung der selektiven Absorptionsspektren. Aus der Wellenlänge der Unstetigkeit konnte man leicht auf Wolfram als Absorbens schließen.

In der Tat sind die Versuche Lilienfelds durch diesen Fehler entstellt: auf einen Hinweis Siegbahns in der angedeuteten Richtung stellte sich bei neuen Versuchen Lilienfelds (21) heraus, daß das in den Spaltschneiden des Seemannschen Spektrographen verwandte Wolfram bei engen Spalten jene scharfen Spektralgrenzen durch Absorption der Primärstrahlen vorgetäuscht hatte[1]. Es genügte, die Spaltweite zu vergrößern, um diesen Nachweis zu führen.

1) Schwer zu vereinen mit dieser Tatsache ist die Bemerkung Lilienfelds: „Die Möglichkeit, die scharfe Bandkante der Spektren festzustellen, ist nicht zuletzt der sich über beliebig lange Zeiten erstreckenden Konstanz der Röhre zu verdanken“. Phys. Ztschr. **19**, 267, 1918.

In den neuen Versuchen ergab sich wiederum eine gleiche spektrale Schwärzungsverteilung für jene beiden Metalle, selbst in der kurzwelligen Nachbarschaft der K-Linien des *Pt-Ir*; und ferner eine gleiche absolute Schwärzung gleicher Spektralbereiche. Letzterer Befund schien weniger gesichert als der erstere. Photometrierungen fehlen.

Lilienfeld deutet an, daß die von ihm gefundene Gleichheit der Spektren verschiedener Metalle durch eine besonders dichte Kathodenstrahlung und einen steilen Spannungsverlauf bei seinen Versuchen bedingt sei.

Angesichts der entgegenstehenden und wohl begründeten Versuchsergebnisse aller anderen Autoren, die eine starke und gesetzmäßige Abhängigkeit der absoluten Intensitäten von der Atomnummer des Strahles sicher gestellt haben, können auch die letzten Versuche Lilienfelds keineswegs die nötige Beweiskraft für seine Behauptungen beanspruchen. Hierzu fehlen die unerläßlichen quantitativen Einzelaussagen über Kontrollen und Kriterien, die bei vergleichenden Intensitätsmessungen zu fordern sind.

Streng vergleichbare Spektren erhielt E. Wagner[1]) (32) an *Pt* und *Pd*. Beide Metalle waren in derselben (gasgefüllten) Röhre als zwei sich im (horizontalen) Durchmesser berührende Halbkreisscheiben angeordnet. Das horizontale Kathodenstrahlbündel traf als 3—4 mm großer Fokus gerade die Mitte des Kreises und so die Trennungslinie der beiden Metalle. Mit einem Elektromagneten konnte der Fokus bald auf das *Pt*, bald auf das *Pd* gelenkt werden.

Das Zeitintervall dieses Wechsels $\left(\text{ca. } \frac{1}{2} \text{ min.}\right)$ war gegeben durch die Umschaltmomente der Richtung des drehenden Kristalles. So wurde bei abnehmendem Glanzwinkel das eine, bei zunehmendem das andere Metallspektrum emittiert. Beide Zeiten waren merklich gleich, wie die Messung ergab. Um auf der photographischen Platte die zwei Spektren zu trennen, war ein beweglicher rechteckiger Bleistreifen dicht vor der Platte längs der Spektren in einem Rahmen so aufgestellt, daß er in den oben erörterten Umschaltmomenten auf elektromagnetische Weise gehoben und gesenkt werden konnte. Der Betrag dieser ruckweisen Verschiebung war gerade gleich der eigenen Höhe des Bleistreifens, die Richtung der Verschiebung war die der Spektrallinien. Während der Streifen z. B. die untere Plattenpartie abschattete, wurde das obere angrenzende Spektrum exponiert. Um Intensität im Strahlen-

1) In noch unveröffentlichten Versuchen vom Juli 1915.



Fig. 2.

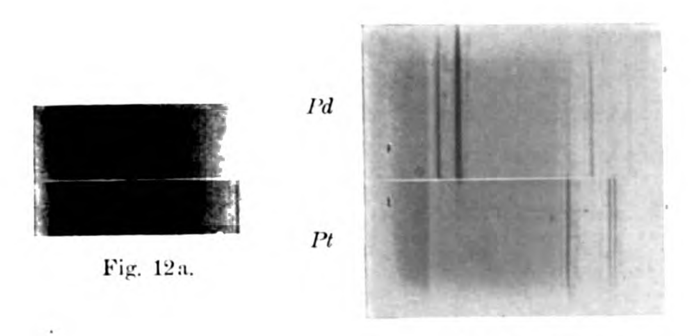


Fig. 12a.

Fig. 12b.

verlauf zu gewinnen, wurde hierbei das untere Antikathodenmetall bestrahlt und umgekehrt.

Es wurden zwei Versuche durchgeführt bei zwei verschiedenen Härten. Die Expositionszeit betrug 11 Stunden; also für jedes Metall die Hälfte.

Der Röhrenzustand läßt sich bei solchem Dauerbetrieb, wo die Röhre eine feste Temperatur annimmt (bei neuen Röhren), gut konstant halten, Regenerierungsfunken waren nur im harten Zustand und da nur selten nötig. Benutzt wurde ein Hochspannungsgleichrichter.

Die erhaltenen Spektren (vgl. Tafel III, Fig. 12a und 12b) lassen deutlich das strahlende Metall an seinen Linien erkennen. *Pd* hat die starken *K*-Serienlinien nahe der Silberbandkante, *Pt* zeigt die schwäche-

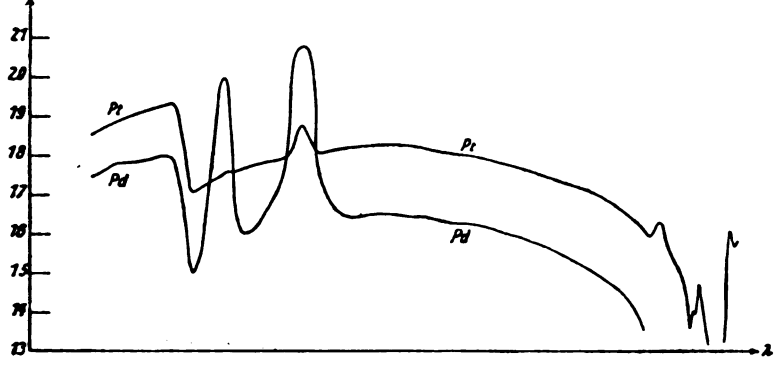


Fig. 13a.

ren *L*-Serienlinien am langwelligen Ende des Spektrums. Man bemerkt die starken *Pd*-Linien schwach zum Teil auch im *Pt*-Spektrum. Dies rührt daher, daß ein kleiner peripherer Teil des Kathodenstrahlenfokus trotz seiner beträchtlichen Ablenkung auf das *Pt* noch schwach das *Pd* traf. Eine merkliche Fälschung des kontinuierlichen *Pt* Spektrums kann aber durch die Superposition des kontinuierlichen *Pd* Spektrums nicht entstehen, da die Flächenintensität der Linien wesentlich die des kontinuierlichen Spektrums beim *Pd* übertrifft.

Die Photometrierung der Spektren mit dem registrierenden Photometer von Koch ergab die auf Fig. 13a und 13b mitgeteilten Kurven. Fig. 12a und 13a entsprechen der härteren Strahlung. Man erkennt deutlich (und unzweifelhaft nach der Photometrierung) die durchwegs größere Schwärzung des kontinuierlichen Spektrums beim *Pt* im Vergleich zum *Pd*, und zwar bei beiden Härtegraden. Der

Schwärzungswert $S = 0$ liegt 13 bzw. 10 Einheiten unter der Abszissenachse.

Der Schwärzungsverlauf ergibt sich bei beiden Metallen völlig gleich. Der Einfluß der höheren Spannung im Versuch Fig. 12a und 13a gegenüber Fig. 12b und 13b macht sich bemerkbar lediglich in dem geringeren Schwärzungsabfall der Kurven innerhalb der Silberbande nach kurzen Wellen zu.

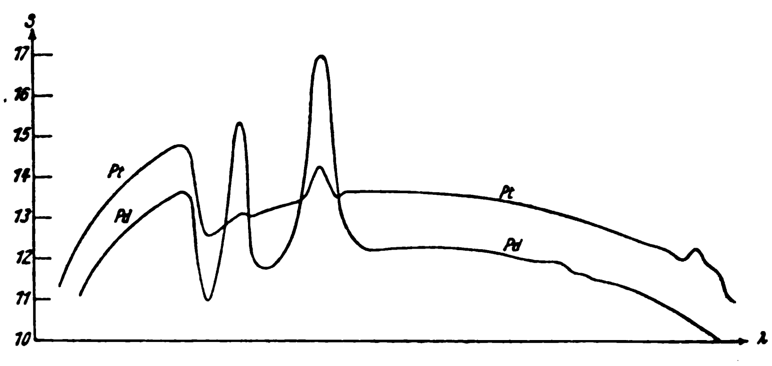


Fig. 13b.

In vorstehenden Versuchen ist strenge Gleichheit der Versuchsbedingungen für beide Metalle erreicht:

1. Durch gleichen Entladungs- und Röhrenzustand (gleiches Rohr).
2. Durch gleiche photographische Bedingungen (gleiche Platte).
3. Durch gleiche Absorptionsverhältnisse im Strahlenverlauf.

C. T. Ulrey (29) untersuchte die spektrale Intensität für die 6 Metalle *Pt*, *Wo*, *Pd*, *Mo*, *Ni*, *Cr*, indem er sie als hexagonalen prismatischen Antikathodenkörper, durch einen Elektromagneten drehbar, in einer Coolidgeröhre anordnete.

Das Vakuum konnte unter dauernder Evakuation durch Kondensation des *Hg*-Dampfes so hoch gehalten werden, daß keine Gasentladung die Glühelektronenentladung störte.

Ein Transformator lieferte die Spannung, die gleichgerichtet und von Schwingungen stark befreit merklich konstant auf 35 Kilovolt gehalten wurde. Ihre Messung geschah mit einer Drehwage. Als Kristall diente ausgewählter Kalkspat. Die Ionisationskammer war mit von Äthylbromid gesättigter Luft gefüllt.

Die Kurven Fig. 14a und 14b zeigen die Ergebnisse. Man bemerkt:

1. Das kurzwellige Ende des Spektrums liegt bei allen Metallen bei derselben gut definierten Minimumwellenlänge $\lambda_0 = 0{,}36$ Å. Sie entspricht befriedigend dem Potential von 35 Kilovolt nach dem Quantengesetz. Aus der Schärfe von λ_0 ist rückwärts auf gute Konstanz der Spannung zu schließen.

2. Die Form des spektralen Intensitätsverlaufs ist für alle Metalle

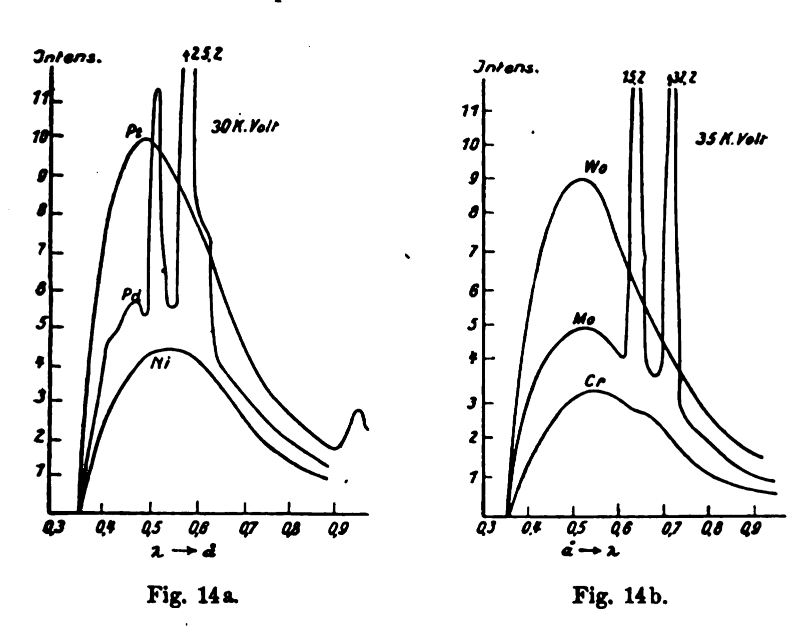


Fig. 14a. Fig. 14b.

— auch im Falle der Linienemission — sehr nahe ähnlich; insbesondere liegt die maximale Intensität nahe bei derselben Wellenlänge. Bei der höheren Atomnummer liegt sie bei etwas kleinerer Wellenlänge.

3. Die absoluten Intensitäten steigen in guter Annäherung proportional der Atomnummer des Strahlers. Es ist nach 2. fast gleichgültig, ob man bei diesem Vergleich die durch die Fläche der Intensitätskurve erhaltene Gesamtintensität oder etwa die maximale Intensität zugrunde legt. Eine geringe Andeutung periodischen Verhaltens gemäß dem periodischen System scheint nach Ulrey der Proportionalität zwischen Intensität und Atomnummer überlagert.

C. Die Absorptionsanalyse des Spektrums.

Anhangsweise sollen hier noch die — wie man erkennen wird häufig unsicheren — Resultate besprochen werden, die mittels der Absorptionsanalyse des Spektrums gewonnen wurden. Diese Resultate beschränken sich lediglich auf die kurzwellige Grenze des Spektrums, da nur diese, nicht aber die Intensitätsverteilung im Spektrum, der Absorptionsmethode zugänglich ist.

Rutherford, Barnes und Richardson (26) entdeckten gleichzeitig mit Duane und Hunt (10) die Existenz einer kurzwelligen Grenze im kontinuierlichen Spektrum, indem sie der spektral nicht zerlegten Gesamtstrahlung beim Durchgang durch zunehmende Absorptionsdicken in Metallen (meistens Aluminium) ihre weicheren Anteile in wachsendem Maße entzogen (abfiltrierten). Die gehärtete Reststrahlung zeigte bei diesem Versuch schließlich einen konstanten, d. h. von weiterer Absorption merklich unabhängigen minimalen Absorptionskoeffizienten $\mu_{\text{min.}}$ Aus $\mu_{\text{min.}}$ wurde dann auf die Minimumwellenlänge $\lambda_{\text{min.}}$ auf Grund des folgenden empirischen Gesetzes geschlossen:

$$\mu = a \cdot \lambda^{2,7},$$

wo a eine Materialkonstante der absorbierenden Substanz bedeutet.

Die Verfasser untersuchten in der betr. Arbeit die Strahlung einer Coolidgeröhre mit Wolframantikathode in einem Spannungsintervall von 13 bis 175 Kilovolt. Die Spannungen waren durch Funkenlängen zwischen großen Kugeln gemessen. Als Stromquelle diente eine Influenzmaschine bei sehr geringen Stromstärken, später — mit übereinstimmendem Resultat — ein Induktor. Zur Absorption diente Aluminium in Dicken bis zu 40 mm. Die Messung der Ionisationswirkung der Strahlung war so empfindlich, daß noch $^1/_{10000}$ ihres Anfangswertes meßbar war. Bis zu 110 Kilovolt diente nur Aluminium zur Absorption. Bei 125, 145, 175 Kilovolt wurde Blei als Vorfilter verwendet und die durchgelassene Strahlung mit Aluminium als Meßfilter bestimmt.

Als Ergebnis fanden die Autoren — entgegen dem Duane-Huntschen Gesetz —, daß die Maximalfrequenzen mit wachsender Spannung nicht linear, sondern stark verzögert anwuchsen, derart, daß im Intervall von 130 bis 170 Kilovolt die Grenzfrequenzen merklich konstant wurden. Als Grenze ergab sich für $\lambda_{\text{min.}}$ $1{,}7 \cdot 10^{-9}$ cm.

Rutherford versuchte diese Abweichung von der Quantenformel zu deuten durch eine Einwirkung des Anregungsmechanismus der bei

jenen Spannungen stark emittierten K-Linien-Strahlung des Wolframs auf die Anregung dos kontinuierlichen Spektrums.

Demgegenüber und in Rücksicht auf die gesicherten und einfachen Ergebnisse von Duane-Hunt wurde vom Verf.[1]) auf die Mängel der Absorptionsanalyse hingewiesen in dem Falle, daß eine starke Linienemission am kurzwelligen Spektralende, wie hier beim Wolfram, einsetzt. Diese homogene Stellung wächst nämlich oberhalb 70 Kilovolt vom Werte 0 an so stark mit zunehmender Spannung, daß dagegen das nahe den Linien liegende schwache kurzwellige Ende des kontinuierlichen Spektrums zurücktritt. So muß auch dessen gesetzmäßige Quantenverschiebung verborgen bleiben. In der Tat liegt die kürzere Wellenlänge der Wolframlinien gerade bei $1{,}7 \cdot 10^{-9}$ cm, dem scheinbaren Haltepunkte der Härtung in den Versuchen Rutherfords.

F. Dessauer (8) beobachtete bei Anwendung noch höherer Spannungen als die Rutherfordschen, daß nach dem Überschreiten des kritischen Minimum-Wellenlängenbereiches (in der Nähe der Wolframlinien) nach kürzeren Wellenlängen hin eine mit wachsender Spannung fortschreitende Härtung der Reststrahlen wieder einsetzt.

Rutherford (27) hat in einer experimentellen Nachprüfung seiner früheren Resultate den Mangel seiner Untersuchungsmethode der Reststrahlen in der fehlerhaften Anwendung von Blei als Vorfilter gesehen. Blei hat nach den Beobachtungen von Hull und Rice bei $\lambda_A = 1{,}5 \cdot 10^{-9}$ cm eine selektive Absorptionsstelle im Spektrum. Sie bewirkt, daß alle Strahlungen von kleinerer Wellenlänge als λ_A erheblich stärker geschwächt werden als die von längerer Wellenlänge. Diese bevorzugte Schwächung des kurzwelligen Spektralbereiches verdeckt für die Absorptionsanalyse oberhalb 84 Kilovolt gerade den wesentlichen Teil der Untersuchung, die Reststrahlung, und betont die weicheren Spektralteile von der Wellenlänge $\lambda \geqq 1{,}5 \cdot 10^{-9}$ cm. Die Verwendung von Blei ist daher in diesem Spektralgebiet auszuschließen.

Es ist indessen zu bemerken[2]), daß bei den Absorptionsversuchen von Rutherford, Barnes und Richardson Blei nur bei den drei höchsten Spannungen (125, 145, 175 Kilovolt) als Vorfilter gedient hat. Zwischen 80 und 115 Kilovolt kam Aluminium allein zur Anwendung. Die bereits hier gefundene starke Abweichung vom Quantengesetz, d. i. die geringe Veränderlichkeit von $\mu_{\min.}$ der Reststrahlung mit dem Potential, ist ohne Zweifel durch die oben erörterte Linien-

1) Phys. Zeitschr. 18, 442, 1917.

2) E. Wagner, Ann. d. Phys. 57, 405, 1918.

C. Die Absorptionsanalyse des Spektrums.

Anhangsweise sollen hier noch die — wie man erkennen wird häufig unsicheren — Resultate besprochen werden, die mittels der Absorptionsanalyse des Spektrums gewonnen wurden. Diese Resultate beschränken sich lediglich auf die kurzwellige Grenze des Spektrums, da nur diese, nicht aber die Intensitätsverteilung im Spektrum, der Absorptionsmethode zugänglich ist.

Rutherford, Barnes und Richardson (26) entdeckten gleichzeitig mit Duane und Hunt (10) die Existenz einer kurzwelligen Grenze im kontinuierlichen Spektrum, indem sie der spektral nicht zerlegten Gesamtstrahlung beim Durchgang durch zunehmende Absorptionsdicken in Metallen (meistens Aluminium) ihre weicheren Anteile in wachsendem Maße entzogen (abfiltrierten). Die gehärtete Reststrahlung zeigte bei diesem Versuch schließlich einen konstanten, d. h. von weiterer Absorption merklich unabhängigen minimalen Absorptionskoeffizienten $\mu_{min.}$ Aus $\mu_{min.}$ wurde dann auf die Minimumwellenlänge $\lambda_{min.}$ auf Grund des folgenden empirischen Gesetzes geschlossen:

$$\mu = a \cdot \lambda^{2,7},$$

wo a eine Materialkonstante der absorbierenden Substanz bedeutet.

Die Verfasser untersuchten in der betr. Arbeit die Strahlung einer Coolidgeröhre mit Wolframantikathode in einem Spannungsintervall von 13 bis 175 Kilovolt. Die Spannungen waren durch Funkenlängen zwischen großen Kugeln gemessen. Als Stromquelle diente eine Influenzmaschine bei sehr geringen Stromstärken, später — mit übereinstimmendem Resultat — ein Induktor. Zur Absorption diente Aluminium in Dicken bis zu 40 mm. Die Messung der Ionisationswirkung der Strahlung war so empfindlich, daß noch $^1/_{10000}$ ihres Anfangswertes meßbar war. Bis zu 110 Kilovolt diente nur Aluminium zur Absorption. Bei 125, 145, 175 Kilovolt wurde Blei als Vorfilter verwendet und die durchgelassene Strahlung mit Aluminium als Meßfilter bestimmt.

Als Ergebnis fanden die Autoren — entgegen dem Duane-Huntschen Gesetz —, daß die Maximalfrequenzen mit wachsender Spannung nicht linear, sondern stark verzögert anwuchsen, derart, daß im Intervall von 130 bis 170 Kilovolt die Grenzfrequenzen merklich konstant wurden. Als Grenze ergab sich für $\lambda_{min.}$ $1{,}7 \cdot 10^{-9}$ cm.

Rutherford versuchte diese Abweichung von der Quantenformel zu deuten durch eine Einwirkung des Anregungsmechanismus der bei

jenen Spannungen stark emittierten K-Linien-Strahlung des Wolframs auf die Anregung des kontinuierlichen Spektrums.

Demgegenüber und in Rücksicht auf die gesicherten und einfachen Ergebnisse von Duane-Hunt wurde vom Verf.[1]) auf die Mängel der Absorptionsanalyse hingewiesen in dem Falle, daß eine starke Linienemission am kurzwelligen Spektralende, wie hier beim Wolfram, einsetzt. Diese homogene Stellung wächst nämlich oberhalb 70 Kilovolt vom Werte 0 an so stark mit zunehmender Spannung, daß dagegen das nahe den Linien liegende schwache kurzwellige Ende des kontinuierlichen Spektrums zurücktritt. So muß auch dessen gesetzmäßige Quantenverschiebung verborgen bleiben. In der Tat liegt die kürzere Wellenlänge der Wolframlinien gerade bei $1{,}7 \cdot 10^{-9}$ cm, dem scheinbaren Haltepunkte der Härtung in den Versuchen Rutherfords.

F. Dessauer (8) beobachtete bei Anwendung noch höherer Spannungen als die Rutherfordschen, daß nach dem Überschreiten des kritischen Minimum-Wellenlängenbereiches (in der Nähe der Wolframlinien) nach kürzeren Wellenlängen hin eine mit wachsender Spannung fortschreitende Härtung der Reststrahlen wieder einsetzt.

Rutherford (27) hat in einer experimentellen Nachprüfung seiner früheren Resultate den Mangel seiner Untersuchungsmethode der Reststrahlen in der fehlerhaften Anwendung von Blei als Vorfilter gesehen. Blei hat nach den Beobachtungen von Hull und Rice bei $\lambda_A = 1{,}5 \cdot 10^{-9}$ cm eine selektive Absorptionsstelle im Spektrum. Sie bewirkt, daß alle Strahlungen von kleinerer Wellenlänge als λ_A erheblich stärker geschwächt werden als die von längerer Wellenlänge. Diese bevorzugte Schwächung des kurzwelligen Spektralbereiches verdeckt für die Absorptionsanalyse oberhalb 84 Kilovolt gerade den wesentlichen Teil der Untersuchung, die Reststrahlung, und betont die weicheren Spektralteile von der Wellenlänge $\lambda \geqq 1{,}5 \cdot 10^{-9}$ cm. Die Verwendung von Blei ist daher in diesem Spektralgebiet auszuschließen.

Es ist indessen zu bemerken[2]), daß bei den Absorptionsversuchen von Rutherford, Barnes und Richardson Blei nur bei den drei höchsten Spannungen (125, 145, 175 Kilovolt) als Vorfilter gedient hat. Zwischen 80 und 115 Kilovolt kam Aluminium allein zur Anwendung. Die bereits hier gefundene starke Abweichung vom Quantengesetz, d. i. die geringe Veränderlichkeit von $\mu_{\min.}$ der Reststrahlung mit dem Potential, ist ohne Zweifel durch die oben erörterte Linien-

1) Phys. Zeitschr. 18, 442, 1917.

2) E. Wagner, Ann. d. Phys. 57, 405, 1918.

strahlung des Wolframs bedingt. — Dessauer hat bei seinen erwähnten Absorptionsversuchen mit Aluminium als Meßfilter stets Blei (und zwar in wachsender Dicke mit zunehmender Spannung) als Vorfilter verwendet. Es ist nach obigem klar[1]), daß eine solche Benutzung des Bleies bei Spannungen, die 84 Kilovolt nicht ganz erheblich übersteigen, eine starke Verzerrung der Intensitätsverteilung des Spektrums bedingt, die eine zuverlässige Reststrahlungsmessung ausschließt.

Nur bei so hohen Spannungen, bei denen die Minimumwellenlänge die kritischen Spektralgebiete der selektiven Blei- und Wolfram-Erregung genügend weit unterschreitet, könnten vielleicht mit Bleimeßfiltern einwandfreie Absorptionswerte der Reststrahlung erhalten werden. Aber selbst bei 196 Kilovolt hat sich nach Messungen Rutherfords noch kein fester unterer Grenzwert von μ bei der maximal verwandten Dicke des Bleifilters ergeben. Lediglich eine Zunahme der Härte sowohl mit der Dicke wie mit dem Potential war festzustellen.

Um die durchdringende Reststrahlung durch Absorption in Aluminium zu charakterisieren und zugleich die großen Dicken des letzteren als auch die selektive Absorption im Bleivorfilter zu vermeiden, hat Rutherford Eisen als Vorfilter angewandt. Dessen selektive Absorption fällt in ein so langwelliges Spektralgebiet, daß sie nicht stört. Bei 92, 144, 183 Kilovolt ergaben sich so für den Massenabsorptionskoeffizienten $\frac{\mu_{\text{min.}}}{\varrho}$ in Aluminium bzw. die Werte: 0,14, 0,11, 0,085. Hull und Rice haben nun einwandfreie Werte von μ/ϱ an Aluminium für homogene Strahlen mit dem Spektrometer gemessen. Aus einem Vergleich beider Arbeiten ergibt sich, daß zu dem Rutherfordschen Wert $\frac{\mu_{\text{min.}}}{\varrho} = 0{,}14$ eine Wellenlänge nach Hull und Rice gehört, die sehr befriedigend mit der Minimumwellenlänge übereinstimmt, die nach der Quantengleichung aus dem verwandten Potential 92 Kilovolt folgt. Dies scheint zu beweisen, daß Rutherford die Reststrahlung bei diesem Potential erfassen konnte trotz der Wolframstrahlung. Zu den zwei kleineren Werten von $\frac{\mu_{\text{min.}}}{\varrho}$ liegen keine Messungen von Hull und Rice vor; es ist daher nicht möglich, die Bestätigung der Quantengleichung mit der Absorptionsanalyse nach höheren Potentialen zu verfolgen.

Es ist wichtig, darauf hinzuweisen, daß ohne eine empirische Kenntnis der Abhängigkeit von μ/ϱ von der Wellenlänge, die nur mittels

1) Vgl. dagegen F. Dessauer, Ber. d. D. phys. Ges. 21. 27, 1919

spektral zerlegter homogener Strahlung, wie z. B. von Hull und Rice zu gewinnen ist, eine Prüfung des Duane-Huntschen Gesetzes mittels der Absorptionsanalyse unmöglich (andernfalls freilich auch überflüssig) ist. Denn die Anwendung der in einem zwar weiten Spektralbereich empirisch gültigen Gleichung $\mu = a \cdot \lambda^{2,7}$ für Aluminium ist in dem kurzwelligen Gebiet nicht mehr statthaft. Selbst die diesem Gebiet angepaßte erweiterte Darstellung von Hull und Rice

$$\mu = a \cdot \lambda^3 + \sigma,$$

wo σ der Zerstreuungskoeffizient konstant $= 0{,}12$ gesetzt ist, versagt ohne Zweifel bei sehr kurzen Wellenlängen. Weder ist die darin ausgedrückte Abhängigkeit nach der dritten Potenz von λ gesichert (etwa theoretisch), noch auch bleibt σ eine Konstante. Erwiesenermaßen wird σ mit abnehmender Wellenlänge kleiner, doch ist diese wesentliche Abhängigkeit noch unerforscht.

Erschwerend für die Absorptionsanalyse in dem kurzwelligen Gebiet ist vor allem der Umstand, daß der Wert von $a \cdot \lambda^3$ insbesondere für leichtatomige Substanzen mit abnehmender Wellenlänge kleiner wird als der Wert von σ, letzterer aber und damit μ selbst eine mit λ wenig veränderliche Größe bildet, wodurch die Erfassung der Reststrahlung durch Absorption schließlich unmöglich gemacht wird.

Experimentelle Fehlerquellen sind ferner bei hohen Potentialen gegeben durch

1. die Schwierigkeit genauer Spannungsdefinition und -messung, die sehr bedeutend ist und meistens unterschätzt wird, insbesondere bei zeitlich wechselnder Spannung;
2. die Streustrahlung und gegebenenfalls die charakteristische Strahlung des Filters wie der Blenden, die in die Ionisationskammer eintreten können;
3. die Schwierigkeit, die sehr harte und in ihrer Ionisationswirkung sehr schwache Reststrahlung genau meßbar zu machen im Vergleich zu der störenden, noch einige zentimeterdicke Bleischutzwände durchsetzenden Primärstrahlung. Hierbei sei auf die wohlausgebildete Technik[1]) im Gebiete der γ-Strahlung verwiesen.

Zusammenfassend kann nach den obigen Ausführungen die zunächst verlockend erscheinende Anwendung der Absorptionsanalyse zur Bestimmung der Minimumwellenlänge im kurzwelligen Gebiet nicht empfohlen werden. Höchstens zu einer vergleichsweisen Charakterisierung zweier Strahlungen mag diese Methode einigen Wert behalten.

---

1) K. W. Kohlrausch, dieses Jahrb. 1918.

Im langwelligen Spektralgebiet dagegen konnte von C. D. Miller (24) die Bestätigung des Duane-Huntschen Gesetzes mittels der Absorptionsanalyse in einer sorgfältigen Arbeit aus dem Millikanschen Laboratorium erbracht werden.

Eine Glühkathodenröhre mit Eisenantikathode wird hier durch eine streng konstante Batteriespannung zwischen 2500 und 10000 Volt betrieben. Die erregte X-Strahlung dringt durch ein sehr dünnes Aluminiumfenster in ein unmittelbar benachbartes Elektroskop, wo ihre Intensität gemessen wird. Zur Absorption dienen sehr dünne Folien von Gelatine, Zelluloid und Aluminium. Nach genügender Abfilterung der weicheren Strahlenanteile finden sich bei fortgesetzter Filterung schließlich gut konstante Grenzwerte für $\mu_{\text{min.}}$, also homogene Reststrahlen. Für Aluminium ergibt sich

$$\frac{\mu_{\text{min.}}}{\varrho} \cdot V^{2,77} = 4{,}24 \cdot 10^{12},$$

wo V die Entladungsspannung in Volt, ϱ die Dichte bedeutet.

Unter Annahme des Duane-Huntschen Gesetzes $e \cdot V = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{min.}}}$ zur Darstellung der Minimumwellenlänge $\lambda_{\text{min.}}$ folgt hieraus die Beziehung:

$$\frac{\mu_{\text{min.}}}{\varrho} = 19{,}4 \cdot \lambda_{\text{min.}}^{2,77}.$$

Diese Gleichung ist nun in völliger Übereinstimmung mit der oben mitgeteilten einfachen, in diesem Spektralgebiet gültigen empirischen Formel für Aluminium. Damit ist das Duane-Huntsche Gesetz in diesem sehr langwelligen Spektralgebiet quantitativ scharf bestätigt.

Es sind hier noch einige Versuche Lilienfelds (22) ausführlicher zu besprechen, da der Autor wesentlich neue Erscheinungen mitteilt und weitgehende praktische und theoretische Folgerungen aus ihnen zog.

Lilienfeld untersuchte mittels Absorptionsanalyse die Strahlung des von ihm konstruierten Röhrentyps. Als Filter diente Aluminium bis zu 16 mm Dicke; um noch härtere Reststrahlungen zu bestimmen, wurde mit $^1/_2$ mm dickem Blei vorgefiltert. Die Filter waren zur Vermeidung der sekundären Strahlungen genügend weit von der Ionisationskammer aufgestellt. Die pulsierende Spannung lieferte ein Hochspannungsgleichrichter in den meisten Versuchen bei 29 cm Schlagweite in Parallelschaltung. Bei zwei weiteren Versuchen wurde ein Induktor mit 35 und 42 cm Schlagweite benutzt. Eine Spannungsmessung ist in allen Versuchen unterblieben.

Die Versuchsergebnisse stellt Lilienfeld in Absorptionskurven dar, die die durchgelassenen Intensitäten der Ionisation in logarithmischen Werten bei den betreffenden Filterdicken zeigen. Die Kurven verlaufen bereits nach Durchsetzung der Strahlung von wenigen Millimetern Aluminium merklich geradlinig und deuten dadurch eine intensive und homogene Reststrahlung an. Ihre Härte wird durch die Halbwertsschicht in Aluminium definiert.

Dieses Resultat drückt Lilienfeld folgendermaßen aus:

Satz 1. Es ist unzweifelhaft erwiesen, daß eine selektive (d. i. homogene) Bande der Bremsstrahlung fraglos in einem außerordentlich ausgeprägten Maße und mit außerordentlicher Intensität hergestellt werden kann.

Indem ferner Lilienfeld die spezifische Strombelastung des Brennfleckes in seinem Rohr variiert — bei festgehaltener Parallelschlagweite — oder indem er die Größe des Brennfleckes selbst im gleichen Rohr veränderlich macht oder zwei Röhren mit verschieden großem Brennfleck untersucht, findet er

Satz 2: daß die in Satz 1 erwähnte homogene Bremsstrahlungsbande eine Härte besitzt, die mit der spezifischen Belastung des Brennfleckes steigt bei konstanter Spannung.

Bei wachsender Spannung wuchs gleichfalls die Härte, wie bekannt.

Zu seinen Versuchen bemerkt der Autor, daß diese „an sich außerordentlich auffallenden, die Bremsstrahlung betreffenden Gesetzmäßigkeiten bis jetzt nicht beobachtet werden konnten, weil sie nur mit Hilfe der neuen (von Lilienfeld konstruierten) Röhre einwandfrei festzustellen waren; insbesondere mit Hilfe einer absolut scharfen, definierten Führung der Kathodenstrahlen auf einen in seiner ganzen Ausdehnung mit der gleichen Elektronendichte belegten Brennfleck."

Ferner findet Lilienfeld im Coolidgerohr mit der Absorptionsanalyse eine wesentlich inhomogenere Strahlung als in seinem Rohr, d. h. einen stärkeren Anteil weicher Komponenten. Auch die von Rutherford (26) erhaltenen Absorptionskurven der Strahlung des Coolidgerohrs, die bei wirklich konstanter Spannung — mit der Influenzmaschine — erzeugt war, zeigen nach Lilienfeld diesen starken Anteil weicher Komponenten. Lilienfeld erklärt diese Strahlungszusammensetzung durch Satz 2, d. h. durch die geringe und ungleichmäßige Dichte der Brennfleckbelastung im Coolidgerohr.

Zu den Versuchen Lilienfelds ist folgendes zu bemerken:

Die Existenz einer „weitgehend homogenen Bremsstrahlungsbande" wäre für die Theorie des Bremsspektrums von so großer Bedeutung und steht so sehr im Gegensatz zu den bisherigen wohlbegründeten Erfahrungen, daß bei der oben erörterten Unsicherheit der Absorptionsanalyse nur der allein einwandfreie spektroskopische Nachweis sie sicherstellen kann. Nun hat Lilienfeld Gelegenheit genommen, Spektralaufnahmen an seiner Röhre zu machen und zu publizieren (20, 21). Aber eine homogene Bande oder ein auch nur annähernd schmaler Spektralbereich im kontinuierlichen Spektrum ist hier nicht erschienen.

Herr Lilienfeld hat allerdings hieraus bisher nicht die Folgerung gezogen, den Satz 1 als den Tatsachen nicht entsprechend zurückzuziehen. Diese Konsequenz scheint uns unvermeidlich. Sie ist um so leichter zu ziehen, als eine kritische Deutung der Absorptionsversuche Lilienfelds keineswegs zwingend auf den Satz 1 führt, vielmehr zwei spezielle, von Lilienfeld in ihrer Bedeutung nicht erkannte zufällige Begleitumstände der Versuche eine homogene Bremsstrahlung vortäuschen können, wie jetzt zu zeigen ist.

Erstens besteht bei jenen Versuchen nicht allein und nicht einmal überwiegend Bremsstrahlung, sondern in erheblicher Stärke die harte Linienstrahlung des als Antikathode verwendeten Wolframs.

Bei 29 cm Funkenlänge wird die K-Strahlung des Wolframs bei $\lambda = 0{,}21$ u. $0{,}18$ Å mit starker Intensität erfahrungsgemäß emittiert. Das vergleichsweise schwache Bremsspektrum hat nahe bei diesen Wellenlängen sein kurzwelliges Ende. Das Intensitätsmaximum im Spektrum liegt nicht weit von den Wolframlinien entfernt, und die spektrale Intensität nimmt allmählich ab nach dem langwelligen Teil.

Zweitens ist hier im langwelligen Teil des Spektrums, nicht weit entfernt von dem Maximum des Bremsspektrums, durch die besondere Art der Ionisationsmessung von Lilienfeld eine künstliche starke Unterdrückung der Ionisationswirkung der weichen Komponenten verursacht worden. Lilienfeld verwandte nämlich bei allen endgültigen Messungen Jodmethyl statt Luft in der Ionisationskammer, weil es „um ein vielfaches stärker durch Röntgenstrahlen ionisiert wird". Diese verstärkende Wirkung des Jods erstreckt sich nun aber durchaus nicht auf alle Wellenlängen gleichmäßig, sondern betrifft im wesentlichen nur die kurzwelligen Bereiche infolge seiner stark selektiven Eigenschaften innerhalb des fraglichen Spektralgebietes. Jod hat bei seinem hohen Atomgewicht seine K-Absorptionsbandkante bei der relativ kurzen Wellenlänge $\lambda_A = 0{,}37$ Å. Alle Strahlen von kleinerer

Wellenlänge als λ_A werden infolgedessen selektiv vielfach stärker absorbiert als der weichere Spektralbereich, dessen Wellenlängen größer sind als jene kritische. Der stärkeren Absorption entspricht ferner die größere Ionisationswirkung. Somit kommt durch die Verwendung des Jods als Strahlenreagens eine erhebliche künstliche Verstärkung des härteren Strahlenanteils zustande und wird eine homogenere, d. h. härtere Strahlenzusammensetzung vorgetäuscht, als wirklich besteht.

Nach den obigen Ausführungen bestand somit in den Versuchen von Lilienfeld eine wirksame Strahlung, die auf der kurzwelligen Seite des Spektrums ihre Grenze findet in der für die Absorptionsanalyse dominierenden Intensität der Wolframlinien und die als schwächeres Bremsspektrum auf der langwelligen Seite bei der Jodabsorptionskante $\lambda_A = 0{,}37$ Å ihre Grenze hat. Eine solche Strahlungszusammensetzung wird nach Abfilterung der weicheren Bestandteile durch wenige Millimeter Aluminium im wesentlichen die Härte besitzen, wie sie nahezu der Wellenlänge der Wolframstrahlung entspricht. In der Tat ergeben sich aus den von Lilienfeld mitgeteilten sämtlichen 11 Halbwertschichten der Reststrahlung in Aluminium folgende Wellenlängen für sie (auf Grund der Hull-Riceschen Versuche):

λ in Å:	0,31	0,23	0,25	0,20	0,20	0,20
	0,23	0,21	0,19	0,23	0,19.	

Fast alle Werte liegen nahe bei $\lambda = 0{,}21$ u. 0,18 Å der Wolframstrahlung. Abweichungen hiervon sind leicht aus kleinen Spannungsänderungen erklärlich, die bei Versuchen mit verschiedenen Röhrenexemplaren und verschiedenen Strombelastungen derselben Röhre trotz konstant gehaltener paralleler Funkenstrecke durchaus anzunehmen sind.

Lilienfeld fand ferner in der Strahlung der Coolidgeröhre erheblich mehr weiche Komponenten und also eine unhomogene Strahlung als mit seiner Röhre. Dasselbe folgert er aus ähnlichen Messungen Rutherfords. Es ist nun charakteristisch und bildet eine gute Bestätigung der vorgetragenen Jodwirkung, daß Herr Lilienfeld gerade die Strahlung der Coolidgeröhre nicht bei Jodmethyl-, sondern bei Luftfüllung untersucht hat[1]). Desgleichen Rutherford. Luft hat keine selektiven Eigenschaften; infolgedessen ist die wirkliche Strah-

1) Diese entscheidend wichtige Angabe ist in der Hauptarbeit (22) nicht enthalten, sondern in der Darstellung desselben Gegenstandes bei Küpferle und Lilienfeld, Grundlagen therapeutischer Anwendung von Röntgenstrahlen. S. 44.

lungszusammensetzung des Coolidgerohres in diesen Versuchen ohne die fälschende, härtende und homogenisierende Wirkung des Jods richtig zum Ausdruck gekommen.

Da weiche Strahlenanteile in der Lilienfeldröhre gemäß den mit Jod gewonnenen Absorptionskurven nicht völlig fehlen (und schon wegen der L-Serien-Strahlung nicht fehlen können), so müssen diese Anteile bei Luftfüllung relativ stark an Wirksamkeit gewinnen und die Absorptionskurve entsprechend stark ändern. Ebenso sicher müssen die von Lilienfeld beobachteten kräftigen weichen Strahlenanteile im Coolidgerohr, wenn Jodmethyl statt Luft gewählt wird, erheblich unwirksam werden und die Absorptionskurve härten.

Die besprochene selektive Wirkung des Jods[1]) ist nicht hypothetisch, sondern empirisch so sichergestellt, wie die ihr völlig analoge und evidente z. B. des Silbers auf der empfindlichen Platte bei der Wiedergabe des kontinuierlichen Röntgenspektrums (vgl. Fig. 2). Auch hier täuscht die intensive Silberbande eine große Intensität des kurzwelligen Strahlungsbereiches in der Primärstrahlung vor mit der scharfen Grenze nach langen Wellen bei der Silberbandkante $\lambda = 0{,}49$ Å.

Es bedarf daher die ausdrückliche Behauptung Lilienfelds (22, S. 242) dringend der Aufklärung, „daß die mit Luftfüllung aufgenommenen Absorptionskurven im wesentlichen dieselben Resultate liefern wie die mit Jodmethylfüllung".

Wir wenden uns zu den Versuchen Lilienfelds, die ihn zu Satz 2 geführt haben: die Härte der Reststrahlung wächst mit der Dichte der Kathodenstrahlung im Brennfleck.

Bei den 9 mitgeteilten Absorptionsversuchen wird die Parallel-Funkenstrecke konstant auf 29 cm gehalten. Sämtliche Versuche sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die Wellenlängen der Reststrahlung sind von mir aus den Halbwertschichten in Aluminium auf Grund der Hull- und Riceschen Versuche abgeleitet.

Zu folgender Tabelle ist zu bemerken:

1. Wie zu Satz 1 bereits ausgeführt wurde — der sich auf das gleiche Zahlenmaterial stützt —, ist die Reststrahlung im wesentlichen (bei Versuch 4, 5, 6, 8, 9) nicht Bremsstrahlung, sondern offenbar die Linienstrahlung des Wolframs bei $\lambda = 0{,}18$ und $0{,}21$ Å gewesen. Deshalb sind die Lilienfeldschen Versuche ganz ungeeignet zu der fraglichen

1) Auf solche selektive Wirkungen der Gase im Ionisationsraum wurde bereits Ann. d. Phys. 46, 880, 1915 hingewiesen.

Entscheidung von Satz 2. Die beobachteten kleinen Änderungen der Wellenlänge der Reststrahlung sind leicht aus kleinen Änderungen der effektiven Spannung erklärlich.

	Brennfleck-größe	Strom in Milliamp.	Wellenlänge in Å der Rest-strahlung	Nr. des Ver-suchs
A. Zwei Röhren mit verschiedenem Brennfleck	groß	1,7	0,31	1
	normal	3	0,23	2
B. Ein neues Rohr Nr. 258	konstant	1,7	0,245	3
		3	0,20	4
		5	0,20	5
		6	0,20	6
C. Rohr mit variablem Brennfleck	Durchmesser			
	4,5 mm Ring	2,1	0,23	7
	1,75 mm Kreis	2,8	0,21	8
	1,75 mm Kreis	5,0	0,19	9

Es ist — wie oben bereits bemerkt — durchaus wahrscheinlich, daß gleiche Parallel-Funkenstrecke bei veränderten Stromstärken im Rohr (Versuch B und C) und besonders bei verschiedenen Röhren (Versuch A) nicht gleiche effektive Spannung bedeutet. Spannungsmessungen sind nicht angestellt, sind aber zur Entscheidung notwendig.

2. Aus dem Beobachtungsmaterial folgt — selbst wenn man es als kompetent ansieht — keineswegs Satz 2. Bei der großen Mehrzahl der Versuche (4, 5, 6, 8, 9) ist nur eine sehr kleine oder gar keine Härteänderung bei starker Änderung (100 Proz.) der spezifischen Fokusbelastung aus Lilienfelds eigenen Zahlen herzuleiten. Das mitgeteilte Material ist in Wahrheit ein stärkerer Beweis gegen Satz 2 als für ihn.

3. Messungen der Brennfleckgröße und der Intensitätsverteilung im Brennfleck mit Hilfe von Lochkameraaufnahmen fehlen.

Die Schätzungen der Größe des Fokus sind zum Teil so roh, daß z. B. zum Versuch C, auf den das Hauptgewicht gelegt ist, über den ringförmigen Brennfleck (Versuch 7) „von 4,5 mm Durchmesser und allerdings unbekannter Breite des Ringes“ gesprochen wird.

Auf Grund des Vorstehenden wird man nicht geneigt sein, die Experimente Lilienfelds für genügende Beweise des Satzes 2 zu halten.

Die besonders homogene und harte Strahlung seines Rohres im Vergleich zu der Coolidgeröhre findet Lilienfeld ebenfalls als einen Beweis für Satz 2, indem er auf die besonders dichte und gleichmäßige Brennfleckbelastung seines Rohres hinweist. Wir haben dagegen in der Besprechung von Satz 1 bereits die Verschiedenheit der beiden Strahlungen als eine scheinbare, durch die verschiedene Verwendung des Ionisationsverfahrens vorgetäuschte nachgewiesen.

Sollte sich bei Versuchen z. B. mit dem Hochspannungs-Gleichrichter die Strahlung der Coolidgeröhre bei größerem und ungleichmäßig belastetem Fokus wirklich komplexer ergeben als die der Lilienfeldschen Röhre, so wäre das noch kein Beweis für Satz 2, sondern es könnte das durch den verschiedenen Stromspannungsverlauf in beiden Röhren bedingt sein.

Vorerst ist daran festzuhalten, daß allein die Spannung die spektrale Strahlungszusammensetzung und sicherlich die Minimumwellenlänge bestimmt. Einwandfreie Versuche darüber, ob ein Einfluß von der Dichte der Kathodenstrahlen auf diese Zusammensetzung besteht, können nur bei streng konstanten Spannungen mit spektraler Zerlegung erzielt werden.

Zusammenfassung.

Die hauptsächlich auf die Feststellung der kurzwelligen Grenze des kontinuierlichen Spektrums gerichteten Untersuchungen mittels der Absorptionsanalyse erreichten bei den meisten Autoren ihr Ziel nicht infolge schwerwiegender, zum Teil unerkannter Fehler, die von zufälligen und ungewollten Unstetigkeiten in der wirksamen spektralen Intensitätsverteilung herrühren. Im besonderen sind die Ursachen solcher Unstetigkeiten

1. die Linienstrahlung des Antikathodenmetalls (und seiner Verunreinigungen);
2. die selektive Absorption des Spektrums in den Filtern;
3. die selektive Absorption des Spektrums im Gas der Ionisationskammer.

Da die Absorptionsanalyse selbst das Vorhandensein dieser Fehlerquellen nicht bemerken kann, so bietet sie nur in einer kritischen Hand Aussicht auf einwandfreie Ergebnisse.

(Eingegangen 22. Juli 1919.)

Besprechungen.

Handbuch der Radiologie. Herausgegeben von E. Marx. Band V. Kathodenstrahlen und Röntgenstrahlen. Lex. 8°. XVIII, 706 Seiten mit 307 Figuren und Abbildungen im Text und auf Tafeln sowie zahlreichen Tabellen. Leipzig, 1919. Akad. Verlagsgesellschaft m. b. H. M. 65.—

Der vorliegende Band des Marxschen Handbuches vereinigt in drei Unterabteilungen einen Abschnitt von A. Bestelmeyer über „Die spezifische Ladung des Elektrons" im Umfang von 79 Seiten, einen Abschnitt von H. Starke über „Reflexion, Diffusion, Absorption, Sekundärstrahlung von Kathodenstrahlen" von 61 Seiten und als weitaus umfangreichsten Beitrag einen Abschnitt von E. Marx über „Röntgenstrahlen", der abgesehen von einem ausführlichen Namen- und Sachregister den Rest des Bandes füllt. Druck, Figuren und Ausstattung des Bandes sind durchweg von erfreulicher Güte und machen dem Verlag alle Ehre.

Zunächst behandelt A. Bestelmeyer mit gediegenster Sachkenntnis die Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons. Die bisher vorliegenden experimentellen Untersuchungen werden nach einer knappen und klaren allgemeinen Übersicht systematisch geordnet eingehend besprochen, ihre Ergebnisse in einem zusammenfassenden Überblick tabellarisch zusammengestellt; die reiche eigene Erfahrung des Verf. auf dem experimentell bekanntlich äußerst schwierigen Gebiet kommt vor allem auch zur Geltung in einem Kapitel über „Allgemeine Gesichtspunkte bei der Ausführung und Beurteilung von Messungen der spezifischen Ladung des Elektrons" und gibt dem Ganzen den Stempel der Zuverlässigkeit und Gediegenheit. So liest man den Bericht von Bestelmeyer gerade heute in einer Zeit wesentlich spekulativer Arbeitsrichtung mit Vergnügen und Nutzen, auch wenn das Meßtechnische vielleicht allzusehr in den Vordergrund gestellt ist. Bedauerlich ist nur, daß das Manuskript bereits Mitte 1914 abgeschlossen ist und sich nicht eine nachträgliche Berücksichtigung wenn auch nur der wichtigsten seitdem erschienenen Arbeiten hat ermöglichen lassen, so z. B. der experimentellen Untersuchung von Neumann und insbesondere der auch hier ganz neue Wege eröffnenden Arbeiten von Sommerfeld und seiner Schüler über die Feinstruktur der Spektrallinien.

Im zweiten Beitrag hat Starke eine Darstellung der Vorgänge gegeben, die allgemein beim Zusammentreffen von Kathodenstrahlen mit Materie sich abspielen. Zu einer ersten Orientierung über dies große und wichtige, namentlich in letzter Zeit mehr und mehr an Bedeutung gewinnende Spezialgebiet wird die Starkesche Bearbeitung immerhin von Nutzen sein. Es ist aber nicht zu verkennen, daß sie tiefergehenden Anforderungen heute vielfach nicht mehr genügen dürfte und durch die Lenardsche Schrift über denselben Gegenstand (in den Berichten der Heidelberger Akademie) überholt ist.

Von imponierendem Reichtum des Inhalts ist nun besonders der dritte von Marx verfaßte Teil über Röntgenstrahlen, in dem mit erstaun-

lichem Fleiß die gesamte Physik der Röntgenstrahlen behandelt ist. Allerdings ist der Charakter der Darstellung — wie dies bei dem großen Umfang des verarbeiteten Stoffes wohl auch kaum anders möglich war — im wesentlichen ein referierender, den Inhalt und die Ergebnisse der einzelnen Arbeiten in systematischer Ordnung aufzählender; trotzdem wird man aber die von Marx geleistete Arbeit, die eine fühlbare Lücke in der modernen Literatur ausfüllt, freudigst begrüßen. Denn mit ganz wenigen Ausnahmen (so fehlt z. B. die Untersuchung von Kirschbaum über Intensität und Absorptionsindex) wird man kaum auch eine Einzelheit vergeblich suchen. Aus dem reichen Inhalt kann hier natürlich nur ganz weniges herausgegriffen werden. So möchte Ref. besonders hinweisen auf die ausführliche (und bisher einzige) Darstellung der vielen an die grundlegenden Arbeiten von Laue und Bragg anschließenden Untersuchungen, die in gleicher Weise die Theorie wie die komplizierte Rechentechnik und die kristallographischen Versuchsergebnisse berücksichtigt. Ebenso wird zum erstenmal eine Beschreibung der eigentlichen Röntgentechnik (in einem Kapitel über die technische Röntgenröhre) gegeben; auch die Zusammenstellung der Ergebnisse der modernen Röntgenstrahlenspektroskopie verdient besondere Erwähnung. Bei der raschen Entwicklung des Gebietes, namentlich der Interferenzoptik der Röntgenstrahlen, ist es besonders wertvoll, daß die Literatur bis in die letzte Zeit (zum Teil bis 1918) berücksichtigt werden konnte. Seeliger.

Literatur der Elektronik.

I. Die Ionen in Gasen, Metallen und Elektrolyten.

1. Ionisierung und Elektrisierung in Gasen. (Lichtelektrischer Effekt.)

A. Becker, Über die Bestimmung von Elektronen-Austrittsgeschwindigkeiten. Ann. d. Phys. **58**, 393—473, 1919.

P. S. Epstein, Zur Theorie der Raumladungserscheinungen. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 85—99, 1919.

P. D. Foote and **F. L. Mohler,** Ionization and resonance potentials for electrons in vapors of magnesium and thallium. Phil. Mag. **37**, 33 bis 50, 1919.

T. C. Hebb, Ionization of mercury, sodium and potassium vapors and the production of low voltage arcs in the vapors. Phys. Rev. **12**, 482 bis 490, 1918.

F. Horton and **A. C. Davies,** An investigation of the ionising power of the positive ions from a glowing tantalum filament in helium. Proc. Roy. Soc. London **95**, 333—353, 1919.

F. Horton and **A. C. Davies,** An experimental determination of the ionisation potential for electrons in helium. Proc. Roy. Soc. London **95**, 408- 429, 1919.

M. v. Laue, Läßt sich die Clausius-Clapeyronsche Gleichung auf die Glühelektronen anwenden? Phys. Ztschr. **20**, 202—203, 1919.

J. C. Mc Lennan and **J. E. T. Young,** On the absorption spectra and the ionisation potentials of calcium, strontium and barium. Proc. Roy. Soc. London **95**, 408—429, 1919.

H. Rinde, Luminescens och jonisation vid oxidationen of fosfortrioxyd. Arkiv för Kemi, Min. och Geol. **7**, Nr. 7, 21 S., 1918.

W. Schottky, Weitere Bemerkungen zum Elektronendampfproblem. Phys. Zeitschr. **20**, 220—228, 1919.

W. Schottky, Über Hochvakuumverstärker. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 161—162, 1919.

2. Selbständige Strömung in Gasen (Spitzen-, Glimmstrom, Lichtbogen, Funke).

E. V. Appleton, Note on the effects of grid currents in three-electrode ionic tubes. Phil. Mag. **37**, 129—134, 1919.

F. Bauch, Spitzenstrom zwischen zwei und mehreren Spitzen bei Spannungen bis zu 65000 Volt. 61 S. Göttingen 1918.

A. Hagenbach et **K. Langbein,** Détermination de la température aux électrodes de l'arc. Arch. sc. phys. et nat. **1,** 48—54, 1919.

T. C. Hebb, Ionization of mercury, sodium and potassium vapors and the production of low voltage arcs in the vapors. Phys. Rev. **12,** 482—490, 1918.

E. Meyer, Über die Beeinflussung des Funkenpotentials durch ein transversales Magnetfeld. Ann. d. Phys. **58,** 297—332, 1919.

P. O. Pedersen, On the Lichtenberg figures. Part. I. A preliminary investigation. Dansk. Videnskab. Selsk. Math.-phys. Medd. **1,** Nr. **11,** 1919.

K. Przibram, Einpolige elektrische Figuren und Elektronenaffinität. Wien. Ber. **127,** 395—404, 1918.

F. Schröter, Eine neue Glimmlampe. Elektrot. Ztschr. **40,** 186—188, 1919.

G. Valle, Über die charakteristischen Kurven der Glimmentladung. Wien. Ber. **127,** 1339—1370, 1918.

3. Elektrische Strahlen.

R. W. Lawson, The aggregate recoil of radio-active substances emitting α-rays. Nature **102,** 464—465, 1919.

R. W. Lawson, Über die Beziehung zwischen Masse pro Flächeneinheit und Luftäquivalent von für α-Strahlen durchlässigen Glimmerblättchen. Wien. Ber. **127,** 943—949, 1918.

R. W. Lawson u. **V. F. Hess,** Erfahrungen und Spezial-Ergebnisse bei der Zählung von α-Teilchen. Wien. Ber. **127,** 599—629, 1918.

4. Die Ionen in Metallen.

G. Borelius, Thermoelektrische Gesetzmäßigkeiten bei Legierungen. Acta Lund **14,** Nr. 17, 1918.

G. Borelius, Zur Elektronentheorie des Magnetismus und des Halleffektes. Ann. d. Phys. **50,** 489—504, 1919.

S. B. Elings, Über den Thomsoneffekt im Nickel. 52 S. Diss. Groningen 1918.

L. Holborn, Untersuchungen über Aluminium. II. Über die Bedeutung des Widerstandskoeffizienten für das Gefüge und die chemische Reinheit des Aluminiums. Elektrot. Ztschr. **40,** 151—152, 1919.

M. J. Huizinga, Die unipolare Leitung der Kristalldetektoren. 47 S. Diss. Groningen 1918.

W. Jaeger u. **K. Scheel,** Untersuchungen über Aluminium. I. Beobachtungen über den spezifischen Widerstand nebst seinem Temperaturkoeffizienten, über die thermische Ausdehnung und die Zerreißfestigkeit. Elektrot. Ztschr. **40,** 150—151, 1919.

5. Ionisation in Elektrolyten.

S. Arrhenius, Electrolytic theory. A contribution to a general discussion on the present position of the theory of ionisation. Chem. News **118,** 61—64, 1919.

R. Beutner, Über die Ursache der geringeren Leitfähigkeit von nichtwässerigen Salzlösungen. Ztschr. f. Elektrochem. **25,** 97—100, 1919.

C. **Blomberg**, Beitrag zur Kenntnis der Theorie der elektrolytischen Dissoziation. 95 S. Diss. Amsterdam 1918.
B. **Kapma**, Untersuchungen über das Leitvermögen von Elektrolyten bei höheren Temperaturen. 55 S. Diss. Groningen 1917.
R. **Lorenz**, Beiträge zur Theorie der elektrolytischen Ionen. Nr. 9. Raumerfüllung und Beweglichkeit einwertiger organischer Kationen. Ztschr. f. anorg. Chem. **105**, 175—186, 1919.
G. **S.**, The electrolytic dissociation theory. Nature **102**, 432—433, 1919.
O. **Svanberg**, Experimentelle Studien über die Leitfähigkeit schwach dissoziierter Neutralsalze. Medd. Nobelinstitut **8**, Nr. 26, 1918.

6. Elektromotorische Kraft in Elektrolyten.

F. **Auerbach**, Zur elektromotorischen Betätigung von Kohlenoxyd. Ztschr. f. Elektrochem. **25**, 82—84, 1919.
E. **Baur**, Über die Beziehungen zwischen Elektrolyse und Photolyse und über die elektrolytische Nichtumkehrbarkeit. Ztschr. f. Elektrochem. **25**, 102—109, 1919.
R. **Beutner**, Eine offene Frage an Herrn Baur. Ztschr. f. Elektrochem. **25**, 100, 1919.
G. **N. Lewis** and **Th. B. Brighton**, The potential of the lead electrode. Journ. Amer. Chem. Soc. **39**, 1096—1912, 1917.
G. **N. Lewis, Th. B. Brighton** and **R. L. Sebastian**, A study of hydrogen and calomel electrodes. Journ. Amer. Chem. Soc. **39**, 2245—2261, 1917.
A. **A. Noyes** and **K. Toabe**, The relative electrode potentials of tin and lead determined by equilibrium measurements with their perchlorates. Journ. Amer. Chem. Soc. **39**, 1537—1545, 1917.
V. **Polara**, Nuovo contributo allo studio della legge di Lippmann al contatto del mercurio con l'alcool etilico e la glicerina. Lincei Rend. **27**, 294—298, 1918.
V. **Polara**, Nuovo contributo allo studio del doppio strato elettrico al contatto del mercurio con l'aria ionizatta dai raggi di Röntgen. Lincei Rend. **27**, 324—326, 1918.
F. **Soddy**, The conception of the chemical element as elarged by the study of radioactive change. Journ. Chem. Soc. **115**, 1—26, 1919.

II. Optik der Elektronen.

7. Allgemeine Dynamik der Elektronen.

P. **S. Epstein**, Theoretisches über den Starkeffekt in der Fowlerschen Heliumserie. Ann. d. Phys. **58**, 553—576, 1919.
T. **Heurlinger**, Zur Theorie der Bandenspektren. Phys. Ztschr. **20**, 188 bis 190, 1919.
A. **Smekal**, Über die gegenseitigen Störungen der Elektronenringe im Atom und über die Erklärung der Röntgenspektren. Wien. Ber. **127**, 1229—1252, 1918.

8. Dielektrizität und Magnetismus.

G. **Borelius**, Zur Elektronentheorie des Magnetismus und des Halleffektes. Ann. d. Phys. **50**, 489—504, 1919

F. Bourion et **A. Sénéchal,** Sur l'évolution et les propriétés magnétiques de l'hydrate chromique en solution alcaline. C. R. **168,** 89—91, 1919.

C. Brauneck, Über die magnetischen Eigenschaften von Stoffen mit künstlicher Anisotropie. 56 S. Diss. Gießen 1918.

B. Cabrera, Le paramagnétisme des sels sodiques et la théorie du magnéton. Ann. Soc. Esp. phys. chim. **16,** 436—449, 1918.

B. Cabrera, Magnétochimie. Journ. chim. phys. **16,** 442—501, 1918.

B. Elias, Magnétochimie des chlorures chromiques. Ann. Soc. Esp. phys. chim. **16,** 467—483, 1918.

O. Klein, Beitrag zur Kenntnis der Dielektrizität unter besonderer Berücksichtigung der Theorie der molekularen Dipole. Medd. Nobelinstitut **3,** Nr. 24, 1918.

H. I. van Leeuwen, Probleme aus der Elektronentheorie des Magnetismus. 129 S. Diss. Leiden 1919.

A. Quartaroli, Sur la signification de la susceptibilité magnétique des solutions. L'état nucléaire dans les solutions. I Gazz. chim. ital. **48,** 79—102, 1918.

A. Sanfourche, Le point de Curie dans le fer pur et les ferrosiliciums. C. R. **167,** 683—685, 1918.

G. Wistrand, Die magnetische Suszeptibilität von Quarz, Tellur und einigen Heliumverbindungen. Diss. Uppsala 1916.

9. Thermische Strahlung, Absorption und Dispersion fester und flüssiger Körper.

G. Le Bas, Refractivities of saturated and unsaturated compounds. Trans. Faraday Soc. **13,** 414—419, 1918.

W. van der Elst, Quantitative Bestimmung der Absorption im Ultraviolett. 92 S. Diss. Utrecht 1917.

A. Hantzsch, Zur Absorption und Konstitution der einfachsten Triphenylmethan- und Azo-Farbstoffe sowie verwandter Verbindungen. Chem. Ber. **52,** 509—530, 1919.

A. Hantzsch u. **F. Hein,** Absorption und Konstitution der farbigen Alkalisalze aus Nitro-Triphenylmethanen und verwandten Verbindungen. Chem. Ber. 52, 493—509, 1919.

H. Jephcott, The physical constants of nicotine. Part I. Specific rotatory power of nicotine in aqueous solution. Journ. Chem. Soc. **115,** 104—108, 1919.

Th. Liebisch u. **H. Rubens,** Über die optischen Eigenschaften einiger Kristalle im langwelligen ultraroten Spektrum. Erste Mitteilung. Berl. Ber. 1919, 198—219.

Th. M. Lowry and **H. H. Abram,** The rotatory dispersive power of organic compounds. Part IX. Simple rotatory dispersion in the terpene series. Journ. Chem. Soc. **115,** 300—311, 1919.

M. Wreschner, Über Drehungsumkehrung und normale Rotationsdispersion. 45 S. Berlin 1918.

10. Lumineszenz fester und flüssiger Körper.

H. v. Dechend u. **W. Hammer,** Szintillation bei Kanalstrahlen. Phys. Ztschr. **20,** 234—235, 1919.

M. B. Hodgson, The physical characteristics of *X*-ray fluorescent intensifying screens. Phys. Rev. **12**, 431—435, 1918.
A. Imhof, Zur Theorie der Triboluminescenz. Phys. Ztschr. **20**, 131—132, 1919
J. Perrin, La fluorescence. Ann. de phys. **10**, 133—159, 1918.
H. Rinde, Luminescens och jonisation vid oxidationen of fosfortrioxid. Arkiv för Kemi, Min. och Geol. **7**, Nr. 7, 21 S., 1918.
O. Stern u. **M. Volmer,** Über die Abklingungszeit der Fluoreszenz. Phys. Ztschr. **20**, 183—188, 1919.

11. Emission, Absorption und Dispersion der Gase.

C. D. Child, The light from mercury vapor. Phil. Mag. **37**, 61—64, 1919.
R. C. Dearle, Emission and absorption in the infra-red spectra of mercury, zinc and cadmium. Proc. Roy. Soc. London **95**, 290—299, 1919.
P. Debye, Das molekulare elektrische Feld in Gasen. Phys. Ztschr. **20**, 160—161, 1919.
J. M. Eder, Das Bogenspektrum des Dysprosiums. Wien. Ber. **127**, 1199, 1228, 1918.
T. Heurlinger, Zur Theorie der Bandenspektren. Phys. Ztschr. **20**, 188 bis 190, 1919.
J. Holtsmark, Über die Verbreiterung von Spektrallinien. Phys. Ztschr. **20**, 162—168, 1919.
J. Holtsmark, Über die Verbreiterung von Spektrallinien. Ann. d. Phys. **58**, 579—630, 1919.
G. Huch, Versuch einer Theorie des Kanalstrahlenlichtes. Zweite Abhandlung. Ann. d. Phys. **58**, 201—290, 1919.
W. H. Julius, Dispersion anomale et raies de Fraunhofer. (Réfutation d'objections.) Arch. Néerl. **4**, 150—174, 1917.
A. Landé, Das Serienspektrum des Heliums. Die Naturwiss. **7**, 269—270, 1919.
J. C. Mc Lennan, D. S. Ainslie and **D. S. Fuller,** Vacuum arc spectra of various elements in the extreme ultra-violet. Proc. Roy. Soc. London **95**, 316—332, 1919.
J. C. Mc Lennan and **R. J. Lang,** An investigation of extreme ultraviolet spectra, with a vacuum grating spectrograph. Proc. Roy. Soc. London **95**, 258—273, 1919.
J. C. Mc Lennan and **J. F. T. Young,** On the absorption spectra and the ionisation potential of calcium, strontium and barium. Proc. Roy. Soc. London **95**, 273—279, 1919.
A. G. G. Leonard and **P. Whelan,** Quantitative spectra of lithium, rubidium, caesium and gold. Proc. Dublin Soc. **15**, 274—278, 1918.
T. Mashimo, Reversal of spectrum lines produced by a spark under water. Mem. Coll. Sci. Kyoto Imper. Univ. **3**, 73—79, 1918.
K. W. Meißner, Zur Kenntnis des Neonspektrums. Ann. d. Phys. **58**, 333—374, 1919.

12. Die Strahlung im elektrischen und magnetischen Feld.

P. Debye, Das molekulare elektrische Feld in Gasen. Phys. Ztschr. **20**, 160—161, 1919.

P. S. Epstein, Theoretisches über den Starkeffekt in der Fowlerschen Heliumserie. Ann. d. Phys. 58, 553—576, 1919.
J. Holtsmark, Über die Verbreiterung von Spektrallinien. Phys. Ztschr. **20,** 162—168, 1919.
J. Holtsmark, Über die Verbreiterung von Spektrallinien. Ann. d. Phys. 58, 577—630, 1919.
T. Takamine and **N. Kokubu,** Effect of an electric field on the spectrum lines of helium. II. Mem. Coll. Sci. Kyoto Imp. Univ. **3,** 81—92, 1918.

13. Röntgenstrahlen, γ-Strahlen.

Tycho E. son Aurén, Notes on the absorption of X-rays. Medd. Nobelinstitut **3,** Nr. 16, 1918.
M. Blau, Über die Absorption divergenter γ-Strahlung. Wien. Ber. **127,** 1253—1270, 1918.
M. B. Hodgson, The physical characteristics of X-ray fluorescent intensifying screens. Phys. Rev. **12,** 431—435, 1918.
F. Kirchhof, Über eine Beziehung zwischen der L-Serie der Röntgenspektren und den Atomgewichten. Phys. Ztschr. **20,** 210—214, 1919.
A. Muller, Recherches sur les spectres des rayons X. Arch. sc. phys. et nat. **1,** 127—132, 1919.
H. Seemann, Vollständige Spektraldiagramme von Kristallen. Phys. Ztschr. **20,** 169—175, 1919.
A. Smekal, Über die gegenseitigen Störungen der Elektronenringe im Atom und über die Erklärung der Röntgenspektren. Wien. Ber. **127,** 1229—1252, 1918.
A. Smekal, Bohrsche Frequenzbedingung und Röntgenlinienspektren. Verh. d. D. Phys. Ges. **21,** 149—158, 1919.
L. Vegard, Die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome. Phys. Ztschr. **20,** 97—104, 1919.
L. Vegard, Die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome. II. Teil. Phys. Ztschr. **20,** 121—125, 1919.

III. Chemische Elektronik.

14. Atom- und Valenzlehre.

S. H. C. Briggs, The theory of duplex affinity. Journ. Chem. Soc, **115,** 278—291, 1919.
J. M. Burgers, Das Atommodell von Rutherford-Bohr. Arch. Mus. Teyler **4,** 1—265, 1918.
R. De, Polar and non-polar valency. Journ. Chem. Soc. **115,** 127—134, 1919.
F. Ephraim u. **E. Michel,** Über Regelmäßigkeiten in der Größe der Molekularvolumina. Helv. Chim. Acta **2,** 266—276, 1919.
J. Franck u. **G. Hertz,** Die Bestätigung der Bohrschen Atomtheorie im optischen Spektrum durch Untersuchungen der unelastischen Zusammenstöße langsamer Elektronen mit Gasmolekülen. Phys. Ztschr. **20,** 132 bis 143, 1919.
J. W. D. Hackh, Eine neue tabellarische Darstellung des periodischen Systems. Journ. Amer. Chem. Soc. **39,** 1616—1619, 1917.

N. F. Hall, On periodicity among the radioactive elements. Journ. Amer. Chem. Soc. **39**, 1616—1619, 1917.

A. Hantzsch, Zur Absorption und Konstitution der einfachsten Triphenylmethan- und Azo-Farbstoffe sowie verwandter Verbindungen. Chem. Ber. **52**, 509—530, 1919.

A. Hantzsch u. F. Hein, Absorption und Konstitution der farbigen Alkalisalze aus Nitro-Triphenylmethanen und verwandten Verbindungen. Chem. Ber. **52**, 493—509, 1919.

F. H. Kirchhof, Über eine Beziehung zwischen der *L*-Serie der Röntgenspektren und den Atomgewichten. Phys. Ztschr. **20**, 210—214, 1919.

W. Kossel, Über die physikalische Natur der Valenzkräfte. Die Naturwiss. **7**, 339—345, 360—366, 1919.

A. E. Lacomblé, Grundlinien einer Valenztheorie. Ztschr. f. phys. Chem. **93**, 257—274, 1919.

I. Langmuir, The constitution and fundamental properties of solids and liquids. II. Liquids. Journ. Amer. Chem. Soc. **39**, 1848—1906, 1917.

R. Lorenz, Beiträge zur Atomistik. Nr. 11. Eine Deutung der Raumerfüllungszahlen. Ztschr. f. anorg. Chem. **106**, 46—48, 1919.

E. Mohr, Ableitung des Gesetzes der paaren Atomzahlen. Journ. f. prakt. Chem. **99**, 106—108, 1919.

E. Mohr, Die Baeyersche Spannungstheorie und die Struktur des Diamanten. Journ. f. prakt. Chem. **98**, 315—353, 1918.

M. Padoa, Il problema dell' affinità chimica nei cristalli e la velocità di cristallizzazione. Lincei Rend. **27**, 59—64, 1918.

K. Schaefer, Optische Untersuchungen über die Konstitution einiger Sauerstoffsäuren des Chlors und Broms, sowie deren Ester und Salze. Ztschr. f. phys. Chem. **93**, 312—324, 1919.

F. Soddy, The separation of isotopes: a comment on the paper by T. W. Richards and N. F. Hall. Journ. Amer. Chem. Soc. **39**, 1614—1615, 1917.

G. Tammann, Über den atomistischen Aufbau nichtmetallischer Mischkristalle. Gött. Nachr. 1918, 296—318.

L. Vegard, Die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome. Phys. Ztschr. **20**, 97—104, 121—125, 1919.

R. Wegscheider, Über den Begriff der chemischen Elemente und über Atomgewichtstabellen. Ztschr. f. phys. Chem. **93**, 380—381, 1919.

L. Zehnder, Der atomistische Äther, das Wasserstoffatom und das Plancksche Wirkungsquantum. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 118—125, 1919.

15. Chemische Wirkungen der Gasionen und elektrischen Strahlen.

R. W. Lawson, Die Zerstäubungen von Metallen durch α- und β-Strahlen. Wien. Ber. **127**, 1315—1337, 1918.

E. Newbery and **H. Lupton,** Radioactivity and the coloration of minerals. Mem. Manchester Phil. Soc. **62**, Nr. 10, 1918.

16. Chemische Wirkungen der Ionen in Elektrolyten.

J. Feyer, Die elektrolytische Chloroformdarstellung. Ztschr. f. Elektrochem. **25**, 115—145, 1919.

K. Jellinek u. **E. Jellinek,** Chemische Zersetzung und elektrolytische Bildung von Natriumhydrosulfit. Ztschr. f. phys. Chem. **93**, 325—367, 1919.
Fr. Jirsa, Über die Disgregation der Oxydationsprodukte auf Silberanoden in alkalischem Medium. Ztschr. f. Elektrochem. **25**, 106—151, 1919.
A. v. Samsonow, Über die Depolisatoren des Becquereleffektes. Ztschr. f. wiss. Photogr. **18**, 141—176, 1918.

17. Chemische Wirkungen des Lichtes.

O. Meißner, Messungen des Ausbleichens von Farben im Tageslicht. Phys. Ztschr. 20, 210—211, 1919.
A. v. Samsonow, Über die Depolisatoren des Becquereleffektes. Ztschr. f. wiss. Photogr. **18**, 141—176, 1918.
H. Sandqvist, Die Einwirkung des Lichtes auf die I-10-Bromphenanthren-3- oder 6-Sulfosäure. Arkiv för Kemi, Min. och Geol. **7**, Nr. **4**, 1918.
H. Stobbe, Lichtreaktionen der Allo- und Isozimtsäuren. Chem. Ber. **52**, 666—672, 1919.

IV. Radioaktivität.

18. Allgemeines über Radioaktivität.

N. F. Hall, On periodicity among the radioactive elements. Journ. Amer. Chem. Soc. **39**, 1616—1619, 1917.
R. W. Lawson, The aggregate recoil of radio-active substances emitting α-rays. Nature **102**, 464—465, 1919.
R. W. Lawson u. **V. F. Hess,** Erfahrungen und Spezialergebnisse bei der Zählung von α-Teilchen. Wien. Ber. **127**, 599—629, 1918.
F. Soddy, The conception of the chemical element as enlarged by the study of radioactive change. Journ. chem. soc. **115**, 1—26, 1919.

19. Physikalische und chemische Eigenschaften radioaktiver Stoffe.

J. R. Cotter, End-products of thorium. Nature **102**, 425, 1919.
O. Hahn u. **L. Meitner,** Über das Protaktinium und die Lebensdauer des Aktiniums. Phys. Ztschr. **20**, 127—130, 1919.
O. Hahn u. **M. Rothenbach †,** Über die Radioaktivität des Rubidiums Phys. Ztschr. **20**, 194—202, 1919.
St. Meyer, Zur Frage nach der Existenz von Isotopen mit gleichem Atomgewicht. Die Endprodukte der Thoriumzerfallsreihe. Wien. Ber. **127**, 1283—1296, 1918.
F. Soddy, End-products of thorium. Nature **102**, 444, 1919.

20. Vorkommen radioaktiver Stoffe.

O. Hahn u. **M. Rothenbach †,** Über die Radioaktivität des Rubidiums. Phys. Ztschr. **20**, 194—202, 1919.
E. Newbery and **H. Lupton,** Radioactivity and the coloration of minerals. Mem. Manchester Phil. Soc. **62**, Nr. 10, 1918.

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

16. Band. Jahr 1920. Heft 3.

Stand der experimentellen Forschung über die optischen Wirkungen des elektrischen Feldes (mit Ausschluß des Stark-Effektes).

Von **G. Szivessy.**

Inhalt.

§ 1. Elektrische Doppelbrechung.

Ein isotropes Medium wird in einem elektrischen Felde doppelbrechend wie ein optisch einachsiger Kristall, dessen optische Achse mit der Feldrichtung zusammenfällt. Diese Erscheinung bezeichnet man als elektrische Doppelbrechung. Linear polarisiertes Licht, welches das Dielektrikum normal zur Richtung der elektrischen Kraftlinien durchsetzt, und dessen Schwingungsrichtung gegen letztere geneigt ist, erscheint somit nach dem Austritt elliptisch polarisiert, indem durch die Wirkung des elektrischen Feldes die senkrecht und parallel zu dessen Richtung schwingenden Komponenten der ursprünglich linear polarisierten Welle eine gegenseitige Verzögerung erhalten. Übereinstimmend mit der entsprechenden Bezeichnung der Kristalloptik nennt man erstere Komponente die ordentliche, letztere die außerordentliche Welle. Bei manchen Körpern, wie z. B. Schwefelkohlenstoff, besitzt die ordentliche Welle größere Geschwindigkeit, sie verhalten sich also wie positive einachsige Kristalle. Andererseits gibt es

auch Substanzen, z. B. Chloroform, bei welchen, wie bei negativen einachsigen Kristallen, die außerordentliche Welle die beschleunigte ist.

Aus dem meist sehr geringen Betrage der elektrischen Doppelbrechung — bei der klassischen Substanz Schwefelkohlenstoff ist sie selbst bei den stärksten elektrischen Feldern rund 10000 mal kleiner als die natürliche Doppelbrechung des Quarzes — erklärt es sich, daß sie den Physikern lange verborgen blieb, und die Bemühungen Faradays, Quinckes (1) und Röntgens (2), eine optische Wirkung des elektrischen Feldes aufzufinden, keinen Erfolg hatten. Erst im Jahre 1875 entdeckte Kerr (1) bei Glas und Kolophonium die oben beschriebene Erscheinung, und nach ihm bezeichnet man diese auch als elektrooptischen Kerreffekt.

Kerr (1) untersuchte zuerst ein parallelepipedisches Glasprisma, in dessen ausgebohrten Enden die zu den Polen eines Induktoriums führenden Drähte steckten. Befand sich der Glaskörper zwischen gekreuzten Nicols, so trat nach Erregung des Induktoriums infolge der entstandenen Doppelbrechung eine Aufhellung des Gesichtsfeldes ein, falls normal zur Feldrichtung beobachtet wurde und letztere gegen die Schwingungsrichtungen der Nicols geneigt war. Durch einen zwischen diese gebrachten, geeignet deformierten zweiten Glasstreifen konnte die entstandene Aufhellung wieder zum Verschwinden gebracht werden.

Bei dieser Anordnung war das elektrische Feld, in welchem sich der Glaskörper befand, nicht homogen; es wurden deshalb von Mackenzie und Quincke (1) Zweifel darüber erhoben, ob es sich bei den Versuchen Kerrs — deren Reproduzierung nicht allen Forschern (Gordon, Mackenzie, Grunmach) gelang, während andere [Quincke (1), Brongersma] sie bestätigen konnten — überhaupt um eine direkte Einwirkung des elektrischen Feldes auf die optischen Eigenschaften des Glases gehandelt hatte, oder ob die Doppelbrechung nicht vielmehr durch sekundäre mechanische Spannungen hervorgerufen worden war, welche (infolge der stets vorhandenen geringen Leitfähigkeit des Glases) im inhomogenen Felde durch ungleichmäßige Joulesche Wärmeentwickelung entstehen können. Zwar konnte Kerr (6) später die Erscheinung auch in einem homogenen Felde bei einer Glasplatte nachweisen, deren parallele Begrenzungsflächen mit Stanniolbelegungen versehen waren, welche als Kondensatorplatten dienten; doch ließ sich nicht mit völliger Sicherheit entscheiden, ob die erregte Doppelbrechung ihre Ursache in der gegenseitigen elektrostatischen Anziehung der Plattenbelegungen und dem dadurch auf die Glasplatte ausgeübten mechanischen Druck hatte, zumal ihr Entstehen und Ver-

schwinden dem Entstehen und Verschwinden des elektrischen Feldes nicht momentan folgte.

Die Verhältnisse wurden geklärt, als Röntgen (1) und Brongersma bei Flüssigkeiten, deren elektrische Doppelbrechung ebenfalls von Kerr (2) entdeckt worden war, nachwiesen, daß innere Strömungen — etwa hervorgebracht durch ungleichmäßige Erwärmung im inhomogenen Felde, oder durch suspendierte Staubteilchen — keinen merklichen Einfluß auf die beobachteten Erscheinungen besitzen. Eine gegenseitige Anziehung der Elektroden oder Kondensatorplatten spielt aber bei der elektrischen Doppelbrechung der Flüssigkeiten überhaupt keine Rolle, da hierdurch zwar eine in allen Punkten gleiche Änderung der Dichte und damit des Brechungsindex, aber kein lokal wechselnder Spannungszustand mit Doppelbrechung hervorgerufen werden kann.

Nachdem Pockels (2) gezeigt hatte, daß die Änderung der natürlichen Doppelbrechung, welche bei gewissen Kristallen im elektrischen Felde auftritt, zum Teil einer unmittelbaren Einwirkung des letzteren auf das optische Verhalten zugeschrieben werden muß, war außer jeden Zweifel gesetzt, daß es sich auch bei der elektrischen Doppelbrechung der festen Körper um eine direkte elektro-optische Wirkung handelt.

Ganz analoge Erscheinungen treten bei einem Medium auf, das sich in einem Magnetfelde befindet. Diese magnetische Doppelbrechung, welche zuerst von Voigt (1) bei Natriumdampf und von Becquerel bei gewissen Kristallen in der Nähe schmaler Absorptionsstreifen, später von Cotton und Mouton (1) bei organischen Flüssigkeiten nachgewiesen wurde, ist namentlich von den beiden letztgenannten Forschern eingehend untersucht worden (7). Die Erscheinungen der magnetischen Doppelbrechung gehen jenen der elektrischen im allgemeinen parallel; im folgenden wollen wir aber nur dann näher auf sie eingehen, wenn es sich um Fragen handelt, die für die elektrische Doppelbrechung selbst von Bedeutung sind.

§ 2. Theorien der elektrischen Doppelbrechung.

1. Ältere Theorien von Pockels. Die ersten Theorien der elektrischen Doppelbrechung rühren von Pockels her. In einer älteren Arbeit (1) nimmt er einen rein phänomenologischen Standpunkt ein. Bestimmte Hypothesen über die Vorgänge im Inneren der elektrisch beeinflußten Substanz werden nicht aufgestellt, sondern nur die (allerdings sehr plausible) Annahme gemacht, daß sowohl bei Kristallen, als auch bei isotropen Körpern das Fresnelsche Gesetz im elektrischen

Felde bestehen bleibt. Sie sagt aus, daß das Volumelement eines jeden Körpers sich im elektrischen Felde verhält wie ein natürlicher Kristall. Die Ansätze von Pockels führen bei Kristallen mit zentrischer Symmetrie im allgemeinsten Falle zu 36 elektro-optischen Konstanten, die aus der Beobachtung erschlossen werden können und sich bei isotropen Medien auf zwei reduzieren, durch welche die Unterschiede zwischen dem Brechungsindex der ordentlichen, bzw. außerordentlichen Welle und jenem des isotropen Körpers bestimmt sind.

Später hat Pockels (3) eine speziellere Theorie entwickelt. Ausgehend von den Gleichungen der elektromagnetischen Lichttheorie, erhielt er unter der Annahme, daß die Dielektrizitätskonstante eine quadratische Funktion der Feldstärke ist, für isotrope Körper eine mit dem Quadrate der letzteren proportionale elektrische Doppelbrechung, was mit der Erfahrung übereinstimmt. Dieselbe ist positiv, wenn die Dielektrizitätskonstante mit der Intensität der Feldstärke gleichzeitig zunimmt, im anderen Falle negativ; aus ihrem, wie schon bemerkt, stets kleinen Betrage ist dann zu folgern, daß die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von der Feldstärke nur eine sehr geringe sein könnte.

2. Theorie des Zeeman-Effektes. Einen neuen Antrieb erhielten die Forschungen auf dem Gebiete der Elektro-Optik durch die Theorie, welche Voigt (3, 4, 6) in Anlehnung an jene des Zeeman-Effektes aufgestellt hat. Während Voigt in seinen ersten Veröffentlichungen (2, 3) von den (mit Rücksicht auf die Dispersionserscheinungen) phänomenologisch erweiterten Hertzschen Gleichungen der Elektrodynamik ausging, stellte er sich später (4, 6) ganz auf den Boden der Elektronentheorie. Nach dieser wirkt bekanntlich auf jedes schwingende Elektron eine seiner Verrückung aus der Gleichgewichtslage proportionale quasi-elastische Kraft. Die Proportionalität besteht aber nur so lange, als sich das Elektron in einem elektrischen Felde bewegt, welches (wie z. B. in einer Lichtwelle) geringe Intensität besitzt; sie hört jedoch auf bei starken äußeren Feldern, ähnlich wie auch das Hookesche Gesetz für elastische Körper nicht mehr gilt, wenn die deformierende Kraft eine gewisse Grenze überschritten hat. Voigt erweitert daher das Gesetz der quasi-elastischen Kraft durch Zusatzglieder, welche bei schwachen elektrischen Feldern verschwindend klein werden, und bei starken die Abweichung von der Proportionalität bedingen. Das Feld der quasi-elastischen Kraft, welches er bei isotropen Körpern als ursprünglich ebenfalls isotrop annimmt, wird dann unter der Einwirkung des äußeren elektrischen Feldes anisotrop. Für die

im letzteren schwingenden Dispersionselektronen gewinnt man auf diesem Wege eine Verschiebung aus der Gleichgewichtslage und Bewegungsgleichungen, die durchaus jenen analog sind, welche in einem optisch einachsigen Kristall mit parallel zur Feldrichtung liegenden optischen Achse gelten. Durch die Einwirkung des elektrischen Feldes muß also das ursprünglich isotrope Medium in einen einachsigen Kristall verwandelt werden, in Übereinstimmung mit den Beobachtungen über elektrische Doppelbrechung.

Der Voigtschen Theorie liegen dieselben Vorstellungen zugrunde, welche man nach H. A. Lorentz zur Erklärung des Zeeman-Effektes benutzt; sie wird deshalb in der elektro-optischen Literatur vielfach schlechtweg die „Theorie des Zeeman-Effektes" genannt und diese Bezeichnung wollen auch wir im folgenden beibehalten.

3. Molekulare Orientierungstheorie. Neuerdings ist neben der Theorie des Zeeman-Effektes noch eine weitere Theorie der elektrooptischen Erscheinungen zur Geltung gelangt, welche von ganz anderen Vorstellungen ausgeht. Schon Kerr (2) hatte die Auffassung vertreten, daß das elektrische Feld eine orientierende Wirkung auf die Moleküle des isotropen Körpers ausübt und diesen dadurch doppelbrechend macht. Später hat Larmor angenommen, daß die Moleküle eines isotropen Körpers zwar selbst isotrop sind, im elektrischen Felde aber eine anisotrope Anordnung erfahren, wodurch dann eine optische Anisotropie bedingt wird.

Diese molekulare Orientierungstheorie wurde später von Havelock (1) und Natanson auf Grund der Larmorschen Vorstellung weiter entwickelt; besonders fruchtbar gestaltete sie sich aber erst durch die von Cotton und Mouton (4) gemachte Annahme, daß die Moleküle auch in einem isotropen Körper anisotrop, aber ganz regellos verteilt sind, durch die Wirkung eines äußeren elektrischen (oder magnetischen) Feldes jedoch teilweise parallel gerichtet werden, so daß sich die Anisotropie der einzelnen Moleküle dann in einer optischen Anisotropie des ursprünglich isotropen Körpers äußert. Gewissermaßen ein Modell zu dieser Vorstellung liefern die Versuche von Chaudier, welcher zeigte, daß Flüssigkeiten, in welchen Pulver von Kristallen suspendiert sind, deren mittlerer Brechungsindex von dem der Flüssigkeit nur wenig abweicht, eine elektrische Doppelbrechung aufweisen; die anfangs regellos verteilten Kristallfragmente werden im elektrischen Felde ausgerichtet, wodurch ihre ursprüngliche natürliche Doppelbrechung in Erscheinung tritt.

Die erste quantitative Ausarbeitung der molekularen Orientierungs-

theorie unter Zugrundelegung der zuletzt angedeuteten Idee verdanken wir Langevin. Den anisotropen Molekülen wird von Langevin in optischer, elektrischer und magnetischer Hinsicht die Symmetrie von Rotationsellipsoiden beigelegt; ursprünglich regellos gelagert, erhalten sie unter der Einwirkung eines äußeren Feldes eine durch die Wärmebewegung behinderte Orientierung, die mit dem Boltzmannschen Ansatz für das statistische Gleichgewicht von Molekülen, die unter einem Potential stehen, berechnet wird. Die Ergebnisse der Langevinschen Rechnungen lassen eine experimentelle Prüfung zu und stehen im allgemeinen im Einklang mit den Beobachtungen.

Später hat Voigt (7, 8, 9, 10) die Untersuchungen Langevins unter der allgemeinen Annahme weitergeführt, daß die anisotropen Moleküle nicht Rotationssymmetrie, sondern den Habitus dreiachsiger Ellipsoide, d. h. rhombische Symmetrie, besitzen; eine Erweiterung, die fast gleichzeitig Enderle vorgenommen hat. Besonderen Wert gewinnt die Arbeit Voigts durch die Berücksichtigung der Absorptionsverhältnisse, welche von Langevin außer acht gelassen worden waren.

Welcher Symmetriegrad den Molekülen in Wirklichkeit zukommt, läßt sich aus den Beobachtungen über elektrische und magnetische Doppelbrechung nicht feststellen; auch bei rhombischer Symmetrie werden die Moleküle nach Erregung des äußeren Feldes noch alle möglichen Lagen um die Richtung desselben einnehmen und da schließlich immer nur Mittelwerte beobachtet werden, so wird das ursprünglich isotrope Medium auch in diesem Falle optisch einachsig erscheinen. Die von Cotton vorgeschlagene gleichzeitige Benutzung eines elektrischen und eines mit diesem nicht zusammenfallenden magnetischen Feldes könnte über die molekularen Symmetrieverhältnisse nur dann Aufschluß geben, wenn die Ausrichtung der Moleküle durch die äußeren Felder eine vollkommene wäre; in Wirklichkeit bleibt sie aber wegen der ihr entgegenarbeitenden Wärmebewegung unvollständig, und infolgedessen besteht die gleichzeitige Wirkung der beiden Felder, wie Pockels (6) gezeigt hat, einfach in der Superposition der Einzelwirkungen eines jeden derselben, so daß die Beobachtung nichts Neues über die molekulare Symmetrie ergeben kann.

Theorie des Zeeman-Effektes und molekulare Orientierungstheorie führen in manchen Punkten zu ganz verschiedenen Resultaten. Es ist der experimentellen Forschung bis jetzt noch nicht gelungen, eine völlig einwandfreie Entscheidung zugunsten einer der beiden Theorien zu treffen.

Neuerdings vertritt Voigt (7) die Auffassung, daß die elektrische

Doppelbrechung zum Teil durch direkte Einwirkung des elektrischen Feldes auf die schwingenden Elektronen, zum Teil durch eine Orientierung der Moleküle zustande kommt. Je nachdem die eine oder die andere dieser Wirkungen vorherrscht, wird dann ihre alleinige Betrachtung zur Erklärung des Vorganges genügen. Ein solcher Kompromiß-Standpunkt, auf den schon früher Natanson hingewiesen hat und den auch Cotton und Mouton (7) einnehmen, scheint den wirklichen Verhältnissen am ehesten gerecht zu werden.

§ 3. Die Kerrsche Konstante und ihre Messung.

1. Das Kerrsche Gesetz der relativen Verzögerungen. Bald nach Entdeckung der elektrischen Doppelbrechung hat Kerr (4) nach einer Beziehung zwischen der relativen Verzögerung der beiden rechtwinklig polarisierten Wellen und der Intensität des elektrischen Feldes gesucht.

Die von ihm dabei benutzte Versuchsanordnung war die folgende: Die parallelen Platten eines Schwefelkohlenstoff-Kondensators, deren Abstand in bestimmten Intervallen meßbar geändert werden konnte, wurden mit den Polen einer Elektrisiermaschine verbunden, welchen zwecks Konstanthaltung der Spannung eine Leydener Flasche parallel geschaltet war. Paralleles, linear polarisiertes Licht, dessen Schwingungsrichtung unter 45° gegen die elektrischen Kraftlinien geneigt war, durchsetzte den Schwefelkohlenstoff normal zur Feldrichtung; gemessen wurde die entstandene Doppelbrechung mit Babinetschem Kompensator und analysierendem Nicol. Zur Bestimmung des an den Platten angelegten Potentials V diente ein Thomsonsches Elektrometer. War a der Plattenabstand, somit $\frac{V}{a}$ die äußere Feldstärke E, so ergab sich die relative Verzögerung Δ zwischen ordentlicher und außerordentlicher Welle proportional dem Quadrate der elektrischen Feldstärke und proportional der Länge l der durchstrahlten, elektrisch beeinflußten Schwefelkohlenstoffschicht. Die von Kerr gefundene Beziehung lautet somit

$$\Delta = B\,l\,E^2.$$

Ist Δ in Wellenlängen, l in cm und E in absoluten Einheiten ausgedrückt, so heißt B die Kerrsche oder elektro-optische Konstante. Sie hängt von der Natur der Substanz, von der Wellenlänge der benutzten Lichtart und der Temperatur ab: ihre Vorzeichen bestimmt jenes der elektrischen Doppelbrechung.

Die Proportionalität der relativen Verzögerung mit dem Quadrate der elektrischen Feldstärke, welche sich auch aus den Symmetrieverhältnissen der Erscheinung plausibel machen läßt (Voigt [11]), wurde später von Quincke (2), Lemoine, Cotton und Mouton (7), sowie neuerdings von Chaumont (2) bei Flüssigkeiten geprüft und bestätigt; sie ist auch bei festen Körpern (Tauern) für gültig befunden worden. Elmén hat allerdings mit einer Methode, auf welche wir weiter unten zurückkommen werden (S. 250), bei Schwefelkohlenstoff für kleine Felder größere relative Verzögerungen gefunden, als dem Gesetze der Proportionalität entsprechen würde. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß dieses abweichende Resultat nicht richtig ist. Zwar ist der von König erhobene Einwand, daß die Ursache in den gespannten, den Schwefelkohlenstofftrog verschließenden Glasplatten liegen könnte, nicht stichhaltig, da bei dem Beobachtungsverfahren Elméns eine solche störende Wirkung der Verschlußgläser eliminiert worden wäre (Mc Comb [2]); vielmehr ist sie offenbar auf die Unzulänglichkeit der Theorie des optischen Meßinstrumentes zurückzuführen (Voigt [6]). Jedenfalls hat später Morse (2) das Kerrsche Gesetz auch bei kleinen Feldstärken bestätigt gefunden.

Sowohl die Theorie des Zeeman-Effektes (Voigt [6], Enderle), als auch die molekulare Orientierungstheorie (Langevin, Voigt [7], Enderle) ergibt Proportionalität zwischen der relativen Verzögerung und dem Quadrate der elektrischen Feldstärke; beide Theorien führen somit in diesem Punkte zu dem nämlichen, von der Erfahrung bestätigten Resultate.

Die Proportionalität der relativen Verzögerung mit der Länge l der durchstrahlten Schicht leuchtet ein, wenn man der bekannten Beziehung

$$\frac{\varDelta}{l} = \frac{n_1 - n_2}{\lambda}$$

gedenkt, die zwischen dem außerordentlichen und ordentlichen Brechungsindex n_1 und n_2, sowie der Wellenlänge des Lichtes λ besteht. Ihre Einführung ergibt für das Kerrsche Gesetz die Formel

$$n_1 - n_2 = B\lambda E^2.$$

Bei großen Längen l hat Quincke (2) eine Abnahme von B beobachtet; vermutlich rührte diese jedoch von der störenden Wirkung der an den Kondensatorrändern auftretenden Inhomogenitäten des elektrischen Feldes her, welche namentlich bei kurzen Kondensatorplatten erheblichen Einfluß gewinnen. Neuere Beobachtungen Mc

Combs (2) haben das abweichende Resultat Quinckes nicht bestätigen können.

Die Kerrsche Konstante läßt sich demnach ermitteln, wenn die Bestimmung der relativen Verzögerung Δ, der sie erzeugenden Feldstärke E und der Länge des Lichtweges l erfolgt ist.

2. Optische Anordnungen bei der absoluten Bestimmung der Kerrschen Konstante. Zur Messung der relativen Verzögerung zwischen der ordentlichen und außerordentlichen Welle können prinzipiell alle Methoden benutzt werden, die zur Analyse elliptisch polarisierten Lichtes dienen. Da dieselben aber für den vorliegenden Zweck mehr oder weniger abgeändert wurden, wollen wir auf diese Modifikationen hier kurz eingehen. Eine eingehende Theorie der verschiedenen Meßmethoden zur Untersuchung elliptisch polarisierten Lichtes findet sich bei Chaumont (2).

Die einfachste Anordnung ist der Sénarmontsche Kompensator. Man beobachtet zwischen gekreuzten Nicols, deren Schwingungsrichtungen unter 45° gegen die Richtung des elektrischen Feldes geneigt sind, in welches der zu untersuchende, ursprünglich isotrope Körper gebracht wird. Zwischen diesem und dem Analysator befindet sich ein Viertelwellenlängenblättchen, dessen Schwingungsrichtungen mit jenen der Nicols zusammenfallen. Das aus ihm austretende Licht ist auch nach Erregung der elektrischen Doppelbrechung linear polarisiert, seine Polarisationsebene hat jedoch ihre Lage geändert und man muß daher den Analysator um einen Winkel φ drehen, um wieder Dunkelstellung zu erhalten. Die relative Verzögerung Δ ergibt sich zu $\Delta = \varphi/2$.

Cotton und Mouton (6, 7) haben diese Anordnung mit einer Halbschattenvorrichtung versehen, indem sie vor den Analysator ein die eine Hälfte des Gesichtsfeldes bedeckendes Lippichsches Prisma (oder eine Soleilsche Platte) setzten. Die Methode wird dadurch hinreichend empfindlich, um Verzögerungen von $5 \cdot 10^{-5}$ Wellenlängen messen zu können; sie ist jedoch nur brauchbar, wenn die durch das elektrische Feld hervorgerufene Doppelbrechung nicht gleichzeitig von einem Dichroismus begleitet ist. Chaumont (2) benutzte als Halbschattenvorrichtung eine $\pm\lambda$-Quarzplatte, die so mit dem Sénarmontschen Kompensator kombiniert wird, daß vier Gesichtsfeldteile mit den Verzögerungen 0, $\frac{\lambda}{2}$, $\pm\frac{\lambda}{4}$ entstehen. Zur Vermeidung von störenden Reflexionen an den Kristallplatten hat er besondere Vorsichtsmaßnahmen getroffen.

Der gewöhnliche Babinetsche Kompensator (mit nicht homo-

genem Gesichtsfeld) wurde früher bei den absoluten Messungen von Kerr (4), Quincke (2) und Lemoine benutzt. Er fand auch in neuerer Zeit bei der Untersuchung über die elektrische Doppelbrechung Verwendung (Blackwell), wenn es sich darum handelte, die Abhängigkeit der Kerrschen Konstante von der Wellenlänge festzustellen (S. 266). Man beleuchtet zu dem Zwecke mit weißem Lichte, welches nach dem Austritt aus dem Analysator spektral zerlegt wird. Bei geeigneter Anordnung erscheint dann das kontinuierliche Spektrum in seiner ganzen Ausdehnung von der dunklen Bande des Babinetschen Kompensators durchzogen. Wird der zu untersuchende, doppelbrechende Körper zwischen die Nicols gebracht, so daß seine Hauptschwingungsrichtungen mit jenen der Kompensatorkeile zusammenfallen, so verschiebt sich die dunkle Bande, und zwar ungleichmäßig, wenn die Doppelbrechung des Körpers für verschiedene Farben verschieden stark ist. Aus den Abständen der einzelnen Punkte der verschobenen, bzw. deformierten Bande von der unverschobenen ergibt sich die Dispersion der Kerrschen Konstante. Die Methode ist nicht sehr empfindlich, hat aber den Vorteil, daß die Doppelbrechung für verschiedene Farben stets bei genau der gleichen Feldstärke gemessen wird.

Bei Arbeiten mit einfarbigem Licht ist der Babinet-Soleilsche Kompensator vorzuziehen. Der Verschiebung der dunklen Bande beim gewöhnlichen Babinetschen Kompensator entspricht hier bekanntlich (zwischen gekreuzten Nicols) einer Aufhellung des homogenen Gesichtsfeldes. Koenigsberger hat das Instrument mit einer Halbschattenvorrichtung aus Glimmer versehen, welche nach Art der Calderonschen Platte hergestellt ist. Mit dieser sehr empfindlichen Anordnung hat Tauern die elektrische Doppelbrechung von Gläsern gemessen. Lyon hat als Halbschattenvorrichtung eine gleich zu besprechende Anordnung von Leiser benutzt.

Brace hat einen elliptischen Halbschattenanalysator beschrieben, dessen sich in neuerer Zeit verschiedene Forscher (Elmén, Hagenow, Mc Comb [2], Bergholm [2, 3]) bei ihren Untersuchungen über elektrische Doppelbrechung bedient haben. Die eine Hälfte des Gesichtsfeldes wird von einer dünnen Glimmerplatte mit der relativen Verzögerung δ bedeckt; eine zweite Glimmerplatte, deren relative Verzögerung $\Delta > \frac{\delta}{2}$ ist, nimmt das ganze Gesichtsfeld ein. Wird sie um ihre Normale gedreht, so gibt es stets zwei Stellungen, bei welchen die Gesichtsfeldhälften zwischen gekreuzten Nicols gleich hell erscheinen. Ein zwischen beide Platten gebrachtes doppelbrechendes Medium stört

die „Halbschattenstellung", und um sie wieder zu erhalten, muß die das ganze Gesichtsfeld bedeckende Platte weitergedreht werden. Aus den beiden Einstellungen läßt sich die durch die doppelbrechende Substanz hervorgerufene Phasenverzögerung berechnen. Bei hinreichend kleinem δ wird die Anordnung sehr empfindlich — Gangunterschiede von 10^{-4} Wellenlänge können dann noch nachgewiesen werden —, die Ausrechnung des Resultats ist jedoch ziemlich langwierig und umständlich (Brace, Tuckerman, Hebecker, Perucca, Bergholm [1]).

Auch die Methode des deformierten Glasstreifens kann bei der Messung der elektrischen Doppelbrechung benutzt werden. Wird ein Glasstreifen schwach gebogen, so bleibt er in der (mechanisch nicht beeinflußten) Mittelschicht isotrop und zeigt zu beiden Seiten derselben mit wachsender Entfernung zunehmende Doppelbrechung von entgegengesetztem Vorzeichen. Die beiden Hauptschwingungsrichtungen liegen dabei parallel, bzw. normal zur Streifenrichtung. Bringt man den Streifen zwischen gekreuzte Nicols, so daß deren Schwingungsrichtungen unter 45^0 gegen die Streifenrichtung geneigt sind, so ist das Gesichtsfeld von einer dunklen Bande durchzogen, welche der isotropen Mittelschicht entspricht. Zu beiden Seiten der Bande zeigt es gegen die Ränder des Streifens wachsende Aufhellung.

Führt man den zu untersuchenden doppelbrechenden Körper zwischen die Nicols ein, so daß seine Hauptschwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur Streifenrichtung liegen, so verschiebt sich die dunkle Bande und rückt an die Stelle, wo die relative Verzögerung des Körpers jene des Streifens gerade kompensiert. Aus der Verschiebung des Streifens läßt sich (nach Eichung mit irgendeiner anderen Methode) die Größe der relativen Verzögerung ermitteln. Diese Anordnung hat Zeeman beim Nachweis der elektrischen Doppelbrechung von Salmiakdampf (Zeeman und Hoogenboom), sowie von flüssiger Luft (Zeemann) benutzt. Auch sie läßt sich, ähnlich wie oben beim Babinetschen Kompensator angegeben, bei der Untersuchung der Änderung der Kerrschen Konstante mit der Wellenlänge des Lichtes verwenden. (Zeeman).

3. Elektrische Anordnungen bei der absoluten Bestimmung der Kerrschen Konstante. Bei festen Substanzen pflegt man plattenförmige Präparate mit Stanniolbelegungen zu versehen oder zwischen die Platten eines Kondensators zu bringen. Bei Flüssigkeiten (der bis jetzt am meisten untersuchten Körperklasse) wird der Kondensator zwecks besserer Isolation ganz in die Flüssigkeit eingetaucht; das Feld zwischen den Kondensatorplatten ist dann nicht

homogen (Chaumont [2]). Sind jedoch die Ränder der letzteren von der Wand des Flüssigkeitstroges hinreichend entfernt, so kann man die Inhomogenität nach Lemoine berücksichtigen, indem man im Kerrschen Gesetz für die Länge l des Lichtweges

$$l = L + \frac{a}{\pi}\left(1 - \frac{a}{L} \log \text{nat} \frac{\pi L}{a}\right)$$

setzt, wobei L die parallel dem Strahlengang gemessene Länge der Kondensatorplatten, a den Plattenabstand bedeutet. Für die Feldstärke E ist dann einfach $\frac{V}{a}$ zu setzen.

Die Formel ist von den meisten späteren Beobachtern benutzt worden; sie ist eine Näherungsformel, deren Gültigkeitsbereich Lemoine nicht untersucht hat. Chaumont (2) hat deshalb neuerdings die Frage der Längenkorrektur erneut aufgenommen und streng behandelt. Er findet für die Länge l des Lichtweges

$$l = L + \frac{a}{\pi}\left[1 + \frac{d}{a} \log\left(1 + \frac{a}{d}\right)\right],$$

wobei d die Dicke der Kondensatorplatten bedeutet und die übrigen Bezeichnungen die nämlichen sind wie oben. Diese Formel gilt für den Fall, daß Länge und Breite des Kondensators 3 bis 4 mal so groß sind, wie der Plattenabstand, und außerdem der die Flüssigkeit enthaltende Trog erheblich größere Dimensionen besitzt wie der Kondensator selbst.

Ist letztere Bedingung nicht erfüllt, so gilt

$$l = L + \frac{a}{\pi}\left[1 + \frac{v}{\sqrt{v^2 - 1}} \log \text{nat}\left(v + \sqrt{v^2 - 1}\right) - \log \text{nat} \frac{vt - 1 + \sqrt{v^2 - 1}\sqrt{t^2 - 1}}{t - v}\right],$$

wo

$$v = \frac{(a + 2d)^2}{4d(a + l)}$$

ist und t durch die Beziehung

$$l' - L = \frac{a}{\pi}\left[\sqrt{\frac{t^2 - 1}{v^2 - 1}} + \frac{v}{\sqrt{v^2 - 1}} \log \text{nat}\left(t + \sqrt{t^2 - 1}\right) - \log \text{nat} \frac{vt - 1 + \sqrt{v^2 - 1}\sqrt{t^2 - 1}}{t - v}\right]$$

gegeben wird, unter l' die Länge des Flüssigkeitstroges verstanden.

Für die praktische Ausrechnung gibt Chaumont Näherungsformeln, die mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate liefern.

Als Kondensatorplatten verwendet man meist lange, rechteckige Metallplatten; Blackwell benutzte plane, versilberte Glasplatten. Um einen gleichmäßigen Abstand der Platten zu erzielen, pflegt man zwischen dieselben kleine, planparallele Glas- oder Quarzstücke von bekannter Dicke zu legen. Auch Chaumont (2) ist bei seinen neueren Präzisionsmessungen so verfahren; die Größe des Plattenabstandes selbst hat er auf optischem Wege ermittelt.

Als Spannungsquelle diente bei vielen absoluten Messungen eine Influenzmaschine Kerr (4), Quincke (2), Lemoine, Hagenow, Mc Comb (2); Unregelmäßigkeiten in ihrem Gange und dadurch hervorgerufene Potentialschwankungen machen sich sehr störend bemerkbar, da die Feldstärke im Quadrat eingeht. Zuweilen wurde auch eine Hochspannungsmaschine benutzt [Bergholm (2)]. Eine Spannungsquelle von unübertrefflicher Konstanz bildet eine Batterie von Akkumulatoren; eine solche wurde von Blackwell, Tauern, Lyon und Chaumont (1, 2) benutzt. Freilich ist man nicht imstande, mit ihr die oft notwendigen, sehr hohen Spannungen zu erzeugen. Um die Strömungen herabzudrücken, welche bei Flüssigkeiten durch ungleichmäßige Joulesche Wärmeentwicklung hervorgerufen werden, haben Cotton und Mouton (7) mit einem Wechselfelde (von der Periodenzahl 30) gearbeitet.

Die Messung von Akkumulatorenspannung kann in der üblichen Weise geschehen. Zur Messung der hohen, durch eine Influenzmaschine erzeugten Spannung diente vielfach ein Thomsonsches Elektrometer, dessen Prinzip bekanntlich auf der statischen Anziehung zweier gegenüberliegenden Metallplatten beruht (Kerr [4], Quincke [2]). Lemoine benutzte eine von Abraham und ihm (1) angegebene Modifikation desselben. Hagenow und Mc Comb (2) bedienten sich einer von W. Kaufmann herrührenden und von Almy beschriebenen Form. Pockels (2) verwendete eine elektrostatische Drehwage. Da zur Vermeidung Joulescher Wärmeentwickelung die Potentiale namentlich bei besser leitenden Substanzen nicht allzu lange angelegt werden sollen, ist ein Instrument von geringer Kapazität und kurzer Einstellungsdauer sehr empfehlenswert. Eine kurze Beobachtungsdauer ist insbesondere auch bei solchen Substanzen notwendig, welche bei längerem Strom- und Lichtdurchgang eine Zersetzung erleiden. So z. B. wird dann Cumol trübe und zeigt deutlich suspendierte Teilchen (Lippmann, Lyon), welche eine remanente Doppelbrechung hervorrufen

können (Chaudier). Eine möglicherweise hierauf beruhende, ähnliche Erscheinung hat Leiser (1) bei Safrol beobachtet.

4. Methode für relative Messungen von Des Coudres. Für den Vergleich der Kerrschen Konstanten zweier Flüssigkeiten (oder Gase) ist von Des Coudres eine Methode angegeben worden, welche später W. Schmidt ausgearbeitet hat. Zwei Flüssigkeitskondensatoren werden zwischen gekreuzte Nicols hintereinander geschaltet, so daß die Schwingungsrichtungen der letzteren mit der elektrischen Feldrichtung Winkel von 45° bilden. Die Kondensatoren werden mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt und die Plattenpaare rechtwinklig gekreuzt, bzw. parallel geschaltet, je nachdem die Kerrschen Konstanten der Flüssigkeiten gleiches oder entgegengesetztes Vorzeichen besitzen. Der Plattenabstand des einen Kondensators, welcher die zu untersuchende Flüssigkeit enthält, ist konstant; bei dem anderen, mit einer Hilfsflüssigkeit gefüllten, kann er meßbar geändert werden. Verbindet man beide Kondensatoren mit derselben Spannungsquelle, so tritt im allgemeinen eine Aufhellung des Gesichtsfeldes ein. Die relativen Verzögerungen der doppelbrechend gewordenen Flüssigkeiten wirken jedoch in entgegengesetztem Sinne und können sich bei geeigneter Abstandsänderung der verstellbaren Kondensatorplatten gegenseitig ganz kompensieren, was sich an der wiederhergestellten Dunkelheit des Gesichtsfeldes zu erkennen gibt. Bezeichnet man bei dieser Kompensationsstellung mit a_1, bezw. a_2 den Plattenabstand des verstellbaren, mit der Hilfsflüssigkeit gefüllten Kondensators, je nachdem sich im anderen Kondensator die zu untersuchende Flüssigkeit mit der Kerrschen Konstante B_1, bzw. eine Vergleichsflüssigkeit mit der bekannten Kerrschen Konstante B_2 befindet, so ergibt sich

$$B_1 = B_2 \frac{a_2^2}{a_1^2}.$$

Bei dieser Formel ist allerdings nicht beachtet, daß der in Rechnung zu setzende Lichtweg vom Abstand der Kondensatorplatten abhängt; doch läßt sich der gegebenenfalls hierdurch entstehende Fehler leicht eliminieren (Schmidt, Leiser [1]).

Die Kerrsche Konstante der Vergleichsflüssigkeit fällt, wie man sieht, vollständig heraus. Die Methode besitzt den Vorteil, daß die Spannung nicht konstant zu sein braucht und sich auch während eines Versuchs ändern kann. Es ist nun die Messung der Plattenabstände a_1 und a_2 erforderlich; von der Genauigkeit, mit welcher diese ausgeführt werden kann, hängt auch die Genauigkeit der ganzen Bestimmung ab.

Da die elektrische Doppelbrechung am größten ist, wenn die Schwingungsrichtung des Lichtes mit der Richtung des elektrischen Feldes einen Winkel von 45° bildet und verschwindet, wenn beide senkrecht oder parallel zueinander liegen, so kann man, statt die Kompensation durch Veränderung des Plattenabstandes des mit der Hilfsflüssigkeit gefüllten Kondensators zu erzielen, dieselbe auch dadurch erreichen, daß man diesen Kondensator um eine dem hindurchgehenden Lichtstrahl parallele Achse dreht. Dieses Verfahren hat Lyon ausgearbeitet.

Um die Empfindlichkeit der Einstellung bei Kompensation zu erhöhen, hat Leiser (1) die Anordnung mit einer Halbschattenvorrichtung versehen; diese besteht aus zwei hintereinander gelegten Glasplättchen, von welchen das eine nur das halbe Gesichtsfeld bedeckt. Durch geeignete Deformation der Glasplatten werden in beiden Gesichtsfeldhälften gleiche, aber entgegengesetzte Verzögerungen hervorgerufen. Die Intensitäten der Gesichtsfeldhälften sind im allgemeinen verschieden, bei Kompensationsstellung jedoch gleich. Diese Anordnung mit welcher Gangunterschiede von $2 \cdot 10^{-5}$ Wellenlänge noch nachgewiesen werden können, hat auch Hansen bei der Untersuchung der elektrischen Doppelbrechung von Gasen und Lyon bei Messung der Dispersion der elektrischen Doppelbrechung benutzt.

Als Spannungsquelle diente Schmidt und Lippmann eine Influenzmaschine oder die Sekundärspule eines Induktoriums. Bei schlecht leitenden Flüssigkeiten verwendet man zweckmäßig ein schnelles Wechselfeld (Schmidt), dessen Schwingungsdauer groß sein muß gegenüber der Entstehungsdauer der elektrischen Doppelbrechung. Leiser (1, 2) und Hansen arbeiteten mit ungedämpften Lichtbogenschwingungen von der Periodenzahl etwa 20000; Lyon bediente sich einer Hochfrequenzmaschine von der Periodenzahl 2000.

Die Methode von Des Coudres hat namentlich bei Untersuchungen über die Abhängigkeit der Kerrschen Konstante von der chemischen Zusammensetzung und Konstitution Verwendung gefunden.

§ 4. Die Kerrsche Konstante bei festen Körpern.

1. Isotrope Körper. Die elektrische Doppelbrechung war zwar von Kerr (1) bei isotropen festen Körpern (Glas und Kolophonium) entdeckt worden, aber gerade diese ersten Beobachtungen waren wegen der Inhomogenität des benutzten elektrischen Feldes nicht einwandfrei (S. 242). Später konnte Kerr (6) zwar auch in einem homogenen elektrischen Felde die elektrische Doppelbrechung von Glas nachweisen,

doch war seine Versuchsanordnung so unempfindlich, daß die fragliche Erscheinung hart an der Grenze der Beobachtungsmöglichkeit lag.

Die absolute Messung der Kerrschen Konstante von Gläsern wurde in neuerer Zeit von Tauern durchgeführt. Zur Untersuchung kamen namentlich schwere Flintgläser von Schott, welche in Plattenform zwischen Kondensatorbelegungen gebracht oder nach Art einer Franklinschen Tafel mit Stanniolbelegungen versehen wurden. Die von einer Influenzmaschine gelieferte Spannung ergab sich aus der elektrischen Doppelbrechung von Schwefelkohlenstoff, dessen Kerrsche Konstante bekannt war. Als optisches Meßinstrument diente ein Babinet-Soleilscher Kompensator mit Halbschattenvorrichtung nach Koenigsberger (S. 250). Der Einfluß der Elektrostriktion war zuweilen sehr stark und beeinflußte den Kerr-Effekt beträchtlich, namentlich bei bleihaltigen Gläsern; gelegentlich wirkte er in entgegengesetztem Sinne, in einigen Fällen vermochte er dann den Kerr-Effekt fast zu verdecken.

Eine einfache Überlegung ergibt, daß die durch die rein elektrooptische und die piezo-optische Wirkung hervorgerufene gesamte relative Verzögerung der beiden Schwingungskomponenten

$$\varDelta = l\,E^2 B' = l\,E^2 \left(B - \frac{\varepsilon\, c}{8\,\pi}\right)$$

ist, wo l die Länge des Lichtweges, E die äußere elektrische Feldstärke, B die Kerrsche Konstante, ε die Dielektrizitätskonstante und c die piezo-optische Konstante des Glases bedeutet. Die Werte von c für die untersuchten Glassorten wurden einer Arbeit von Pockels (4) entnommen. Zur Veranschaulichung ist im folgenden eine Tabelle von Tauern wiedergegeben, welche eine Anzahl von Schottschen Gläsern enthält, deren Fabrikationsnummern in der ersten Spalte angegeben sind.

Nr.	Proz. Pb	c	$\frac{\varepsilon c}{8\,.\,\pi}\,10^8$	$B'\,.\,10^8$	$B\,.\,10^8$
0 658	25	0,0639	0,121	— 0,120	0,00
0 3031	30,6	0,0500	0,107	+ 0,186	0,293
0 5093	50,5	0,0444	0,109	+ 0,560	0,669
0 4818	70,0	0,0232	0,089	+ 0,901	0,990
S 350	80,0	— 0,0323	— 0,175	+ 1.56	1,385

Bei einigen Silikatgläsern, sowie bei amorphem Quarzglas konnte keine elektrische Doppelbrechung wahrgenommen werden.

2. Kristalle. Kerr (1) hatte beobachtet, daß Quarz parallel zur optischen Achse elektrisch doppelbrechend wird, wenn das elektrische Feld normal zur optischen Achse orientiert ist. Später hat Röntgen (2) bei diesem Kristall eine Änderung der natürlichen Doppelbrechung normal zur Richtung der Hauptachse feststellen können, wenn die elektrischen Kraftlinien senkrecht zu diesen und (ungefähr) parallel zu einer Nebenachse verliefen. Die elektrische Doppelbrechung zeigte sich der elektrischen Feldstärke direkt proportional, kehrte somit ihr Vorzeichen mit der Richtung des letzteren um. Kundt (2) konnte bei Quarz im elektrischen Felde eine Deformation der chromatischen Ringe nachweisen, welche im Polarisationsapparat bei konvergentem Lichte und Beobachtung in Richtung der Hauptachse auftreten, welches Resultat kurz darauf auch Röntgen (2) erhielt und später von Czermak bestätigt wurde.

Quarz gehört zu den Kristallen mit azentrischer Symmetrie, welche die Erscheinung der Piezo-Elektrizität aufweisen. Es war aus den Versuchen von Röntgen, Kundt und Czermak nicht zu ersehen, ob die beobachteten Erscheinungen einer direkten elektro-optischen Wirkung zugeschrieben werden mußten, oder nur durch Deformationen hervorgerufen wurden, welche bei piezo-elektrischen Kristallen im elektrischen Felde gemäß dem Lippmannschen Gesetze auftreten. Die Entscheidung wurde erst später durch die Untersuchungen von Pockels (2) herbeigeführt.

Die bei einem azentrischen Kristall in einem elektrischen Felde auftretenden Deformationen und dadurch hervorgerufenen optischen Wirkungen lassen sich berechnen, wenn die piezo-elektrischen und piezo-optischen Konstanten bekannt sind; um zu entscheiden, ob eine direkte Einwirkung des elektrischen Feldes auf die optischen Eigenschaften vorliegt, müssen die so ermittelten Änderungen des optischen Verhaltens mit den direkten elektro-optischen Wirkungen verglichen werden. Außerdem war daher noch die Messung der piezo-optischen und piezo-elektrischen Konstanten erforderlich; sie wurde, soweit sie nicht schon durchgeführt war, von Pockels ebenfalls ausgeführt, worauf aber hier nicht näher eingegangen werden soll.

Für die direkten elektro-optischen Wirkungen machte Pockels die Annahme (S. 243), daß das Fresnelsche Gesetz auch im elektrischen Felde gültig bleibt. Bei azentrischen Kristallen ergeben sich dann für die Änderungen der Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten homogene, lineare Funktionen der Feldkomponenten, was mit dem oben erwähnten Resultat Röntgens, sowie auch mit den

Pockelschen Beobachtungen selbst in Übereinstimmung ist. Nur in einem Falle (Seignettesalz) schienen außerdem die Quadrate und Produkte der Feldkomponenten, welche bei Kristallen mit zentrischer Symmetrie und isotropen Körpern ausschließlich wirken, von Einfluß zu sein.

Bei den Beobachtungen wurden die plattenförmigen, in geeigneter Weise gegen die kristallographischen Achsen orientierten Präparate zwischen die Platten eines Kondensators gebracht, welche mit den Polen einer Influenzmaschine verbunden waren. Zur Bestimmung des Potentials diente eine elektrostatische Drehwage, zuweilen auch die Schlagweite einer Funkenstrecke oder die Änderung der Doppelbrechung des Quarzes selbst, nachdem diese bestimmt worden war. Die relativen Verzögerungen wurden mit einem gewöhnlichen Babinetschen Kompensator gemessen.

Beim regulär-tetartoëdrisch kristallisierenden, piezo-elektrischen Natriumchlorat zeigte sich deutliche elektrische Doppelbrechung. Bezüglich der Zirkularpolarisation, welche dieser Kristall aufweist, wurde angenommen, daß sie sich der Doppelbrechung einfach superponiert. Die tatsächlich beobachtete elektro-optische Wirkung ergab sich ungefähr 12 mal so groß, als die aus der im elektrischen Felde auftretenden Deformation berechnete, und damit war eine direkte Einwirkung des elektrischen Feldes auf das optische Verhalten erwiesen.

Bei Quarz, welches der trapezoëdrisch-tetartoëdrischen Gruppe angehört, kommt die Zirkularpolarisation wegen der natürlichen Doppelbrechung nur für Wellen, welche sich nahezu parallel der Hauptachse fortpflanzen, in Betracht. Es zeigte sich auch hier, daß die optische Wirkung des elektrischen Feldes bedeutend größer ist, als sie sein müßte, wenn sie nur von der gleichzeitig stattfindenden Deformation des Kristalls herrühren würde. Wie bei Natriumchlorat, so kehrte auch — in Übereinstimmung mit den älteren Beobachtungen Röntgens — bei Quarz die elektro-optische Wirkung ihr Vorzeichen mit der Richtung des elektrischen Feldes um.

Bei dem der sphenoidisch-hemiëdrischen Gruppe des rhombischen Systems angehörenden Seignettesalz endlich beeinflußte das elektrische Feld parallel der kristallographischen c-Achse die Doppelbrechung im entgegengesetzten Sinne, wie die durch dasselbe hervorgerufene Deformation; auch hier war also eine direkte elektro-optische Wirkung vorhanden. Parallel der kristallographischen a-Achse erzeugte das Feld, wie schon erwähnt, außer einem starken, sich mit ihm umkehrenden optischen Effekt auch einen solchen, der von der Feldrich-

tung unabhängig war. Doch ist es nicht ausgeschlossen, daß dieser mit einer verhältnismäßig großen inneren Leitfähigkeit des Seignettesalzes zusammenhängt.

Die Theorie des Zeeman-Effektes ist, wie Voigt (6) gezeigt hat, im allgemeinen imstande, die elektro-optischen Erscheinungen bei Kristallen zu erklären, wenn die Annahme gemacht wird, daß das quasi-elastische Kraftfeld der Elektronen vor Erregung des äußeren elektrischen Feldes die nämliche Symmetrie besitzt, wie die Kristallform. Nur für die Beobachtungen an Quarz, bei dem Pockels (2) im elektrischen Felde eine geringe Drehung des optischen Hauptachsensystems nachweisen konnte, reicht dieselbe nicht aus und es muß dann eine Erweiterung der Theorie vorgenommen werden (Voigt [6]).

In der elektrischen Doppelbrechung der azentrischen Kristalle sieht Voigt (7) eine starke Stütze für die Theorie des Zeeman-Effektes. In der Tat müßte die molekulare Orientierungstheorie hier annehmen, daß die Moleküle auch im natürlichen Zustande elektrisch polarisiert sind. Diese Vorstellung ist aber mit der Symmetrie der azentrischen Kristalle nicht vereinbar; wollte man sie beibehalten, so müßte man sich kompliziert zusammengesetzte Moleküle vorstellen und sich jedes einzelne aus mehreren polarisierten, gegeneinander verschiebbaren Elementen aufgebaut denken. In diesem Falle ließe sich aber ein hemmender Einfluß der Wärmebewegung der Moleküle auf die ausrichtende Wirkung des elektrischen Feldes, wie ihn die molekulare Orientierungstheorie verlangt (S. 246), nicht plausibel machen (Voigt [7]).

§ 5. Die Kerrsche Konstante bei Flüssigkeiten und Gasen.

1. Flüssigkeiten. Kerr (3, 5) hat ca. 150 Flüssigkeiten auf ihr Verhalten im elektrischen Felde geprüft, aber seine Beobachtungen waren nur qualitativ und besitzen daher lediglich historisches Interesse.

Die ersten absoluten Messungen bei Flüssigkeiten hat Quincke (2) ausgeführt. Die Beobachtungen erfolgten bei *D*-Licht mit einem gewöhnlichen Babinetschen Kompensator; die Spannung wurde von einer Influenzmaschine geliefert und mit einem Thomsonschen Elektrometer und einem Righischen Reflexionselektrometer gemessen. Bestimmt wurde die Kerrsche Konstante von Schwefelkohlenstoff, Benzol, Terpentinöl, Rapsöl und Äther.

Von besonderer Wichtigkeit ist die Kerrsche Konstante für Schwefelkohlenstoff, weil dieser später bei elektro-optischen Untersuchungen vielfach als Normal- und Vergleichssubstanz verwendet wurde. Quincke erhielt für selbst gereinigten Schwefelkohlenstoff

$B = 3{,}1948 \cdot 10^{-7}$, für Kahlbaumschen Schwefelkohlenstoff den etwas größeren Wert $B = 3{,}2798 \cdot 10^{-7}$. Weißer Schwefelkohlenstoff hatte stets eine etwas größere Kerrsche Konstante als gelb gewordener. Auch neuere Messungen von Mc Comb (2) haben ergeben, daß der von Kahlbaum bezogene reine Schwefelkohlenstoff eine etwas größere Kerrsche Konstante besitzt, als der käufliche und im Laboratorium destillierte. Jedoch besitzen nach den Beobachtungen Schmidts, Blackwells, Elméns, Tauerns und Lyons, sowie nach den neuesten, sehr sorgfältigen Messungen von Chaumont (2) geringe Verunreinigungen einen kaum merklichen Einfluß.

Nach Quincke hat Lemoine mit ähnlichen Hilfsmitteln die Bestimmungen von B bei Schwefelkohlenstoff erneut ausgeführt. Die Beobachtungen haben jedoch wenig Wert, da kein homogenes Licht zur Verwendung kam und spätere Messungen die Unrichtigkeit des Resultates ($B = 3{,}7 \cdot 10^{-7}$ bei Benutzung eines roten Lichtfilters) erwiesen haben.

Neuere, von Blackwell, Hagenow, Mc Comb (2) Tauern und Lyon ausgeführte Bestimmungen der Kerrschen Konstante von Schwefelkohlenstoff weichen nicht unerheblich voneinander ab, wie die nachstehende Tabelle zeigt, bei welcher die von den genannten Forschern gefundenen Werte, soweit erforderlich, auf Natriumlicht und die Temperatur 20° C umgerechnet wurden:

Beobachter	B (bei $\lambda = 589\ \mu\mu$ und $t = 20^0$ C)
Blackwell	$3{,}63 \cdot 10^{-7}$
Hagenow	$2{,}91 \cdot 10^{-7}$
Mc Comb (2)	$2{,}87 \cdot 10^{-7}$
Tauern	$3{,}04 \cdot 10^{-7}$
Lyon	$3{,}21 \cdot 10^{-7}$

Der sicherste, bisher gewonnene Wert für die Kerrsche Konstante des Schwefelkohlenstoffs dürfte der von Chaumont (1, 2) angegebene sein; er fand bei der Temperatur 17° C und den Wellenlängen $\lambda = 546\ \mu\mu$ bzw. $\lambda = 578\ \mu\mu$ für Kahlbaumschen Schwefelkohlenstoff bei einer Meßgenauigkeit von $\pm {}^1/_{10}$ Proz.

$$B = 3{,}6315 \cdot 10^{-7} \ (\lambda = 546\ \mu\mu)$$
$$B = 3{,}3580 \cdot 10^{-7} \ (\lambda = 578\ \mu\mu).$$

Käuflicher und selbst gereinigter Schwefelkohlenstoff ergab bei derselben Temperatur und der Wellenlänge $\lambda = 578\ \mu\mu$ den um wenig verschiedenen Wert

$$B = 3{,}3543 \cdot 10^{-7}.$$

Da die Änderung von B mit der Wellenlänge und der Temperatur für Schwefelkohlenstoff bekannt ist (vgl. S. 264), so konnte aus obigen Zahlen der Wert von B für Kahlbaumschen Schwefelkohlenstoff bei 20° C und der Wellenlänge $\lambda = 589\ \mu\mu$ berechnet werden; Chaumont fand hierfür

$$B = 3{,}226 \cdot 10^{-7}.$$

Dieser Wert kann als der zuverlässigste von allen bis jetzt vorliegenden bezeichnet werden.

Genaue Messungen der Kerrschen Konstante sind bis jetzt, außer bei Schwefelkohlenstoff, nur bei verhältnismäßig wenig Flüssigkeiten ausgeführt worden. Schmidt, Leiser (1) und Lippmann haben zwar zahlreiche Flüssigkeiten nach der Methode von Des Coudres untersucht, da aber diese Beobachtungen nicht mit monochromatischem Lichte angestellt wurden, so kommt ihnen nur orientierende Bedeutung zu.

Die Größe der Kerrschen Konstante bei den verschiedenen Flüssigkeiten bewegt sich innerhalb weiter Grenzen; eine Vorstellung hiervon mag die folgende Übersicht ergeben, die einer Arbeit Mc Combs (2) entnommen ist und sich auf die Wellenlänge $\lambda = 580\ \mu\mu$ bezieht:

Flüssigkeit	Beobachtungstemp. ° C	$B \cdot 10^{-7}$
Benzol	23,7	0,595
Amylchlorid	23,0	3,27
Äthylenchlorid	18,6	4,78
α-Monobromonaphtalin	21,5	9,0
Di-Äthylanilin	25,2	9,8
Di-Methylanilin	25,0	9,8
Chlorbenzol	24,0	9,8
Nitrotoluol	24,0	121,0
Nitrobenzol	22,5	256,0
Chloroform	23,0	— 3,41

Die stärkste negative Doppelbrechung besitzt von den bisher untersuchten Substanzen Paraldehyd (Leiser [1]), bei welchem B etwa den — 713 fachen Wert besitzt, wie bei Schwefelkohlenstoff. Nitrobenzol hat bei Licht mittlerer Wellenlänge ein etwa 80 mal so großes B wie letzterer (Schmidt, Cotton und Mouton [7], Leiser [1], Lippmann), doch hat Lippmann Substanzen gefunden, welche das Nitrobenzol noch übertreffen. Im allgemeinen nimmt die Kerrsche Kon-

stante mit wachsender Dielektrizitätskonstante zu, was mit den Ergebnissen der molekularen Orientierungstheorie übereinstimmt (Enderle), doch gibt es auch Ausnahmen von dieser Regel (Leiser [1]).

Geringe Verunreinigungen scheinen, wie schon bemerkt, die Größe der Kerrschen Konstante nur wenig zu beeinflussen; doch ist dieser Punkt in mancher Hinsicht noch nicht ganz sichergestellt. Schon Quincke (2) hat beobachtet, daß sich B unmittelbar nach dem Anlegen der Spannung etwas größer ergibt, als längere Zeit nachher; Leiser (1) führt diese Erscheinung auf die Änderung der Ionenkonzentration zwischen den Kondensatorplatten infolge des Stromdurchganges zurück, der durch Staubteilchen und Verunreinigungen gefördert wird. Jedenfalls können letztere schon dadurch störend wirken, daß die durch sie hervorgerufenen Bewegungen und Schlierenbildungen die Gleichförmigkeit des Gesichtsfeldes stören. Diese werden durch Verwendung von Wechselstrom herabgedrückt.

2. Gase und Dämpfe. Die elektrische Doppelbrechung von Gasen ist zuerst von Leiser (2) und Hansen mit der Des Coudresschen, von Leiser verfeinerten, Methode (S. 255) untersucht worden. Die Spannung wurde von einer Influenzmaschine geliefert; der Kondensator, bestehend aus rechteckigen Metallplatten von 1 m Länge, befand sich in einer Glasröhre, in welche die zu untersuchenden Gase und Dämpfe eingeführt werden. Als Hilfs- und Vergleichsflüssigkeit (S. 254) diente Ligroin oder Benzol, deren Kerrsche Konstanten 0.04 mal, bzw. 0,12 mal so groß waren, wie jene des Schwefelkohlenstoffs. Da die untersuchten Gase sich bei verschiedenen Wellenlängen meist ebenso verhielten, wie die Vergleichssubstanz (Benzol), so kam weißes Licht zur Verwendung; nur Cyanwasserstoff erforderte ein Arbeiten mit spektral begrenztem (rotem) Lichte. Die unter gewöhnlichen Umständen zum Teil äußerst geringe Doppelbrechung ließ sich durch Erhöhung des Druckes erheblich steigern.

Bei Stickstoff, Sauerstoff, Stickoxyd und Kohlenoxyd war auch bei zwei Atmosphären Druck keine Wirkung des elektrischen Feldes nachweisbar; an 16 anderen Gasen und Dämpfen konnte sie jedoch gemessen werden.

Im folgenden sind die Ergebnisse Hansens wiedergegeben, die sich auf Zimmertemperatur und einen Druck von 760 mm Quecksilber beziehen; B/B_0 gibt das Verhältnis der Kerrschen Konstante des Gases B zu jener des Schwefelkohlenstoffs B_0. Doch haben diese Zahlen insofern nur orientierende Bedeutung, als sie sich nicht auf Licht von bestimmter Wellenlänge beziehen.

	$B/B_0 \cdot 10^{-2}$
Äthylchlorid	0,270
Methylbromid	0,254
Acetaldehyd	0,309
Methylchlorid	0,169
Äthylnitrit	0,465
Phosgen	0,043
Kohlendioxyd	0,007
Cyan	0,021
Cyanwasserstoff . . .	0,456
Acetylen	0,009
Ammoniak	0,017
Stickoxydul	0,015
Chlor	0,011
Chlorwasserstoff . . .	0,028
Schwefelwasserstoff . .	0,008
Schwefeldioxyd . . .	—0,048

Die Abhängigkeit der Kerrschen Konstante bei Gasen vom Drucke wurde von Hansen ebenfalls untersucht; es ergab sich bei Drucken bis zu 2 Atmosphären genaue Proportionalität mit dem Drucke.

Mischungen von Methylchlorid und Stickstoff zeigten, daß die Kerrschen Konstanten der Gemische dem Partialdrucke des Methylchlorids proportional sind.

Bei Salmiakdämpfen wurde eine elektrische Doppelbrechung zuerst von Block nachgewiesen und später von Zeeman und Hoogenboom genauer untersucht. Nach neueren Beobachtungen von Hoogenboom lassen sich jedoch diese Erscheinungen nicht als elektro-optischer Kerr-Effekt deuten; es scheint sich dabei vielmehr um eine Art „Stäbchendoppelbrechung" im Sinne Wieners zu handeln, weshalb hier nicht näher darauf eingegangen werden soll.

§ 6. Abhängigkeit der Kerrschen Konstante von Temperatur und chemischer Beschaffenheit.

1. Einfluß der Temperatur. Während die Theorie des Zeeman-Effektes für die Kerrsche Konstante einen kleinen Temperaturkoeffizienten liefert, muß dieser nach der molekularen Orientierungstheorie groß sein. Nach letzterer Theorie ergibt sich

$$B = \frac{(\varepsilon - 1)(\varepsilon + 2)(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{240\,\pi\,\lambda\,n\,R N T}\,\delta_1\,\delta_2\,,$$

wo ε die Dielektrizitätskonstante, n den ursprünglichen Brechungsindex (außerhalb des elektrischen Feldes), λ die Wellenlänge des Lichtes, T die absolute Temperatur, R die Gaskonstante, N die Anzahl der Moleküle in der Volumeneinheit bedeutet; δ_1 ist ein Maß für die elektrische, δ_2 ein solches für die optische Anisotropie der Moleküle.

Bis jetzt liegen nur wenig Messungen über den Temperaturkoeffizienten der Kerrschen Konstante vor. Schon Quincke (2) hatte wahrgenommen, daß die elektrische Doppelbrechung des Schwefelkohlenstoffs in geringem Maße von der Temperatur abhängt, und später hat Schmidt bei dieser Flüssigkeit, sowie bei Cumol mit Sicherheit eine Abnahme bei zunehmender Temperatur nachweisen können.

Morse (1) hat bei Schwefelkohlenstoff das Temperaturintervall zwischen 24° und 42° untersucht und gelangte zu demselben Resultate wie Schmidt.

An Nitrobenzol haben Cotton und Mouton (4, 7) Messungen mit dem Lichte der gelben Quecksilberlinie ausgeführt. Die Flüssigkeit befand sich in einem vernickelten Messinggefäß und wurde mit einer Glühlampe erwärmt. Als optisches Meßinstrument diente ein Sénarmontscher Kompensator mit Halbschattenvorrichtung (S. 249), das elektrische Feld war ein Wechselfeld von der Periodenzahl 30; untersucht wurde das Temperaturintervall zwischen + 4° C und 56° C, wobei die Flüssigkeit unterhalb 5,5° C (dem Schmelzpunkte des Nitrobenzols) unterkühlt war. Das Ergebnis der mit wenig verfeinerten Hilfsmitteln ausgeführten und daher ziemlich unsicheren Temperaturmessungen lieferte für den Temperaturkoeffizienten der Kerrschen Konstante $-{}^1/_{68}$.

Für Schwefelkohlenstoff hat Leiser (1), für Benzol und Ligroin hat Hansen innerhalb eines sehr kleinen Temperaturintervalls den Temperaturkoeffizienten festgestellt. Da zudem nicht mit monochromatischem Lichte gearbeitet wurde, können diese Werte zur Prüfung der Theorien nicht herangezogen werden.

In neuerer Zeit hat Bergholm (2) sehr sorgfältige Messungen bei Licht von der Wellenlänge $\lambda = 534\ \mu\mu$ ausgeführt. Die optische Anordnung benutzte den Braceschen elliptischen Halbschattenanalysator; die erforderliche Spannung wurde durch eine Hochspannungsmaschine erzeugt und durch Abzweigung mittels eines Galvanometers gemessen. Zur Untersuchung gelangte Schwefelkohlenstoff, Metaxylol, Brombenzol und Nitrobenzol in einem Temperaturintervall von 0° bis 50° C. Die Übereinstimmung der Messungen mit der oben angegebenen, aus der molekularen Orientierungtheorie abgeleiteten For-

mel ist eine vorzügliche und muß als wichtige Stütze dieser Theorie angesehen werden.

Messungen des Temperaturkoeffizienten der nämlichen Substanz bei verschiedenen Wellenlängen, die zur weiteren Prüfung der Theorie von größter Wichtigkeit wären, liegen bis jetzt noch nicht vor.

Bei Gasen ist der Einfluß der Temperatur auf die Kerrsche Konstante noch nicht untersucht; nach Hansen scheint die Änderung mit der Temperatur bei konstantem Volumen nicht groß zu sein. Auch bei festen Körpern liegen bezüglich des Temperaturkoeffizienten der Kerrschen Konstante noch keine Beobachtungen vor.

2. Einfluß der chemischen Zusammensetzung und Konstitution. Schon Kerr (3, 5) hatte beobachtet, daß Körper von ähnlicher chemischer Konstitution ein gewisses regelmäßiges Verhalten hinsichtlich der elektrischen Doppelbrechung aufweisen, konnte aber noch keine bestimmten Gesetzmäßigkeiten aufstellen. Später haben Leiser (1) und Lippmann relative Messungen an zahlreichen organischen Flüssigkeiten mit der Methode von Des Coudres ausgeführt.

Leiser (1) fand, daß die Kerrsche Konstante stark von der Konstitution abhängt und z. B. bei isomeren Verbindungen sehr verschiedene Werte besitzen kann. Kohlenwasserstoffe haben ausnahmslos positive, relativ kleine Konstante, die von dem Bau des Kohlenstoffskeletts wesentlich beeinflußt wird; symmetrischer Bau scheint sie herabzudrücken. Jede Gruppe, die substituierend in den Kohlenwasserstoff eintritt, ändert die Kerrsche Konstante in charakteristischer Weise; die Halogensalze und vor allem die Nitrogruppe rufen eine außerordentliche Steigerung hervor. In der aromatischen Reihe, bei welcher sich die Verhältnisse besonders übersichtlich gestalten, zeigen von den im Kern einfach substituierten Toluolen die Paraverbindungen stets die höchste, die Orthoverbindungen die kleinste Kerrsche Konstante, während die Metaverbindungen in der Mitte stehen, und zwar oft sehr nahe den Ortho- und Paraverbindungen.

Lippmann hat ebenfalls eine große Zahl teils flüssiger, teils in Benzol gelöster organischer Verbindungen untersucht, und eine Anzahl empirischer Regeln aufgestellt. Bei Benzolderivaten mit nur einem Substituenten fand er die Größe der Kerrschen Konstante abhängig von dessen Natur. NO_2 z. B. verursacht einen größeren Wert als Cl und dieses wieder einen größeren Wert als CH_3 bei analoger Stellung. Bei Derivaten mit zwei gleichen Substituenten ist auch deren Stellung von Einfluß: die Reihenfolge hinsichtlich der Größe der Kerrschen Konstante ist ortho-, meta-, para. Bei Derivaten mit ungleichen Sub-

stituenten ist die Konstante um so größer, je verschiedener dieselbe von den Substituenten, wenn einzeln vorhanden, beeinflußt wird. Ordnet man bei großer Verschiedenheit die Isomeren nach abnehmender Kerrscher Konstante, so ergibt sich hier die Reihenfolge para-, meta-, ortho.

Die Abhängigkeit der Kerrschen Konstante von der chemischen Konstitution spricht stark zugunsten der molekularen Orientierungstheorie, da die orientierende Wirkung des äußeren Feldes außer von der Natur der Atome auch von deren räumlichen Lagerung abhängen muß.

3. Lösungen. Bei hinreichend verdünnten Lösungen ist die elektrische Doppelbrechung im allgemeinen additiv, wenn der Prozentgehalt in Mol ausgedrückt wird (Lippmann), doch fügen sich Substanzen mit negativer, sowie solche mit hoher Kerrscher Konstante dieser Regel nicht.

Bei konzentrierten Lösungen verhält sich die elektrische Doppelbrechung jedoch nicht additiv (Hansen, Lippmann); es ist fraglich, ob diese Abweichung, wie Lippmann glaubt, allein auf die Versuchsanordnung (das streuende Randfeld des Meßkondensators) zurückgeführt werden kann.

Neuerdings hat Bergholm (3) die Kerrkonstante bei binären Flüssigkeitsgemischen nach der molekularen Orientierungstheorie berechnet und bei Mischungen von Schwefelkohlenstoff mit Metaxylol und Tetrachlorkohlenstoff, sowie von Chloroform mit Tetrachlorkohlenstoff, Metaxylol und Schwefelkohlenstoff gemessen. Es ergab sich im allgemeinen nur eine qualitative Übereinstimmung zwischen Beobachtungen und Theorie.

Bezeichnet man den Quotienten aus der Kerrschen Konstante und der Dichte einer Substanz als deren spezifische Doppelbrechung, so steht bei verdünnten Lösungen, wie Hansen bei Äthylchlorid, Acetaldehyd und Methylbromid gezeigt hat, die spezifische Doppelbrechung des gelösten Stoffes jener des Gaszustandes ziemlich nahe, ohne aber mit ihr identisch zu sein. Das elektro-optische Verhalten verdünnter Lösungen ist also dem ihrer Gasform sehr ähnlich.

§ 7. Die Dispersion der Kerrschen Konstante.

1. Dispersion der Kerrschen Konstante in Bereichen unmerklicher Absorption. Für die Abhängigkeit der Kerrschen Konstante von der Wellenlänge hat Havelock (1) unter der Annahme, daß die ursprünglich isotropen Moleküle im elektrischen Felde eine

anisotrope Anordnung erfahren (S. 245), eine Beziehung hergeleitet, welche die Kerrsche Konstante B mit der Wellenlänge λ und dem Brechungsindex n des isotropen Körpers verknüpft. Sie lautet

$$B = k\frac{(n-1)^2}{\lambda n},$$

wobei k eine der Substanz individuelle, von λ und n unabhängige Konstante ist, und wird als Havelocksche Formel bezeichnet.

Auch die neuere molekulare Orientierungshypothese, nach welcher die elektrische Doppelbrechung durch Ausrichtung der ursprünglich regellos verteilten, anisotropen Moleküle zustande kommt, führt in Spektralbereichen unmerklicher Absorption zu diesem Gesetze (Cotton und Mouton [5]). Unter der Annahme, daß jedes Molekül nur eine Elektronengattung enthält und die elektrische Doppelbrechung gering ist, ergibt sich das Gesetz sowohl bei Molekülen mit Rotationssymmetrie (Langevin), als auch (in Annäherung) bei solchen mit rhombischer Symmetrie (Enderle), falls letztere nur schwache optische Anisotropie besitzen.

Es folgt aber, wie Voigt (7) gezeigt hat, auch aus der Theorie des Zeeman-Effektes, wenn man sämtliche Absorptionen durch eine einzige im Ultravioletten ersetzt, d. h. sich auf einen Spektralbereich merklicher Durchlässigkeit beschränkt, bzw. nur eine Elektronengattung annimmt. Enderle hat gezeigt, daß eine Annäherung auch dann noch zutrifft, wenn das quasi-elastische Feld der Elektronen nicht, wie bei Voigt, ursprünglich als isotrop angenommen wird, sondern zentrisch-symmetrische Anisotropie besitzt; bei zentrischer Anisotropie hört es jedoch auf, gültig zu sein.

Das Havelocksche Gesetz ist somit keineswegs an die Voraussetzungen geknüpft, unter welchen es zuerst gewonnen wurde. Vielmehr führt jede Feldwirkung, die quadratisch in den Bewegungsgleichungen des Elektrons auftritt, auf dasselbe (Voigt [7]). Seine experimentelle Bestätigung, die in weitgehendem Maße gelungen ist (Havelock (2), Mc Comb (2), Lyon), kann daher als Stütze weder der molekularen Orientierungstheorie, noch der Theorie des Zeeman-Effektes angesehen werden.

2. Beobachtungen in Bereichen unmerklicher Absorption. Beobachtungen über die Abhängigkeit der Kerrschen Konstante von der Wellenlänge sind bei normal dispergierenden Medien im sichtbaren Spektralbereiche mehrfach ausgeführt worden. Schon Kerr (7) hatte die elektrische Doppelbrechung des Schwefelkohlenstoffs für verschie-

dene Farben gemessen und auf eine Proportionalität mit der reziproken Quadratwurzel aus der Wellenlänge geschlossen, was sich freilich später als unrichtig herausgestellt hat.

Feste isotrope Körper und Kristalle sind hinsichtlich der Dispersion der Kerrschen Konstante noch nicht untersucht. Nur bei bleihaltigem Glase von Schott (Schmelznummer 041) fand Tauern, daß die Kerr-Konstante mit steigender Wellenlänge (im Spektralbereiche zwischen 440 $\mu\mu$ und 590 $\mu\mu$) erst schneller, dann langsamer abnimmt.

Genaue Messungen an Schwefelkohlenstoff hat zuerst Blackwell ausgeführt. Er arbeitete mit weißem Lichte und einem Babinetschen Kompensator, der so angeordnet war, daß bei der Zerlegung des aus dem Analysator austretenden Lichtes das Spektrum in seiner Längsrichtung von der dunkeln Bande des Kompensators durchzogen wurde (S. 250). Bestimmt wurde die relative Änderung der Kerrschen Konstante für die Farben des ganzen sichtbaren Spektralbereichs. Die Messungen Blackwells ergaben, daß die Kerrsche Konstante bei großen Wellenlängen langsamer, bei kleinen Wellenlängen schneller abnimmt als $\lambda^{-1/2}$; dies ist in Übereinstimmung mit dem Havelockschen Gesetz.

Absolute Messungen an Schwefelkohlenstoff bei verschiedenen, sehr engen Wellenlängenbezirken von spektral zerlegtem, weißem Lichte haben später Hagenow und Mc Comb (1, 2) mit dem Braceschen elliptischen Halbschattenanalysator (S. 250) ausgeführt. Ihre Resultate stimmen mit jenen Blackwells gut überein, und ebenso mit dem Havelockschen Gesetz. Außer Schwefelkohlenstoff hat Mc Comb noch 11 weitere, normal dispergierende Flüssigkeiten der Benzolreihe untersucht, und bei denselben das Havelocksche Gesetz gleichfalls bestätigen können. Diese Flüssigkeiten waren α-Monobromonaphtalin, Dimethylanilin, Diäthylanilin, Nitrotoluol, Brombenzol, Benzol, Chlorbenzol, Chloroform, Äthylenchlorid, Amylchlorid und Nitrobenzol. Bei letzterem ist die relative Dispersion der Kerrschen Konstante schon früher von Cotton und Mouton (3, 7) gemessen worden.

Eine neuere Untersuchung von Lyon bezieht sich auf Schwefelkohlenstoff, bei dem die Doppelbrechung absolut gemessen wurde, und auf Chloroform, Äthyläther, Cumol, α-Bromonaphtalin und Nitrobenzol, bei welchen die Des Coudresssche Vergleichsmethode zur Anwendung kam. Bei Substanzen mit starker elektrischer Doppelbrechung und großer optischer Dispersion ergab sich eine gute Übereinstimmung mit der Havelockschen Formel, wie z. B. die folgende, sich auf Schwefel-

kohlenstoff beziehende Tabelle zeigt, die der Lyonschen Abhandlung entnommen ist und bei der λ die Wellenlänge in $\mu\mu$, B die (von Lyon) beobachtete und B' die nach der Havelockschen Formel (mit der Konstante $k = 1{,}134 \cdot 10^{-11}$[1]) berechnete Kerrsche Konstante bedeutet:

λ	B	B'
460,2	$4{,}69 \cdot 10^{-7}$	$4{,}60 \cdot 10^{-7}$
497,2	4,10	4,09
508,6	3,95	3,95
527	3,76	3,75
546,1	3,55	3,57
560,8	3,44	3,44
577/579	3,31	3,31
589	3,21	3,23
610,4	3,05	3,07
670,8	2,79	2,73

Dagegen wies Äthyläther, dessen elektrische Doppelbrechung geringer und dessen Dispersion schwächer ist, nur mäßige Übereinstimmung mit dem Havelockschen Gesetz auf. Inwieweit dieses letztere Ergebnis zu einer Erweiterung der molekularen Orientierungstheorie bzw. zur Annahme eines quasi-elastischen Elektronenfeldes mit azentrischer Anisotropie nötigt, müßten erst weitere Messungen zeigen.

Fast alle bisherigen Beobachtungen beziehen sich, wie man sieht, auf Flüssigkeiten. Bezüglich der von ihm untersuchten Gase und Dämpfe bemerkt Hansen, daß er — mit Ausnahme von Cyanwasserstoffgas — keinen merklichen Unterschied zwischen der Dispersion ihrer Kerrschen Konstanten und jener von Benzol beobachten konnte. Genauere Untersuchungen über die Dispersion der Kerrschen Konstante von Gasen liegen bis jetzt überhaupt noch nicht vor.

2. Dispersion der Kerrschen Konstante in der Umgebung eines Absorptionsstreifens. Von besonderem Interesse ist das Verhalten in der Umgebung eines isolierten Absorptionsstreifens. Hier verlangt, wie Voigt (6, 7) gezeigt hat, sowohl die Theorie des Zeeman-Effektes, als auch die molekulare Orientierungstheorie, daß die elektrische Doppelbrechung außerordentlich große Werte annimmt. Während aber ihre Vorzeichen zu beiden Seiten des Streifens nach ersterer Theorie dasselbe sein muß, ist es nach der molekularen Orientierungstheorie entgegengesetzt. Die Bestimmung des Vorzeichens der Kerrschen Konstante zu beiden Seiten eines

isolierten Absorptionsstreifens könnte demnach eine Entscheidung zugunsten einer der beiden Theorien der elektrischen Doppelbrechung liefern.

Gerade solchen Beobachtungen stellten sich aber bis jetzt wegen der Schwierigkeit, in leuchtenden Dämpfen hinreichend starke elektrische Felder zu erzeugen, erhebliche Hindernisse in den Weg. Auch bei Tysonit, einem Kristall, welcher bei sehr tiefen Temperaturen Absorptionslinien aufweist, die nahezu ebenso scharf sind wie jene eines leuchtenden Metalldampfes, vermochte Voigt (6) bei der Temperatur der flüssigen Luft keine sicheren Resultate zu erhalten, und ebenso blieben Versuche von Koenigsberger und Kilching an dem sich ähnlich verhaltenden Xenotim ohne Erfolg. Vermutlich ist bei diesen Kristallen die elektrische Doppelbrechung überhaupt so gering, daß sie mit den benutzten Hilfsmitteln auch in der Umgebung des Absorptionsstreifens nicht nachgewiesen werden konnte.

Bei flüssiger Luft, welche die Absorptionsbanden des Sauerstoffs aufweist, hat Zeeman in der Nähe der letzteren keinerlei abweichendes Verhalten der Kerrschen Konstante bemerkt. Desgleichen haben Cotton und Mouton (3, 7) bei Nitrobenzol im Bereiche der Wellenlänge $\lambda = 589{,}7\ \mu\mu$ und $\lambda = 603{,}2\ \mu\mu$, wo diese Flüssigkeit in großen Dicken Absorptionsbanden besitzt (vgl. z. B. Kayser), kein anormales Verhalten der elektrischen Doppelbrechung feststellen können. Allerdings handelte es sich hier um außerordentlich verwaschene Streifen, so daß die möglicherweise sehr geringen Änderungen der Kerrschen Konstante nicht zum Ausdruck kamen.

Über das Verhalten von Flüssigkeiten oder Lösungen mit ausgesprocheneren Absorptionsbanden liegen bis jetzt keine Beobachtungen vor. Zwar sind letztere hier nicht einfach, sondern zusammengesetzt, und bei solchen kann auch nach der molekularen Orientierungstheorie das Vorzeichen der elektrischen Doppelbrechung zu beiden Seiten das nämliche sein (Voigt [7]). Immerhin wäre schon der alleinige Nachweis ihres Anwachsens in der Nähe einer Absorptionsbande, welcher bis jetzt noch nicht erfolgt ist, von Interesse.

Hier muß jedoch erwähnt werden, daß bekanntlich die magnetische Doppelbrechung (S. 243), welche zuerst Voigt (1) bei Natriumdampf nachgewiesen hatte, in der Nähe der Absorptionslinien anormal große Werte besitzt; diese, sowie neuere Beobachtungen von Voigt und Hansen haben die Theorie des Zeeman-Effektes in jeder Hinsicht bestätigen können.

§ 8. Die Trägheit der elektrischen Doppelbrechung.

1. Die zeitliche Entstehung der elektrischen Doppelbrechung. Zur Zeit, als noch nicht sichergestellt war, ob die elektrische Doppelbrechung — namentlich bei festen Körpern — auf eine direkte Beeinflussung der optischen Eigenschaften durch das elektrische Feld, oder auf sekundäre mechanische und thermische Spannungen zurückgeführt werden muß, bot die Frage nach ihrem zeitlichen Entstehen und Abklingen beim Erregen, bzw. Verschwinden des elektrischen Feldes großes Interesse.

Blondlot hat die Entstehung mit dem Vorgang der magnetischen Drehung der Polarisationsebene verglichen, welcher nach seinen Versuchen mit der das Magnetfeld erzeugenden Strombildung koinzidiert. Indem er beide Phänomene durch dasselbe schnelle Wechselfeld erzeugte und ihre Lichtbilder im rotierenden Spiegel beobachtete, fand er, daß die elektrische Doppelbrechung des Schwefelkohlenstoffs höchstens $2 \cdot 10^{-5}$ Sekunden nach dem Entstehen des elektrischen Feldes eintritt.

Eine andere Anordnung hat neuerdings Gutton (1) benutzt. Sie bestand, ähnlich wie die Des Coudressche Meßmethode, aus zwei hintereinander geschalteten Kondensatoren, deren Platten paarweise mit den Polen derselben Spannungsquelle verbunden wurden. Der eine Kondensator wurde mit Schwefelkohlenstoff, der andere mit einer anderen Flüssigkeit gefüllt und so justiert, daß die Doppelbrechungen der Flüssigkeiten sich bei Ladung mit einer Influenzmaschine genau kompensierten, was sich an der Dunkelheit des Gesichtsfeldes zwischen gekreuzten Nicols zu erkennen gab. Wurde das statische Feld durch ein schnelles Wechselfeld ersetzt, so war keine vollständige Kompensation vorhanden, und um sie wieder zu erzielen, mußte der Plattenabstand des einen Kompensators geändert werden. Da die Anordnung eine Phasendifferenz zwischen den Ladungen der Plattenpaare ausschloß, so folgte hieraus, daß die elektrischen Doppelbrechungen der beiden Flüssigkeiten dem Wechselfelde verschieden schnell folgten. Beobachtungen an verschiedenen Flüssigkeiten zeigten, daß große Dielektrizitätskonstante geringe Trägheit des Kerr-Effektes bedingt.

Um mit dieser Anordnung die Zeit festzustellen, welche die elektrische Doppelbrechung zur Entstehung braucht, hat Gutton (2) die Frequenz des Wechselfeldes variiert und jene ermittelt, bei welcher die Störung der Kompensation eben bemerkt werden konnte; der vierte Teil der Schwingungsdauer ist dann die gesuchte Entstehungszeit,

wenn die — von Gutton allerdings nicht besonders betonte — Annahme gemacht wird, daß bei der Vergleichsflüssigkeit die Doppelbrechung mit der Erregung des Feldes koinzidiert. Unter diesen Umständen ergab sich z. B. bei Bromnaphtalin für die Zeit, welche die Doppelbrechung mindestens zur Ausbildung braucht, $6 \cdot 10^{-9}$ Sekunden, falls Nitrobenzol als Vergleichsflüssigkeit genommen wurde.

2. Das zeitliche Abklingen der elektrischen Doppelbrechung. Eine obere Grenze für die Abklingungsdauer der elektrischen Doppelbrechung nach dem Verschwinden des elektrischen Feldes haben Abraham und Lemoine (2) mit einer später von James eingehend geprüften Methode erhalten. Benutzt wurde ein mit Schwefelkohlenstoff gefüllter Kondensator, dessen Platten mit einem Induktorium als Spannungsquelle verbunden waren. Die Entladungen erfolgten durch eine Funkenstrecke, welche gleichzeitig als Lichtquelle diente. Das parallele Licht passierte den zwischen den Kondensatorplatten befindlichen Schwefelkohlenstoff entweder direkt, oder auf einem Umweg, dessen Länge durch Verschiebung von Spiegeln geändert werden konnte. Da eine Verlängerung des Weges um 1 m eine Zeitdifferenz von $^1/_3 \cdot 10^{-8}$ Sekunden entspricht, so konnte auf diese Weise die Zeit zwischen der elektrischen Entladung und dem Eintritt des Lichtes in den Schwefelkohlenstoff in sehr kleinen Intervallen meßbar verändert werden; doch liegt eine Schwierigkeit darin, daß die Entladung nicht momentan erfolgt, sondern allmählich, wenngleich sehr schnell durch Schwingungen abklingt.

Die elektrisch beeinflußte Flüssigkeitsschicht befand sich zwischen gekreuzten Nicols; zwischen ihr und dem drehbaren Analysator war ferner ein dem Polarisator paralleles Kalkspatrhomboeder eingeschaltet. Je nach der Stärke der Doppelbrechung in der Flüssigkeit mußte man den Analysator mehr oder weniger drehen, damit die beiden, vom Kalkspatrhomboeder erzeugten Bilder gleiche Helligkeit erhielten. Passierte das Licht den Schwefelkohlenstoff mit einem Umwege von 80 cm Länge, d. h. nach einer Zeit von $0{,}27 \cdot 10^{-8}$ Sekunden, so war die Wirkung des elektrischen Feldes bereits auf die Hälfte gesunken; nach einer 5 mal so langen Zeit konnte sie überhaupt nicht mehr nachgewiesen werden. Hieraus schlossen Abraham und Lemoine, daß bei Schwefelkohlenstoff sicher weniger als 10^{-8} Sekunden nach dem Erlöschen des elektrischen Feldes auch die von diesem erzeugte Doppelbrechung verschwunden ist.

Diese Zahl liefert aber nur eine obere Grenze, und James hat (unter Benutzung derselben Versuchsanordnung) gezeigt, daß die An-

nahme eines momentaneu Verschwindens der elektrischen Doppelbrechung beim Ausschalten des elektrischen Feldes mit den bei Schwefelkohlenstoff angestellten Beobachtungen durchaus vereinbar ist.

Bei den Versuchen von Abraham und Lemoine, sowie von James wird allerdings eine so kurze Dauer des als Lichtquelle dienenden Funkens angenommen, daß während dieser Dauer keine merkliche Änderung der Feldstärke eintritt. Diese Annahme fiel bei späteren, von Baetge angestellten Versuchen weg. Bei Nitrobenzol hat Baetge mit einer Anordnung, die eine von Mandelstam und Papalexi herrührende Methode zur Erzeugung phasenverschobener Schwingungen benutzte, gezeigt, daß auch hier die obere Grenze der Abklingungsdauer beliebig klein angenommen werden darf.

Mit diesem Ergebnis steht sowohl die Theorie des Zeeman-Effektes, als auch die molekulare Orientierungstheorie im Einklang (Voigt [8]).

§ 9. Die absoluten Verzögerungen.

1. Das Gesetz der absoluten Verzögerungen. Weit wichtiger als Messungen der elektrischen Doppelbrechung eines Mediums oder der relativen Verzögerung, welche die parallel und senkrecht zur elektrischen Feldrichtung polarisierten Wellen besitzen, sind vom theoretischen Standpunkte Beobachtungen über die absoluten Verzögerungen zwischen letzteren und einer Welle, welche außerhalb des Feldes einen gleich langen Weg im Medium zurückgelegt hat.

Für diese absoluten Verzögerungen hat Langevin aus der molekularen Orientierungstheorie eine bestimmte Gesetzmäßigkeit hergeleitet. Bezeichnet man mit n den Brechungsindex des isotropen Körpers, mit n_1 bzw. n_2 jenen der außerordentlichen bzw. ordentlichen, senkrecht zur Feldrichtung fortschreitenden Welle, so lautet die von Langevin gewonnene Beziehung

$$\frac{n_1 - n}{n_2 - n} = -2.$$

Wegen des stets klein bleibenden Unterschieds zwischen n_1 und n_2 folgt hieraus, daß die absolute Verzögerung der außerordentlichen Welle doppelt so groß und von entgegengesetztem Vorzeichen sein muß, wie jene der ordentlichen.

Dieselbe Gleichung gewannen später Voigt (7) und Enderle unter der erweiterten Annahme, daß die Moleküle die Gestalt drei-

eckiger Ellipsoiden (rhombische Symmetrie), und nicht, wie bei Langevin, die Gestalt von Rotationsellipsoiden besitzen.

Dagegen ergibt die Theorie des Zeeman-Effektes ein anderes Gesetz für die absoluten Verzögerungen, und zwar hat Voigt (4, 6) gezeigt, daß sie zu der Formel

$$\frac{n_1 - n}{n_2 - n} = 3$$

führt, wobei n_1, n_2 und n die nämliche Bedeutung besitzen wie vorhin angegeben; ein Resultat, welches übrigens schon früher Pockels (3) aus den Gleichungen der elektromagnetischen Lichttheorie unter der Annahme erhalten hatte, daß die Dielektrizitätskonstante eine quadratische Funktion der Feldstärke ist (S. 244).

Erweitert man die Elektronentheorie dahin, daß das quasielastische Feld, in welchem die Elektronen schwingen, ursprünglich nicht (wie bei Voigt) isotrop ist, so erhält man für das Verhältnis der Differenzen $(n_1 - n)$ und $(n_2 - n)$ einen Wert, der zwar von 3 verschieden ist, für lange Wellen aber in 3 übergeht (Enderle).

Molekulare Orientierungstheorie und Theorie des Zeeman-Effektes liefern somit für die absoluten Verzögerungen gänzlich verschiedene Gesetze. Hier ist ein Punkt, wo die experimentelle Forschung bis zu einem gewissen Grade entscheiden könnte, ob die elektrische Doppelbrechung bei ursprünglich isotropen Körpern in erster Linie durch Orientierung der Moleküle, oder hauptsächlich durch eine direkte Einwirkung des elektrischen Feldes auf die schwingenden Elektronen zustande kommt, und dieser Umstand erklärt die große Bedeutung der über die absoluten Verzögerungen angestellten Beobachtungen.

2. Vorzeichen der absoluten Verzögerungen. Leider ist die experimentelle Erforschung gerade dieses Gebietes mit ganz erheblichen Schwierigkeiten verknüpft. Schon im Jahre 1862 hatte Quincke (1) sich vergeblich bemüht, eine Einwirkung des elektrischen Feldes auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in einer Glasplatte nachzuweisen. Später, nachdem die Erscheinungen der elektrischen Doppelbrechung bekannt waren, hat er (2) die absoluten Verzögerungen beim elektrisch doppelbrechenden Schwefelkohlenstoff zu messen versucht. Die Experimente, bei welchen die durch Joulesche Wärmeentwickelung hervorgerufenen Temperaturänderungen außerordentlich störten, wurden mit einem Jaminschen Interferentialrefraktor ausgeführt. Irgendeine merkliche, die Versuchsfehler übertreffende

Wirkung des elektrischen Feldes auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ordentlichen Welle konnte nicht gefunden werden.

Kerr (8) hat später die Versuche Quinckes, in derselben Weise wie dieser, bei Schwefelkohlenstoff und einigen Ölen wiederholt; außer dem Verhalten der ordentlichen Welle kam aber auch noch jenes der außerordentlichen Welle zur Untersuchung. Wurde das elektrische Feld plötzlich durch Entladen zum Verschwinden gebracht, so zeigten die von letzterer Welle herrührenden Interferenzstreifen eine kleine Verschiebung; bei der ordentlichen Welle konnte — offenbar wegen der Unempfindlichkeit der Versuchsanordnung — eine solche nicht festgestellt werden.

Kerr hat hieraus den Schluß gezogen, daß nur die parallel der Feldrichtung schwingende Komponente beeinflußt wird, eine Folgerung, die sich allerdings später als unrichtig erwiesen hat. Aeckerlein fand nämlich mit einer Methode, welche gleich besprochen werden wird, daß bei Nitrobenzol und bei Orthonitrotoluol die außerordentliche Welle verzögert, die ordentliche jedoch beschleunigt ist. Später hat Cabannes Beobachtungen an Cumol, in einem Wechselfelde von ca. 50 Perioden angestellt. Auch hier kam ein Interferentialrefraktor zur Verwendung, dessen Interferenzstreifen mittelst einer stroboskopischen Scheibe beobachtet wurden, wenn die Feldstärke im Maximum war. Als Resultat ergab sich Verzögerung der außerordentlichen und Beschleunigung der ordentlichen Welle, also Übereinstimmung mit den Beobachtungen Aeckerleins und den Folgerungen der molekularen Orientierungstheorie. Mc Comb (3) stellte desgleichen bei Nitrobenzol Verzögerung der außerordentlichen und Beschleunigung der ordentlichen Welle fest; bei Schwefelkohlenstoff fand er, ebenso wie Kerr, Verzögerung der außerordentlichen Welle und keine Beeinflussung der ordentlichen Welle, während dagegen bei Chloroform eine Beschleunigung beider Wellen festzustellen war.

Auch Himstedt (1, 2, 3) fand bei Schwefelkohlenstoff und Chlorbenzol mit einer sehr empfindlichen Versuchsanordnung, die das statische Feld einer Influenzmaschine und einen Loewe-Zeißschen Interferentialrefraktor benutzte, daß die außerordentliche Welle verzögert, die ordentliche beschleunigt wird; bei Rizinusöl, das negative Kerrsche Konstante besitzt, vertauschen, wie zu erwarten, die beiden Wellen ihre Rollen.

3. Verhältnis der absoluten Verzögerungen. Das Verhältnis der absoluten Verzögerungen wurde zuerst von Aeckerlein bestimmt. Die Änderungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in Nitrobenzol und Orthonitrotoluol wurden mit einem Jaminschen

Interferentialrefraktor gemessen, im übrigen kam eine von Mandelstam angegebene Methode zur Verwendung. Zur Vermeidung der lästigen Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten und der dadurch hervorgerufenen störenden Konvektions- und Erwärmungsströme wurde ein schnelles Wechselfeld benutzt. Um dabei die Beobachtung auf den Augenblick beschränken zu können, in welchem die oszillierende elektrische Feldstärke maximalen Wert besaß, wurde die Anordnung folgendermaßen gestaltet: ein Induktorium erregte einen Schwingungskreis, dessen Periode ca. $9 \cdot 10^{-7}$ Sekunden betrug. Mit diesem ersten Kreis ist ein zweiter Schwingungskreis gekoppelt, der ebenfalls eine Funkenstrecke enthält; letzterer ist ein dritter Kreis mit veränderlicher Selbstinduktion und dem Kerrschen Flüssigkeitskondensator als Kapazität, sowie ein vierter Kreis mit einer sehr kleinen Kapazität und einer zur Beleuchtung dienenden Funkenstrecke (Zinkspitzen) parallel geschaltet. Die Beleuchtungsfunkenstrecke ist mittels einer Selbstinduktion, durch welche der Ladestrom geht, kurz geschlossen. Der zweite Kreis mitsamt dem den Kerrschen Kondensator enthaltenden dritten Kreis ist auf den primären Kreis abgestimmt. Werden die Schwingungen erregt, so steigt die Spannung an den Platten des Kerrschen Kondensators an, bis die Funkenstrecke des zweiten Kreises, durch welchen der dritte und vierte Kreis gekoppelt sind, durchbricht. Hierdurch wird auch der vierte, die Beleuchtungsfunkenstrecke enthaltende Kreis zu Schwingungen angeregt, welche wegen ihrer hohen Frequenz nicht durch die kurzschließende Selbstinduktion, sondern ganz durch die Beleuchtungsfunkenstrecke hindurchgehen. Sie klingen aber wegen der geringen Selbstinduktion viel rascher ab als die Schwingungen des dritten Kreises, der den Flüssigkeitskondensator enthält. Ist die Dimensionierung der Kreise geeignet ausgeführt, und die Eigenperiodenzahl des vierten Kreises gegenüber jener des dritten groß, so sendet die Beleuchtungsfunkenstrecke nur in der Phase des Schwingungsvorganges Licht aus, in welcher die Spannung an den Platten des Kerrschen Kondensators maximalen Wert besitzt.

Beim Einsetzen des elektrischen Feldes beobachtete Aeckerlein eine Verschiebung der Interferenzstreifen des Jaminschen Interferentialrefraktors nach der einen oder anderen Richtung, je nachdem das Licht parallel oder senkrecht zur Feldrichtung polarisiert war. Es ergab sich, daß die außerordentliche Welle verzögert, die ordentliche um den halben Betrag beschleunigt war: das Verhältnis der absoluten Verzögerungen betrug somit -2, was den Ergebnissen der molekularen Orientierungstheorie entspricht.

Allerdings sind die Beobachtungen Aeckerleins von der Elektrostriktion beeinflußt (Voigt [5]), welche den absoluten Betrag der Brechungsindizes ändern kann, sich aber nachträglich nicht mehr berücksichtigen läßt. Hierzu wäre es notwendig, die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von der Dichte, die Änderung des Brechungsindex durch mechanische Dichteänderung, sowie den Kompressionsmodul der Flüssigkeit zu kennen, aber gerade bei den von Aeckerlein benutzten schnellen Schwingungen dürfte es schwierig sein, das Quadrat der effektiven Feldstärke zu ermitteln, von dem die Dichtenänderung durch Elektrostriktion abhängt.

Pockels (5) hat wahrscheinlich gemacht, daß bei Schwefelkohlenstoff und möglicherweise auch bei (dem von Aeckerlein untersuchten) Nitrobenzol die durch Elektrostriktion hervorgerufenen Änderungen der Brechungsindizes von derselben Größenordnung sind wie die allein durch das elektrische Feld erzeugten. Wenn auch vielleicht der träge Einfluß der Elektrostriktion den schnellen Schwingungen nicht zu folgen vermochte, so können die Beobachtungen Aeckerleins doch keinesfallls als sicherer Beweis für die molekulare Orientierungstheorie gelten, um so weniger, als neuerdings Himstedt (1, 2, 3) zu ganz anderem Ergebnis gelangt ist. Bei Beobachtungen im statischen Felde mit Hilfe eines Zeiß-Loeweschen Interferentialrefraktors erhielt dieser Forscher bei Schwefelkohlenstoff, Chlorbenzol und gut isolierenden Gemischen aus Nitrobenzol und Hexan, bzw. Petroläther für den Quotienten

$$\frac{n_1 - n}{n_2 - n}$$

den Wert -4; bei Rizinusöl fand sich, entsprechend dem entgegengesetzten Vorzeichen der Kerrschen Konstante dieser Flüssigkeit, der Wert $-{}^1/_4$. Wird die Elektrostriktion, deren Vorhandensein mit Sicherheit nachgewiesen wurde, in Rechnung gezogen, so zeigt sich, daß die Beobachtungen weder mit den Formeln der molekularen Orientierungstheorie, noch mit jenen der Theorie des Zeeman-Effektes in Einklang zu bringen sind. Das abweichende Ergebnis von Aeckerlein dürfte nach Himstedt möglicherweise auf die Leitfähigkeit des Nitrobenzols zurückzuführen sein, durch welche die Erscheinung beeinträchtigt wird.

Messungen Mc Combs (3), welche mittels eines Michelsonschen Interferometers ausgeführt wurden, und die bei Nitrobenzol — in Übereinstimmung mit Aeckerlein — Verzögerung der außerordentlichen

Welle, bei Chloroform jedoch Beschleunigung beider Wellen ergaben, dürfte weniger Wert beizulegen sein, da dem Einfluß der Elektrostriktion — im Gegensatz zu Himstedt — nicht Rechnung getragen wurde.

Dagegen ist hier wohl der Hinweis am Platze, daß Cotton und Mouton (2) bei der magnetischen Doppelbrechung (S. 243) kolloider Eisenlösungen für das Verhältnis der absoluten Verzögerungen den Wert —2 gefunden haben und daß nach Pockels (5) bei diesen Versuchen der Einfluß der Magnetostriktion als klein vorausgesetzt werden durfte. Freilich handelte es sich hier nicht um eine eigentliche magneto-optische Erscheinung, sondern um die optischen Eigenschaften schichtenartig geordneter kleiner Teilchen.

Auf alle Fälle bedarf das Problem der absoluten Verzögerungen noch der weiteren Aufklärung.

§ 10. Der elektro-optische Dichroismus.

1. Gesetz des elektro-optischen Dichroismus. Daß mechanische Spannungen in gewissen Medien Dichroismus hervorrufen können, ist von Kundt (1) schon im Jahre 1874 entdeckt worden und später Gegenstand verschiedener Untersuchungen geworden.

Eine entsprechende Erscheinung im elektrischen Felde will Meslin gefunden haben; er bemerkt in einer kurzen Notiz, ohne irgendwelche weiteren Angaben zu machen, daß er bei Lösung von Helianthin in Schwefelkohlenstoff einen die elektrische Doppelbrechung begleitenden Dichroismus habe beobachten können.

Neuerdings haben sich Zeeman und Hoogenboom anläßlich ihrer bereits erwähnten Untersuchung über die elektrische Doppelbrechung in Salmiakdämpfen der Frage des elektro-optischen Dichroismus zugewandt; doch handelte es sich bei dem von ihnen beobachteten Phänomen offenbar um Beugungserscheinungen (Hoogenboom) und nicht um einen eigentlichen elektro-optischen Effekt.

Dieser ist nach den Beobachtungen von Koenigsberger und Kilching auch bei rot gefärbtem Rizinusöl nicht vorhanden.

Voigt (7) hat aus der molekularen Orientierungstheorie gefolgert, daß der elektro-optische Dichroismus eine Begleiterscheinung der elektrischen Doppelbrechung sein muß. Bezeichnet man mit n den Brechungs- und mit $\varkappa$ den Absorptionsindex des isotropen Körpers, und bedeuten n_1 und $\varkappa_1$, bzw. n_2 und $\varkappa_2$ die entsprechenden Größen für die außerordentliche bzw. ordentliche, senkrecht zur elektrischen

Feldrichtung fortschreitenden Welle, so lautet die von Voigt für diese Größen hergeleitete Beziehung

$$\frac{n_1 \varkappa_1 - n \varkappa}{n_2 \varkappa_2 - n \varkappa} = -2.$$

Dieser Ausdruck stellt ein Gesetz für den elektro-optischen Dichroismus dar, welches dem (S. 273) besprochenen Gesetz der absoluten Verzögerungen zur Seite tritt; seine experimentelle Prüfung würde für die molekulare Orientierungstheorie von großer Bedeutung sein, doch liegen Versuche hierüber nicht vor.

Aus obiger Formel hat Voigt noch eine weitere Beziehung hergeleitet. Unter der Annahme kleiner Werte $(n_2 \varkappa_2 - n \varkappa)$ schloß er, daß sich das Absorptionsvermögen eines Körpers für natürliches Licht im elektrischen Felde ändern muß. Dieser Satz hat ebenso wie das Gesetz des elektro-optischen Dichroismus, aus welchem er gefolgert wurde, die molekulare Orientierungstheorie zur Voraussetzung.

2. Beobachtungen über das Absorptionsvermögen für natürliches Licht im elektrischen Felde. Diese letztere von Voigt vorausgesetzte Erscheinung glaubten Zeeman und Hoogenboom entdeckt zu haben. Wurde eine Salmiakwolke zwischen die Platten eines Kondensators gebracht und natürliches weißes Licht parallel hindurchgeschickt, so erschien das Gesichtsfeld beim Durchblick mattgelb, ging aber nach Erregung eines Feldes zwischen den Kondensatorplatten in röteren Ton über. Es schien also in der Tat das Absorptionsvermögen des Salmiakdampfes für natürliches Licht durch das elektrische Feld geändert worden zu sein.

Dasselbe Phänomen wurde von van der Bijl und Szivessy mit einer objektiven Methode untersucht. Ein paralleles Strahlenbündel natürlichen Lichtes wurde durch reinen, zwischen den Platten eines Kondensators befindlichen Schwefelkohlenstoff geschickt und fiel dann auf eine lichtelektrische Kaliumzelle. Die Stärke des in dieser entstehenden elektrischen Stromes wurde elektrometrisch gemessen, einmal ohne ein elektrisches Feld zwischen den Kondensatorplatten, dann nach Erregung eines solchen. Irgendeine Einwirkung des Feldes konnte jedoch weder bei weißem, noch bei spektral begrenztem (blauem) Lichte festgestellt werden, obgleich eine Intensitätsänderung von $^1/_4$ Proz. noch hätte festgestellt werden können.

Während beim Versuche von Zeeman und Hoogenboom die fragliche elektro-optische Erscheinung offenbar Beugungseffekten zuzu-

schreiben war (Voigt [7], Hoogenboom), welche bei einer Wolke suspendierter Teilchen auftreten und bei einer bestimmten Orientierung der Teilchen sich ändern können, waren bei dem Versuche von van der Bijl und Szivessy solche störende Beugungsvorgänge wegen der Homogenität der benutzten Substanz jedenfalls ausgeschlossen.

Der positive Nachweis einer Änderung des Absorptionsvermögens für natürliches Licht im elektrischen Felde ist jedoch bis jetzt noch nicht geglückt.

Literaturnachweis.

H. Abraham u. J. Lemoine, (1) C. R. **120**, 726—728, 1895.
(2) C. R. **129**, 206—209, 1899.
G. Aeckerlein, Phys. Zeitschr. **7**, 594—601, 1906; **8**, 117—118, 1907.
J. E. Almy, Ann. d. Phys. (4) **1**, 508—529, 1900.
E. Baetge, Über das Verhalten von Nitrobenzol in elektrischen Feldern, die sich schnell ändern. Dissert. Straßburg, 1907.
C. Bergholm, (1) Ann. d. Phys. (4), **44**, 1033—1066, 1914.
(2) Ann. d. Phys. (4), **51**, 414—426, 1916.
(3) Ann. d. Phys. (4), **53**, 169—176, 1917.
H. L. Blackwell, Proc. Amer. Acad. **41**, 647—667, 1906.
E. Block, C. R. **146**, 970—971, 1907.
. londlot, Journ. de Phys. (2) **7**, 91—97, 1888.
D. B. Brace, Phys. Rev. **18**, 70—88; **19**, 218—230, 1904.
H. Brongersma, Wied. Ann. **16**, 222—233, 1882.
H. J. van der Bijl u. G. Szivessy, Verh. d. D. phys. Ges. **15**, 151—155, 1913.
J. Cabannes, Le Radium **7**, 364—366, 1910.
J. Chaudier, C. R. **137**, 248—250, 1903; **149**, 202—204, 1909; Journ. de Phys. (4) **8**, 422—439, 1909.
L. Chaumont, (1) Soc. Franç. de Phys. Nr. 61, S. 5—6, 1904.
(2) Recherches expérimentales sur le phénomène électro-optique de Kerr et sur les méthodes servant à l'étude de la lumière polarisée elliptiquement. Thèse, Paris 1914; Ann. de Phys. (9) **4**, 61—206, 1915; **5**, 17—78, 1916.
H. E. Mc Comb, (1) Phys. Rev. **27**, 336, 1908.
(2) Phys. Rev. **29**, 525—540, 1909.
(3) Phys. Rev. (2) **6**, 180—183, 1915.
A. Cotton, C. R. **155**, 1232—1234, 1912.
A. Cotton u. H. Mouton, (1) C. R. **145**, 229—230, 1907.
(2) Ann. chim. phys. (8) **11**, 145—203, 289—339, 1907.
(3) C. R. **147**, 193—195, 1908.
(4) C. R. **150**, 774—777, 1910.
(5) C. R. **150**, 857—859, 1910.
(6) Ann. chim. phys. (8) **20**, 275—283, 1910.

A. Cotton u. H. Mouton, (7) Ann. chim. phys. (8) **19**, 153—186; **20**, 194—275, 1910; Journ. de Phys. (5) **1**, 5—52, 1911.

Th. Des Coudres, Verh. Ges. D. Naturf. u. Ärzte, Nürnberg 1893 **2** (1), 67—69, 1894.

P. Czermak, Wien. Ber. **97**, (2), 301—324, 1888.

G. W. Elmén, Phys. Rev. **20**, 54—61, 1905; Ann. d. Phys. (4) **16**, 350—359, 1905.

A. Enderle, Zur Theorie der elektrischen und magnetischen Doppelbrechung von Flüssigkeiten. Dissert. Freiburg, 1912.

M. Faraday, Experimental Researches in Electricity. Vol. **3**, No. 2217, London, 1855.

J. E. H. Gordon, Phil. Mag. (5) **2**, 203—208, 1876.

L. Grumnach, Wied. Ann. **14**, 110 (Fußnote), 1881.

C. Gutton, (1) C. R. **156**, 387—389, 1913; Journ. de Phys. (5) **3**, 206—217, 1913.
(2) C. R. **156**, 1370—1375, 1913; Journ. de Phys. (5) **3**, 445—449, 1913.

C. F. Hagenow, Phys. Rev. **27**, 196—208, 1908.

D. E. Hansen, Über die elektrische Doppelbrechung der Gase. Dissert. Karlsruhe, 1912.

H. M. Hansen vgl. W. Voigt.

T. H. Havelock, (1) Proc. Roy. Soc. (A) **80**, 28—44, 1907.
(2) Phys. Rev. **28**, 136—139, 1909.

O. Hebecker, Der elliptische Halbschattenkompensator von Brace. Ein Beitrag zur Kenntnis der elliptischen Reflexionspolarisation an durchsichtigen Körpern. Dissert. Göttingen, 1912.

F. Himstedt, (1) Arch. sc. phys. et nat. (4) **37**, 251, 1914.
(2) Elster-Geitel-Festschrift, 404—410, 1915.
(3) Ann. d. Phys. (4) **48**, 1061—1088, 1915; Sitz.-Ber. Heidelb. Akad., Math.-naturw. Kl., Abt. A, math.-phys. Wiss. 1915, 8. Abh.

C. M. Hoogenboom, Proc. Amsterd. **19**, 415—432, 1916, vgl. auch P. Zeeman.

J. James, Ann. d. Phys. (4), **15**, 954—987, 1904.

H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Bd. 3, S. 539. Leipzig, 1905.

J. Kerr, (1) Phil. Mag. (4) **50**, 337—348, 1875.
(2) Phil. Mag. (4) **50**, 446—458, 1875.
(3) Phil. Mag. (5) **8**, 85—102, 229—245, 1879.
(4) Phil. Mag. (5) **9**, 157—174, 1880.
(5) Phil. Mag. (5) **13**, 153—169, 248—262, 1882.
(6) Phil. Mag. (5) **20**, 363—372, 1885.
(7) Rep. Brit. Assoc. Edinb. 1892, S. 157—158.
(8) Phil. Mag. (5) **37**, 380—394, 1894; **38**, 144—146, 1894.

K. Kilching vgl. J. Koenigsberger.

W. Koenig, Ann. d. Phys. (4) **28**, 413—420, 1909.

J. Koenigsberger, Centralbl. Min., 1908, S. 729—730; 1909, S. 249, 746.

J. Koenigsberger u. K. Kilching, Ann. d. Phys. (4) **37**, 845—846, 1912.

A. Kundt, (1) Pogg. Ann. **151**, 125—126, 1874.
(2) Wied. Ann. **18**, 228—233, 1883.
P. Langevin, C. R. **151**, 475—478, 1910; Le Radium **7**, 249—260, 1910.
J. Larmor, Phil. Trans. (A) **190**, 205—300, 1897.
R. Leiser, (1) Abhandl. d. D. Bunsen-Ges. **4**, 1910.
(2) Phys. Zeitschr. **12**, 955—956, 1911; Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 905—906, 1911.
J. Lemoine, C. R. **122**, 835—837, 1896; vgl. auch H. Abraham.
A. Lippmann, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 15—20, 1911. Elektrische Doppelbrechung in Flüssigkeiten und ihre Beziehung zur chem. Zusammensetzung und Konstitution. Dissert. Leipzig, 1912.
N. Lyon, Über die Dispersion der elektrischen Doppelbrechung. Diss. Freiburg, 1914; Ann. d. Phys. (4) **46**, 753—784, 1915.
J. J. Mackenzie, Wied. Ann. **2**, 356—359, 1877.
L. Mandelstam u. N. Papalexi, Phys. Zeitschr. **7**, 303—306, 1906.
G. Meslin, C. R. **136**, 930—932, 1903.
L. B. Morse, (1) Phys. Rev. **23**, 251—252, 1906.
(2) Phys. Rev. **23**, 252—253, 1906.
H. Mouton vgl. A. Cotton.
L. Natanson, Krak. Anz. (A) 1910, S. 256—277, 1910.
N. Papalexi vgl. L. Mandelstam.
E. Perucca, Atti di Torino **48**, 1—23, 1913.
F. Pockels, (1) N. Jahrb. f. Min., Beil. Bd. **7**, 201—231, 1890.
(2) Abhandl. d. Gött. Ges. d. Wissensch. **39**, 1893.
(3) Gött. Nachr., math.-phys. Kl. 1896, S. 102—113.
(4) Ann. d. Phys. (4) **7**, 745—771, 1902.
(5) Le Radium **9**, 148—150, 1912.
(6) Le Radium **10**, 152—159, 1913.
G. Quincke, (1) Wied. Ann. **10**, 533—542, 1880.
(2) Wied. Ann. **19**, 729—782, 1883.
W. C. Röntgen, (1) Wied. Ann. **10**, 77—92, 1880.
(2) Wied. Ann. **18**, 213—218, 534—551, 1883.
W. Schmidt, Elektrische Doppelbrechung in gut und schlecht isolierenden Flüssigkeiten. Dissert. Göttingen, 1901; Ann. d. Phys. (4) **7**, 142—175, 1902.
G. Szivessy vgl. H. J. van der Bijl.
O. D. Tauern, Über das Auftreten des Kerrphänomens in Gläsern. Dissert. Freiburg, 1909; Ann. d. Phys. (4) **32**, 1064—1084, 1910.
L. B. Tuckermann, Nebraska Univ. Studies (2) **9**, 203—266, 1909.
W. Voigt, (1) Gött. Nachr., math.-phys. Kl., 1898, S. 355—369.
(2) Wied. Ann. **67**, 345—365, 1899.
(3) Wied. Ann. **69**, 297—318, 1899.
(4) Ann. d. Phys. (4) **4**, 197—208, 1901.
(5) Phys. Zeitschr. **7**, 811—812, 1906.
(6) Magneto- und Elektrooptik. Leipzig, 1908.
(7) Gött. Nachr., math.-phys. Kl., 1912, S. 577—583.

W. Voigt, (8) Gött. Nachr., math.-phys. Kl., 1912, S. 832—843.
(9) Gött. Nachr., math.-phys. Kl., 1912, S. 861—878.
(10) Gött. Nachr., math.-phys. Kl., 1913, S. 215—220.
(11) Artikel „Elektrooptik" in: Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, herausgeg. von L. Graetz. Bd. 1, 289—341. Leipzig, 1918.
W. Voigt u. H. M. Hansen, Phys. Zeitschr. 13, 217—224, 1912.
P. Zeeman, Proc. Amsterdam 14, 650—655, 1911; Phys. Zeitschr. 13, 529—532, 1912.
P. Zeeman u. C. M. Hoogenboom, Proc. Amsterdam 14, 553—562, 786—788, 1911; 15, 178—184, 1915; Phys. Zeitschr. 13, 915—920, 1912.

Münster i/Westf., Physikalisches Institut der Universität, Mai 1919.

(Eingegangen 5. Juni 1919.)

Über das Eindringen von Kanalstrahlen in feste Körper.

Von Heinrich Rausch von Traubenberg.

I. Das Eindringen der Kanalstrahlen.

Das Endziel aller Arbeiten, die das Eindringen von Kanalstrahlen in feste Körper zum Gegenstand haben, besteht darin, aus dem Verhalten der eingedrungenen oder durchgedrungenen Kanalstrahlteilchen Anhaltspunkte zu gewinnen für den Aufbau der Materie aus Atomen und für den Aufbau der getroffenen Atome selbst. Die Vorstellungen, von denen wir dabei ausgehen, sind die, daß die Atome aus räumlich eng begrenzten elektrischen Ladungen bestehen, die sich in einem stabilen dynamischen Gleichgewichtszustand befinden. Solche elektrisch aufgebaute Atome oder Moleküle werden ihrerseits infolge von elektrostatischen Kräften im Materieverband zusammengehalten und bilden auf diese Weise feste Körper. Nach Stark kann man somit zwischen zwei Arten von Kraftfeldern unterscheiden: intramolekularen (intraatomaren) und intermolekularen (interatomaren), die ersteren sind zwischen den Bausteinen des Moleküls oder Atoms, die letzteren zwischen den Bausteinen des festen Körpers selbst wirksam. Wir müssen also beim Eindringen von Kanalstrahlen in feste Materie recht verwickelte Erscheinungen erwarten, die einerseits durch teilweise

Reflexion der Kanalstrahlen und andererseits durch das Freiwerden von Sekundärstrahlen (Elektronen) noch komplizierter werden. Bei ähnlichen Versuchen mit α-Strahlen liegen bekanntlich die Verhältnisse insofern einfacher, als man es bei α-Strahlen mit gleichartigen Teilchen homogener Geschwindigkeit zu tun hat, während bei den meisten Kanalstrahluntersuchungen Strahlen verwandt wurden, die weder in ihrer materiellen Zusammensetzung, noch in ihrer Geschwindigkeit einheitlich waren. Koenigsberger und Glimme sowie der Referent hatten wohl zuerst damit begonnen, Kanalstrahlen von einheitlichem $\frac{e}{m}$ und v zu Durchdringungsversuchen zu verwenden. Hierbei hat man dann den Vorteil, daß man nicht nur auf Heliumatome beschränkt ist, sondern Moleküle und Atome einer großen Anzahl von Substanzen bei sehr verschiedenen Geschwindigkeiten zur Verfügung hat.

Leider lassen sich Kanalstrahlen bis jetzt nicht auf die Geschwindigkeit der α-Strahlen bringen, es erscheint aber bei den modernen Hilfsmitteln nicht völlig aussichtslos, wenigstens beim Wasserstoff auf eine vergleichbare Geschwindigkeiten zu kommen.

Stark und Wendt[1]) untersuchten zunächst das Eindringen von Kanalstrahlen in feste Körper, indem sie polierte Platten aus verschiedenem Material dem Bombardement von Wasserstoff- und Quecksilberkanalstrahlen aussetzten. Die polierten Oberflächen wurden nachher auf ihre Beschaffenheit untersucht. Die Wirkung der Strahlen auf die einzelnen Substanzen ist eine verschiedene: entweder sie dringen ein und rauhen dabei die Oberfläche auf, oder sie zerstäuben und vertiefen die Oberfläche unter Erhaltung der Politur. Stark und Wendt fanden als Hauptresultate:

1. „Langsame Wasserstoffkanalstrahlen (bis 5000 Volt) zerstäuben blanke Flächen von Kalkspat, Flußspat, Glas und Quarz unter Erhaltung der Politur.

2. Langsame Kanalstrahlen rauhen Platten von Steinsalz, Sylvin und Glimmer auf.

3. Schnelle Kanalstrahlen (Kathodenfall $>$ 10 000 Volt) rauhen die Oberflächen von Glas, Flußspat, Kalkspat, Glimmer, Sylvin, Steinsalz in steigendem Maße in dieser Reihe, sie rauhen jedoch Quarz nicht trotz beträchtlicher Zerstäubung.

4. Quecksilberkanalstrahlen zerstäuben alle angeführten festen Körper und rauhen nicht.

1) Stark und Wendt, Ann. d. Phys. 38, 921, 1912.

5. Die mechanische Tiefenwirkung von Wasserstoffkanalstrahlen auf feste Körper läßt sich zwanglos aus dem Eindringen der Strahlen durch die zwischenmolekularen Valenzfelder unter die Oberfläche erklären.

6. Feste Metalle (kristalliten Gemenges) werden selbst durch langsame Wasserstoffkanalstrahlen unter Zerstäubung mattiert. Die Basisfläche eines Wismutkristalles wird durch langsame Kanalstrahlen nicht merkbar, durch schnelle sehr wenig gerauht. Eine zu ihr nahezu senkrechte Fläche wird durch langsame und noch mehr durch schnelle Kanalstrahlen mattiert. Diese Fläche wird ungefähr dreimal stärker als die Basisfläche zerstäubt."

Stark vermutet aus diesen interessanten Resultaten, daß in Richtung der Spaltebenen die Kanalstrahlen leichter eindringen als senkrecht dazu und hebt mit Recht hervor, daß eingedrungene Kanalstrahlen ebenso wie α- und Kathodenstrahlen sich ev. als brauchbares Hilfsmittel zur Erschließung der Kristallstruktur verwenden lassen.

Weiter wurde von Stark und Wendt[1]) die eigentümliche Erscheinung untersucht, daß manche Platten auf der Rückseite eine dauernde Erhebung erhielten, wenn sie auf der Vorderseite mit Kanalstrahlen beschossen wurden.

Es wurden Platten aus Steinsalz, Sylvin, Flußspat, Kalkspat, Quarz und Glas von 0,8—1 mm Dicke untersucht. Die Bestrahlung mit Kanalstrahlen dauerte meist 1—3 Stunden ($v > 10\,000$ Volt).

Bei Steinsalz und Sylvin waren die Erhebungen nach Bestrahlen mit Wasserstoffkanalstrahlen (30 Min. 5000 Volt) so groß, daß sie direkt aus der Deformation des Spiegelbildes eines Glühlampenfadens erkannt werden konnten. Kleinere Erhebungen wurden interferometrisch festgestellt. Glas und Quarzplatten sowie Metalle ergaben kein Resultat. Bei Flußspat jedoch, welcher senkrecht zur Hauptspaltungsebene geschnitten war, wurde bei langer Exposition und schnellen Strahlen ein positives Resultat erzielt. Eine Kalkspatplatte senkrecht zur Hauptspaltungsebene zeigte keine, eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene, eine deutliche Erhebung. Um die Erhebungen auf der Rückseite der Auftreffstelle erklären zu können, kommen mechanische Druckkräfte (Bewegungsgröße der Kanalstrahlen ist viel zu gering) und thermische Ausdehnungen (Kontrollversuch durch künstliche Erwärmung) nicht in Betracht. Auf Grund der Starkschen Vorstellungen über Valenzfelder erscheint es aber keineswegs unmög-

1) Stark und Wendt, Ann. d. Phys. 38, 941, 1912.

lich, daß die Deformationen durch eine Verschiebung der Moleküle in den Valenzfeldern hervorgerufen werden. Durch die eindringenden geladenen Kanalstrahlen (ev. auch durch die weggehenden Sekundärstrahlen) wird die Ladungsverteilung an der Oberfläche der Kristalle jedenfalls erheblich verändert und damit die zwischenmolekularen Valenzfelder in den oberen Schichten gestört. Es ist nun keineswegs ausgeschlossen, daß eine Oberflächenstörung sich tiefer ins Innere (als dissoziierender Stoß) fortpflanzt. Die Wirkungsweise einer Oberflächenstörung und ihr Eindringen in die Tiefe in einem Kristall ist neuerdings von E. Madelung[1]) theoretisch untersucht worden. Nach dieser Theorie kommen allerdings Störungen bis zu so großen Tiefen wie in den Starkschen Versuchen nicht mehr zum Ausdruck. Vielleicht könnte eine Wiederholung der Versuche mit geladenen und neutralen Kanalstrahlen fördernd wirken, um zu entscheiden, ob der Ladungstransport in die Platte bei dem Starkschen Effekt eine wesentliche Rolle spielt, allerdings würde durch die Umladungen der Kanalstrahlen an der Auftreffstelle ein ev. erzielter Unterschied wieder verwischt werden können.

II. Der Durchgang von Kanalstrahlen durch feste Körper.

Die ersten Versuche über den Durchgang von Kanalstrahlen durch feste Körper wurden von K. Glimme und J. Koenigsberger[2]) ausgeführt. Sie ließen Wasserstoffkanalstrahlen verschiedener Geschwindigkeit durch eine Aluminiumfolie von $3,5 \cdot 10^{-5}$ cm mittlerer Dicke dringen. Die hindurch gegangenen Strahlen wurden mittelst Sidotblendenschirm sichtbar gemacht. „Bei einer Geschwindigkeit der Strahlen $v = 1,8 \cdot 10^8$ cm/sec gingen keine Kanalstrahlen durch die Folie, bei $v = 2,2 \cdot 10^8$ cm/sec wurde die Folie durchlässig, auf dem Schirm erschien ein verwaschener Fleck, bei $v = 2,7 \cdot 10^8$ cm/sec ging die Strahlung des positiven und neutralen Wasserstoffatoms in scharf begrenzten Bündeln leicht hindurch".

Der Durchgang von Kanalstrahlen durch Materie wurde von Rausch von Traubenberg[3]) weiter verfolgt, er benutzte Goldfolie mittlerer Dicke von $7,3 \cdot 10^{-6}$ cm. Dabei ergaben sich die folgenden Resultate:

---

1) Madelung, Phys. Zeitschr. 20, 494, 1919.

2) K. Glimme und J. Koenigsberger, Sitzungsber. der Heidelberger Akad. d. Wiss. Abt. A 3, Abh. S. 6, 1913.

3) Rausch von Traubenberg, Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Math.-Phys. Klasse 1914.

1. „Die durch Gold hindurch gegangenen Strahlen zeigten Ablenkungswinkel bis 90° (ev. noch höher) gegen ihre ursprüngliche Richtung. Ein parallel zu dieser Richtung gestellter Sidotblendenschirm erhielt nämlich eine deutliche Aufhellung, sobald die Goldfolie in den Strahlengang gedreht wurde. Ein in den Weg der Strahlen gestellter Draht ergab einen deutlichen Schatten auf dem Schirm, wodurch bewiesen zu sein scheint, daß die Aufhellung nicht durch Sekundärstrahlen hervorgerufen wurde.

2. Der Durchmesser des bei geringen Geschwindigkeiten verwaschenen Fleckes nahm, wie bei Glimme und Koenigsberger, mit steigender Kanalstrahlgeschwindigkeit ab, und zwar schneller als die aus der Entladespannung berechnete Geschwindigkeit wuchs.

2. Durch magnetische und elektrische Ablenkung wurden die komplexen Kanalstrahlen in Parabeln zerlegt. Es waren dabei auf dem Schirm Wasserstoffatome und Moleküle, Sauerstoff bzw. Stickstoffatome erkennbar. Eine direkt auf dem Schirm angebrachte Goldfolie war für alle diese Strahlenarten durchlässig.

4. Mit der gleichen Einrichtung wurde die Reichweite der Wasserstoffatome (Kopf der Wasserstoffparabel) in Gold als Funktion ihrer maximalen Geschwindigkeit bestimmt, indem bei einer verschiedenen Zahl von aufgelegten Goldfolien (2, 3, 5 Folien) die Entladespannung durch Variation des Druckes solange gesteigert wurde, bis eben gerade auf dem Sidotschirm sich Fluoreszenzleuchten bemerkbar machte. Der Versuch ergab, daß die Reichweite im geprüften Geschwindigkeitsintervall von 1—$2{,}6 \cdot 10^8$ cm/sec annähernd proportional der Geschwindigkeit war. Die Reichweite (Dicke des Goldes) betrug $37 \cdot 10^{-6}$ cm bei $v = 2{,}6 \cdot 10^8$ cm/sec.

5. Durch einen hinter dem drehbaren geerdeten Goldschirm gebrachten Auffänger, der gleichzeitig durch Umschaltung als Thermosäule diente, konnte sowohl die von den Kanalstrahlen transportierte Ladung, als auch die kinetische Energie der Strahlen mit Hilfe eines hochempfindlichen Drehspul-Spiegelgalvanometers gemessen werden. Nach Vorschalten des Goldes konnte keine Aufladung, wohl aber eine Erwärmung der Thermosäule nachgewiesen werden. Es scheint somit, daß die durchfliegenden Kanalstrahlen (im Gegensatz zu den α-Strahlen) beim Durchgang durch Materie ihre Ladung verlieren. Die Maximalgeschwindigkeit der Wasserstoffkanalstrahlen betrug bei diesen Versuchen ca. $2{,}5 \cdot 10^8$ cm/sec; bei höheren Geschwindigkeiten brannte die Goldfolie stets durch“.

Es ergibt sich aber die Möglichkeit unter Ausscheidung der neu-

tralen Teile (hierdurch würde nämlich die Beanspruchung der Folie wesentlich verringert werden) die Geschwindigkeit der geladenen Teile des Kanalstrahls zu ermitteln, bei welcher sie ohne Ladungsverlust die Folie passieren können[1]). Wie Flamm und Schumann[2]) hervorheben, besteht außer den Streuungserscheinungen noch ein anderer deutlicher Parallelismus zwischen den α-Strahlen und Kanalstrahlen: nach den Messungen von Marsden und Taylor besitzen auch die α-Strahlen am Ende ihrer Reichweite fast linearen Geschwindigkeitsabfall und zeigen somit gleiches Verhalten wie die Wasserstoffkanalstrahlen nach Beobachtung des Referenten. Die α-Strahlen erleiden ebenfalls einen Ladungsverlust am Ende ihrer Bahn, der allerdings bei weit höheren Geschwindigkeiten eintritt, als bei den Wasserstoffkanalstrahlen, ein Umstand, der vielleicht in der doppelten Ladung des α-Teilchens seine Erklärung finden kann, aber jedenfalls einer weiteren experimentellen Untersuchung, vielleicht mit Heliumkanalstrahlen, bedarf.

3. Reflexion von Kanalstrahlen an festen Körpern.

Die Reflexion von Kanalstrahlen läßt sich optisch mit Hilfe des Dopplereffektes und elektrisch durch Auffängermethoden zeigen. Die optische Methode hat den Vorteil, daß sie frei von Umladungserscheinungen der Kanalstrahlen durch eine einzige Aufnahme die Geschwindigkeitsverteilung der reflektierten Strahlen ergibt; sie hat den Nachteil, daß man nicht die höchsten Geschwindigkeiten und Gasverdünnungen im Beobachtungsraum verwenden kann, weil sonst eine Leuchtanregung nicht mehr zustande kommen würde. Ferner hat man bei der optischen Methode darauf zu achten, daß kein direktes Licht aus dem Entladungsraum durch die Bohrung in der Kathode in den Spektralapparat gelangt. Im Entladungsraum befinden sich immer rückläufige Kanalstrahlen, die leicht eine reflektierte bewegte Intensität vortäuschen können. Hermann und Kinoshita[3]) schreiben die neben der normalen bewegten Intensität nach der anderen Seite auftretende bewegte Intensität den an der Glaswand reflektierten Strahlen zu.

1) Der Referent hatte a. a. O. die Absicht ausgesprochen, die Versuche mit verbesserten quantitativen Meßmethoden außer mit Gold mit anderen absorbierenden Materialien (verschiedenen Metallen und Isolatoren) und mit Kanalstrahlen möglichst verschiedener Elemente und Verbindungen, insbesondere Helium — dieses um den Anschluß an die α-Strahlen zu gewinnen — fortzusetzen.

2) Flamm und Schumann, Ann. d. Phys. 50, 655, 1916.

3) Hermann und Kinoshita, Phys. Zeitschr. 7, 564, 1906.

Stark und Steubing[1]) untersuchten das Verhältnis der kinetischen Energie der an Glas reflektierten Kanalstrahlen zur kinetischen Energie der primären Strahlen und fanden, daß dieses Verhältnis mit steigender Spannung an der Röhre immer mehr zuungunsten der reflektierten Strahlung ausfiel. Offenbar dringen die Kanalstrahlen um so tiefer ein und werden um so weniger reflektiert, je höher ihre Anfangsgeschwindigkeit ist. Wilsar[2]) vermied es, durch Anwendung eines Aluminiumhohlspiegels als Reflektor, daß das Licht der rückläufigen Kanalstrahlen in den Spektralapparat fallen konnte; er fand bei Wasserstoffkanalstrahlen von 3300 Volt eine reflektierte bewegte Intensität, die wesentlich schwächer ausfiel wie die primäre bewegte Intensität, jedoch fast die gleiche maximale Geschwindigkeit hatte. Auch fand er in Übereinstimmung mit Stark und Steubing, daß die Reflexion am Glase bei kleineren Spannungen viel stärker war als bei hohen Spannungen. Bei Spannungen über 15000 hörte die Reflexion am Glase auf. Wagner[3]) fand die Reflexion an Gold etwas stärker wie an Aluminium, die maximale Geschwindigkeit an Aluminium ist etwas kleiner, diejenige an Gold fast gleich der maximalen Geschwindigkeit des Primärstrahles. Offenbar hat Atomgewicht und Dichte des Reflektors einen wesentlichen Einfluß auf die Intensität und die Geschwindigkeit der reflektierten Strahlen in gewisser Parallelität zur diffusen Reflexion der α-Strahlen. Füchtbauer[4]) benutzte die Auffängermethode: Zuerst ließ er die Kanalstrahlen in einem Faradayzylinder durch eine ziemlich enge Öffnung fallen. Auf diese Weise konnte er die gesamte von den Kanalstrahlen mitgeführte Ladung messen, da sowohl Sekundärstrahlen als auch reflektierte Kanalstrahlen im Faradayzylinder verblieben. Drehte er nun vor die Öffnung ein reflektierendes Metall, so erhöhten die weggehenden negativen Sekundärstrahlen die positive Aufladung des Zylinders; bog er jetzt mittels eines Magneten die Sekundärstrahlen zum Zylinder zurück, so ergab sich ein Ladungsunterschuß im Vergleich zum ersten Falle, weil die reflektierten Kanalstrahlen ihre Ladung nicht an den Zylinder abgeben können. Man kann hiernach aus der Differenz zweier Messungen auf die Menge der reflektierten Strahlen schließen. Die Messung ist wegen der Umladung der Kanalstrahlen im Verhältnis mäßig dichter Gase (und durch Ionendiffusion) natürlich erheblichen Fehlerquellen aus-

1) Stark und Steubing, Ann. d. Phys. **28**, 995, 1909.
2) Wilsar, Ann. d. Phys. **39**, 1292, 1912.
3) Wagner, Ann. d. Phys. **41**, 214, 1913.
4) Füchtbauer, Phys. Zeitschr. **7**, 153, 1906.

gesetzt, immerhin trat das Anwachsen der prozentualen Reflexion mit abnehmender Geschwindigkeit der Primärstrahlen hervor.

4. Emission von Elektronen beim Aufprall von Kanalstrahlen auf feste Körper; Sekundärstrahlen.

Fallen Kanalstrahlen auf feste Körper, so senden dieselben ähnlich wie beim Aufprall von α- und Elektronenstrahlen sekundäre Elektronen aus. Die ersten quantitativen Messungen über die relative Zahl solcher Sekundärelektronen und über ihre Geschwindigkeit wurden von Füchtbauer[1]) angestellt. Er benutzte dabei die im vorigen Abschnitt beschriebene Versuchsanordnung. Er untersuchte die Metalle *Pt*, *Ag*, *Cu*, *Al*. Die Sekundärstrahlmenge (= Differenz des Ladestromes bei geöffnetem und durch das Metall verschlossenem Zylinder) ist in Prozenten der primären Kanalstrahlströme bei verschiedenen Entladespannungen an der Röhre angegeben. Bei 31 300 Volt fand Füchtbauer

für *Pt* 120 *Ag* 137 *Cu* 136 *Zn* 192 *Al* 305 Proz.

Saxén mit dergleichen Anordnung *Pt* 100 *Ag* 102 *Cu* 90 *Zn* 100 *Al* 77 Proz.

also für Aluminium nicht die größte, sondern die geringste Sekundärstrahlung. Diese Messungen scheinen somit mit ganz erheblichen Unsicherheiten behaftet zu sein. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit ließ Füchtbauer[3]) die vom Reflektor ausgehenden Elektronen durch einen kreisförmigen Schlitz gehen, der ihnen nur dann freien Durchgang gestattete, falls ihre Bahn durch ein transversales Magnetfeld bekannter Stärke zu einem gleich großen Kreise verbogen wurde.

Er fand die Maximalgeschwindigkeit der ausgelösten Sekundärelektronen unabhängig von der Geschwindigkeit der auslösenden Kanalstrahlen, unabhängig vom Füllgas der Röhre, unabhängig vom Einfallswinkel, sowie fast unabhängig von der Natur des getroffenen Metalles (*Pt*—*Al*) zu etwa 27—30 Volt. Dieses an sich interessante Resultat wurde durch die Untersuchungen von Baerwald[4]) ergänzt. Baerwald wiederholte außerdem zum Teil die Füchtbauerschen und Saxénschen Messungen und unterzog die Resultate einer Kritik. Die Metalle zeigen in ihrer Fähigkeit Sekundärstrahlen zu liefern keine Parallelität zur Voltaschen Spannungsreihe wie bei der ersten Füchtbauerschen

1) Füchtbauer, Phys. Zeitschr. 7, 153, 1906 und 748—750 1906 und Ann. d. Phys. **23**, 304, 1907.

2) Saxen, Ann. d. Phys. **38**, 319, 1912.

3) Füchtbauer, l. c.

4) Baerwald, Ann. d. Phys. **41**, 643 und **42**, 1287, 1913.

Messung, ordnen sich vielmehr in gleicher Weise wie bei der Sekundärstrahlemission durch α-Strahlen. Baerwald benutzte außer der Magnetfeldmethode noch die Gegenfeldmethode zur Geschwindigkeitsmessung. Er erzielte mit dieser Methode eine einwandfreiere Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung der ausgesandten Elektronen und fand, daß erst von 900 Volt an eine Sekundärstrahlemission begann[1]), daß mit weiter gesteigerter Spannung an der Röhre immer schnellere Elektronen ausgelöst wurden bis zu einer Entladespannung von ca. 8 mm Funkenschlagweite an der Wasserstoffkanalstrahlröhre. Die Sekundärelektronen erreichten in diesem Falle eine Maximalgeschwindigkeit von ca. 23 Volt, die sie trotz weiterer Geschwindigkeitssteigerung der auslösenden Kanalstrahlen beibehielten.

Es untersuchte die Stoffe und fand die Maximalgeschwindigkeit der Elektronen zu Volt:

C	*Mg*	*Al*	*Cd*	*Fe*	*Cu*	*Zn*	*Ag*
13	23	22	22	22	24	23	22
Pt	*Au*	*Tl*	*Pb*	*Bi*	*U*	*CuO*	
24	26	20	25	22	24	16	

Die größte Zahl der emittierten Elektronen, ungefähr 95 Proz., hatte aber viel kleinere Geschwindigkeiten ($<$ 10 Volt), was wohl zum Teil daran liegen kann, wie schon Füchtbauer bemerkt, daß die Elektronen bei schiefem Austritt aus dem Metall am meisten gehemmt werden. Weiter fand Baerwald, daß für die Geschwindigkeit der ausgelösten Elektronen die chemische Natur des Kanalstrahles gleichgültig und nur seine Geschwindigkeit maßgebend war. Die von Baerwald gefundenen Resultate bestätigen die interessanten von Füchtbauer a. a. O. gezogenen Schlüsse. Da Füchtbauer selbst gefunden hatte, daß Kathodenstrahlen Sekundärstrahlen von gleicher Maximalgeschwindigkeit auslösen wie Kanalstrahlen und Ewers zeigen konnte, daß α-Strahlen des Poloniums von einer ungefähr gleich schnellen Sekundärstrahlung begleitet sind, sprach Füchtbauer die Vermutung aus, daß das Elektron mit einer nur durch die Eigenschaften des getroffenen Atoms bedingten Geschwindigkeit entweicht. Es ist allerdings höchst bemerkenswert, daß die Maximalgeschwindigkeit der entweichenden Elektronen in so hohem Maße

1) Nach Niederschrift dieser Arbeit ist dem Referenten eine Untersuchung von H. Baerwald über die von langsamen positiven Strahlen ausgelösten Elektronen zugänglich geworden (Ann. d. Phys 60, 1, 1919), die hier leider nicht mehr berücksichtigt werden konnte. Es ergibt sich, daß die 900 Voltgrenze unterschritten werden kann.

unabhängig ist vom Atomgewicht des getroffenen Atoms (z. B. *Mg* und *U*).

Der lichtelektrische Effekt zeigt bekanntlich ein ganz anderes Verhalten, indem die Geschwindigkeit der ausgelösten Elektronen mit der Wurzel aus der Frequenz des anregenden Lichtes variiert. Offenbar sind die durch Lichtstrahlen und die durch Korpuskularstrahlen ausgelösten Elektronen in Metallen verschiedenen Ursprungs, es wäre z. B. denkbar, daß die letzteren einem in den verschiedenen Metallen gelösten oder adsorbierten Gase ihren Ursprung verdanken und deshalb die gleiche Maximalgeschwindigkeit zeigen. Falls diese Hypothese unrichtig wäre, könnte man vielleicht vermuten, daß die äußeren Elektronen in den verschiedenen getroffenen Metallatomen ungefähr die gleiche Geschwindigkeit besitzen und nach erfolgter Absprengung mit der gleichen Anfangsgeschwindigkeit entweichen. Jedenfalls wäre es von Interesse, diese sehr wichtigen Versuche über Sekundärstrahlerregung durch Korpuskularstrahlen mit Substanzen, deren Raumgitteraufbau bekannt ist, z. B. Steinsalz und mit Kalium-Natrium-Legierungen, deren Oberflächen sich außerordentlich rein herstellen lassen, zu wiederholen.

(Eingegangen 9. Dezember 1919.)

Rutherfords neueste Arbeiten über den Atomkern.

Von **R. Seeliger.**

Mit 2 Figuren.

Im Juniheft des Philosophical Magazine 1919 (S. 537—587) hat Rutherford vier neue Arbeiten über den „Zusammenstoß von α-Teilchen mit leichten Atomen“ veröffentlicht, in denen er Resultate von weittragendster Bedeutung für unsere Kenntnis vom Bau der Atome mitteilt; da unter den jetzigen Verhältnissen die Originalarbeiten nur schwer zugänglich sind, wird ein ausführlicher Bericht, zu dem mich Herr Stark veranlaßte, vielleicht manchem Fachgenossen willkommen sein.

Wie bekannt, ist es Rutherford in der letzten der genannten Arbeiten geglückt, den Kern des Stickstoffatoms zu zerspalten und damit nicht nur nachzuweisen, daß im Einklang mit früheren Ver-

mutungen die Kerne auch der leichten Atome aus kleineren Einheiten aufgebaut sind, sondern den Zerfall in diese Einheiten im Gegensatz zu dem spontanen Zerfall der schweren Atome radioaktiver Substanzen zum erstenmal künstlich herbeizuführen. Der Abbau der Atome, mit dem die Abspaltung der äußeren Elektronen z. B. durch die Stoßionisation schon vor längerer Zeit den Anfang gemacht hat, ist damit ein ganz wesentliches Stück weitergeführt, so weit, daß man nun prinzipiell — denn an der Möglichkeit einer Übertragung der von Rutherford benutzten Methode auch auf andere Atome als das des Stickstoffs ist wohl kaum zu zweifeln — die Atome zerlegen kann in Elektronen, Wasserstoffkerne und Heliumkerne. Ebenso wichtig in ihren prinzipiellen Folgerungen, vielleicht sogar noch interessanter, scheinen mir aber gewisse Schlüsse über die Konstitution und die dynamischen Eigenschaften der *H*- und *He*-Kerne zu sein, die Rutherford in den drei ersten Arbeiten entwickelt. Denn ich glaube, daß hier der große englische Physiker zum erstenmal vorgedrungen ist bis unmittelbar heran zu dem Geheimnis, das noch über dem Wesen der Materie liegt und das, wie man wohl annehmen kann, gerade in der Konfiguration und den Eigenschaften der positiven Kerne sich verbirgt. Jedenfalls hat er zum erstenmal die Grenze überschritten zum Neuland einer Physik der Atomkerne.

I. Grundlagen der Versuche Rutherfords.

Die neuen Entdeckungen Rutherfords sind das Ergebnis einer systematischen Weiterführung seiner und seiner Mitarbeiter bisherigen Studien über den Zusammenstoß von α-Teilchen mit Atomen [1]). Die Sonden, die ein Eindringen in das Atom ermöglichen, sind also auch hier die schnellen Heliumkerne. Die Weiterführung besteht, außer natürlich in experimentell-methodischer Richtung, prinzipiell in der Untersuchung gerade der Zusammenstöße, in welchen sich die α-Teilchen den Atomkernen bis auf die kleinsten Entfernungen nähern, d. h. in welchen der Stoß nahezu zentral ist. Wie die eingehendere Diskussion ergibt, handelt es sich um Entfernungen der beiden Kernmittelpunkte von der Größenordnung von 10^{-13} cm, also von der Größenordnung der mutmaßlichen Elektronendimensionen. Die Folge davon ist eine doppelte, nämlich a) wirken auf die Kerne ganz enorme elektrostatische Kräfte (von der Größenordnung des Kilogramms!), die, wie der Versuch zeigte, sogar zu einer Zerspaltung des einen Kerns führen

1) Vgl. meinen Bericht in diesem Jahrbuch 16, 19, 1919.

können, b) gelingt es auf diesem Weg, die Kraftfelder um die Kerne zu studieren in unmittelbarster Umgebung derselben und wie ebenfalls der Versuch zeigt, dabei Abweichungen von dem Coulombschen Gesetz festzustellen. Methodisch bedient sich Rutherford des Studiums der von Marsden entdeckten (aus der Kern-Atomtheorie vorausgesagten) sehr rasch beim Zusammenstoß fortgeschleuderten Atomkernstrahlen, die sich im wesentlichen wie α-Teilchen selbst verhalten und also z. B. wie diese nach der üblichen Szintillationsmethode gezählt und untersucht werden können. Dies letztere ist experimentell von größter Bedeutung, da andere Möglichkeiten, diese Atomstrahlen zu untersuchen, wegen ihrer äußerst geringen Zahl mit den uns heute zur Verfügung stehenden Mitteln kaum denkbar sind.

II. Das Beobachtungsmaterial.

Wir wollen zunächst die Ergebnisse der beiden ersten Arbeiten, die sich auf Wasserstoff beziehen, für sich behandeln. Die in ihrer Einfachheit geniale Versuchsanordnung, die vielerlei Kontrollversuche und Vorsichtsmaßregeln und alle Einzelheiten sollen hier nicht ausführlich besprochen werden, nur das Wesentlichste in methodischer Beziehung sei erwähnt. Wie bereits gesagt, handelte es sich um die Untersuchung der schnellen Wasserstoffstrahlen, die entstehen, wenn α-Teilchen in Wasserstoff hineingeschossen werden. Als Quelle für die schnellsten α-Strahlen diente RaC des aktiven Niederschlags der Emanation auf einem Metallscheibchen, als Quelle von α-Strahlen von bestimmten kleineren Geschwindigkeiten eben dieses Scheibchen unter Vorschaltung von Metallfolien mit bekannter bremsender Wirkung. Die Zahl der H-Atomstrahlen wurde gezählt auf einem ZnS-Schirm, ihre Geschwindigkeit (Reichweite) untersucht unter Benutzung von Metallfolien bekannten Luftäquivalents vor dem Schirm. Der Raum zwischen Quelle und Schirm war gefüllt mit Wasserstoff von Atmosphärendruck; in einigen Versuchen, die eine räumlich scharf begrenzte Erzeugung der Atomstrahlen an bestimmter Stelle erforderten, wurde als solche eine dünne Schicht einer festen Wasserstoffverbindung (z. B. Paraffinwachs) benutzt, da nämlich die hier behandelten Vorgänge unmittelbar am Atomkern sich abspielen und eine molekulare Bindung der H-Atome ohne Einfluß ist. Es sei in diesem Zusammenhang auch noch erwähnt, daß alle benutzten bremsenden oder absorbierenden Metallschirme des stets in Metallen okkludierten Wasserstoffs wegen natürlich auch als Quellen von Atomstrahlen wirken, wenn sie nicht sorgfältigst ausgewählt und vorbehandelt werden.

Die Versuche selbst zerfallen im wesentlichen in die Untersuchung der Geschwindigkeit der Atomstrahlen nach Größe und Richtung und in die Bestimmung ihrer Zahl in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der stoßenden α-Strahlen; die Geschwindigkeiten sind dabei in praxi gegeben durch die Reichweiten, die im folgenden stets bezogen sind auf Luft von Atmosphärendruck.

Eine erste Serie von Versuchen gibt Aufschluß über die Gestalt der Reichweitekurve der H-Atome, sie liefert also in anderer Ausdrucksweise das Geschwindigkeitsverteilungsgesetz. Dieses wurde aufgenommen

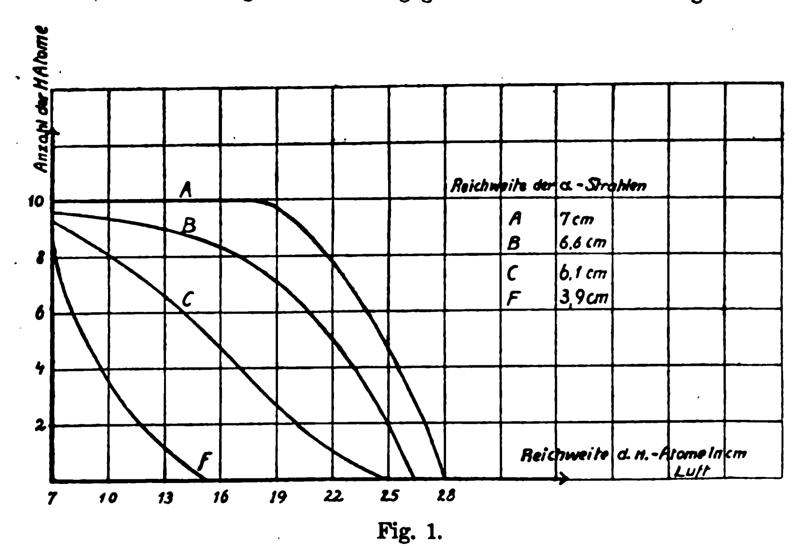


Fig. 1.

für verschiedene Geschwindigkeiten der erregenden α-Strahlen, angefangen von den ungebremsten des RaC ($v = 1{,}922 \cdot 10^9$ cm $\cdot$ sec^{-1}; Reichweite 7 cm) bis herab zu Reichweiten von 3,9 cm; die Resultate sind dargestellt in der folgenden der Arbeit Rutherfords entnommenen Figur (vereinfacht).

Eine zweite Reihe von Versuchen gibt die Abhängigkeit der Zahl der H-Atome von großer Geschwindigkeit von der Geschwindigkeit der erzeugenden α-Strahlen; die Atome wurden gezählt nach dem Durchgang durch Folien von bekanntem Luftäquivalent. Es ergab sich allgemein, daß die Zahl der unter sonst gleichen Umständen erzeugten H-Atome von bestimmter Reichweite abnimmt mit abnehmender Geschwindigkeit der α-Strahlen, und zwar angefangen von den schnellen α-Strahlen des RaC zuerst langsam, dann aber bei Reichweiten der

α-Strahlen zwischen 2 und 3 cm Luft sehr rasch. Als Beispiel mag die folgende Tabelle dienen:

Reichweite der α-Strahlen	Absorption zwischen Quelle und Schirm in cm Luft	Relative Zahl der H-Strahlen	Theoret. Werte (vgl. S. 300)
7,0 cm	8,3 cm	100	100
5,3 „	8,3 „	77	103
4,5 „	7,5 „	51	119
3,7 „	6,6 „	25	128
3,0 „	6,6 „	5	139

Eine dritte Versuchsreihe endlich diente der absoluten Zählung der erzeugten H-Atome, und zwar für die ungebremsten α-Strahlen des *RaC*. Dazu mußte man einerseits die absolute Aktivität der Quelle und die geometrischen Verhältnisse der Versuchsanordnung, andererseits die Zahl der erzeugten H-Atome genau kennen. Für eine Reichweite von etwa 15 cm ergab sich, daß etwa jedes 10^5te α-Teilchen ein derartig schnelles H-Atom beim Durchgang durch 1 cm Wasserstoff von Atmosphärendruck erzeugt; nach dem Verlauf der Kurve A in Fig. 1 (S. 295) ändert sich aber diese Zahl nicht merklich zwischen 9 und 19 cm Reichweite, so daß damit die gewünschte Absolutbestimmung für schnelle Atomstrahlen in dem genannten Reichweitenbereich geleistet ist.

Anschließend soll hier gleich der Inhalt der zweiten Arbeit angeführt werden, die eine erwünschte Ergänzung der aus dem eben erörterten Material zu ziehenden Schlüsse gibt. Die Diskussion dieses Materials ergibt, wie schon Marsden gezeigt hatte, daß die Atomstrahlen aus H-Atomen mit einer maximalen Geschwindigkeit von 1,6 $\times$ Geschwindigkeit der α-Strahlen (entsprechend 28 cm Reichweite) bestehen. Dies Resultat wird nun hier durch direkte Messung von e/m und v mit Hilfe elektrischer und magnetischer Ablenkung bestätigt; zugleich ergibt sich, daß alle H-Atome in den Strahlen einfach geladen waren. Für die maximale Geschwindigkeit v_0 gab die Ablenkung im Magnetfeld $\frac{m v_0}{e} = 3{,}15 \cdot 10^5$, für v_0 selbst die Ablenkung im elektrischen Feld $3{,}12 \cdot 10^9$, woraus $e/m = 10^4$ folgt.

III. Folgerungen aus der Rutherfordschen Kerntheorie.

Unter der Annahme, daß die Kerne wie punktförmige Ladungen wirken, um die sich ein elektrostatisches Coulombsches Feld ausbreitet, hatte Rutherford bekanntlich die Gesetze der Ablenkung von

korpuskularen Strahlen beim Durchgang durch Materie abgeleitet und in der Übereinstimmung seiner theoretischen Ergebnisse mit den empirischen Befunden, namentlich bezüglich der sog. großen Einzelablenkungen, einen Beweis für die Richtigkeit jener Annahmen gegeben. Seitdem hat diese „Kerntheorie" der Atome sich auch auf anderen Gebieten, z. B. in der Quantentheorie der Spektrallinien, vielfach bewährt. Während nun in dieser die Elektronen sich in Entfernungen vom Kernmittelpunkt von der Größenordnung 10^{-8} cm bewegen und die Periheldistanz der Kernmittelpunkte der α-Teilchen und der Atome bei den Ablenkungsversuchen von der Größenordnung 10^{-12} cm war, hat man es hier, wie bereits in der Einleitung erwähnt, mit Abständen von der Größenordnung 10^{-13} cm zu tun. Es sind das bereits Entfernungen von der mutmaßlichen Größe der Kerne selbst, so daß die Frage nach der Gültigkeit der genannten einfachen Annahmen nun jedenfalls von neuem auftritt; zu einer Beantwortung wird man kommen können, wenn man die Folgerungen der Theorie mit den oben zusammengestellten Ergebnissen vergleicht.

Die Theorie von Rutherford selbst bezog sich nur auf unbewegliche Kerne schwerer Metallatome; sie wurde erweitert von Darwin, dessen Resultate wir hier also benutzen müssen und die sich folgendermaßen schreiben lassen. Sind E, M, V die Ladung, Masse und die Geschwindigkeit (vor dem Stoß) des α-Teilchens, e, m und v (nach dem Stoß) die entsprechenden Größen für den Atomkern, p der Lotabstand des Atomkerns von der ungestörten Bahn des α-Teilchens, d die Periheldistanz der relativen Bewegung und endlich ϑ und φ die beiden aus der Übersichtsfigur 2 (S. 298) ersichtlichen Ablenkungswinkel, so gelten nach Darwin die folgenden Beziehungen:

$$v = 2V \frac{M}{M+m} \cos\vartheta, \tag{1}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{m \sin 2\vartheta}{M - m \cdot \cos 2\vartheta}, \tag{2}$$

$$p = \frac{E \cdot e}{V^2} \frac{(M+m)}{M \cdot m} \operatorname{tg}\vartheta, \tag{3}$$

$$d = (1 + \sec\vartheta) \cdot \frac{Ee}{V^2} \frac{M+m}{M \cdot m}. \tag{4}$$

Zur Umrechnung der Geschwindigkeiten in Reichweiten kommt dazu noch, da bekanntlich die Reichweite proportional der dritten Potenz der Geschwindigkeit ist, ein Gesetz, das zwar ursprünglich nur für

α-Teilchen aufgestellt ist, das aber auch für andere Teilchen wohl sicher mit großer Annäherung gilt, und ferner eine von Darwin gegebene Beziehung zwischen der Reichweite R von α-Strahlen (E, M) und der Reichweite r von Atomstrahlen (e, m):

$$\frac{r}{R} = \frac{m}{M} \cdot \frac{E^2}{e^2}, \tag{5}$$

$$r \text{ bzw. } R \sim v^3 \text{ bzw. } V^3. \tag{6}$$

Damit sind alle zur Diskussion notwendigen theoretischen Beziehungen gegeben, die nun zu verarbeiten sind.

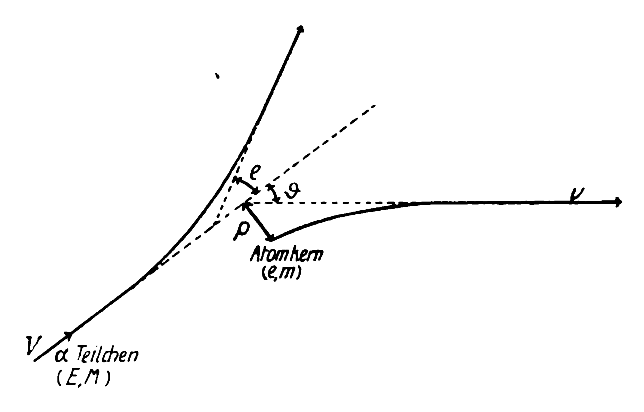


Fig. 2.

Zunächst folgt für den einzelnen Zusammenstoß aus (1) die maximale, von einem bestimmten Atomkern zu erreichende Geschwindigkeit, die sich für $\vartheta = 0$ (zentraler Stoß) einstellen wird, und daraus nach (5) die Reichweite, falls man die Ladung der Atomstrahlenteilchen kennt. Drückt man beide Größen aus in Bruchteilen der entsprechenden Größen für die erzeugenden α-Strahlen, so erhält man für Kerne, die eine Elementarladung tragen, nach Rutherford die folgende Tabelle (abgekürzt):

Element	$\frac{v}{V}$	$\frac{m v^2}{M V^2}$	$\frac{r}{R}$
Wasserstoff .	1,6	0,64	3,91
Helium . .	1,0	1,00	4,00
Stickstoff . .	0,44	0,69	1,33
Sauersoff . .	0,40	0,64	1,12
Fluor . . .	0,35	0,57	0,89

Alle Elemente bis zum Atomgewicht 16 haben also im günstigsten Falle (d. h. wenn sie nur eine Elementarladung tragen) Reichweiten, die größer sind als die der erregenden α-Strahlen, könnten also durch Szintillationsbeobachtungen auf einem Schirm außerhalb der Reichweite der α-Strahlen entdeckt werden. Da die Reichweite der α-Strahlen von *RaC* in Luft 7 cm ist, so ist die maximale Reichweite von H-Strahlen rund 28 cm. Die Periheldistanz ergibt sich dabei nach Gl. (3) und (4), aus denen folgt:

$$p^2 = d(d - 2\mu); \quad \mu = \frac{e \cdot E}{V^2} \frac{M+m}{M \cdot m}$$

zu $d = 2\mu$, d. h. mit den Zahlenwerten

$$V = 1{,}92 \cdot 10^9; \quad e = E/_2 = 4{,}77 \cdot 10^{-10}; \quad e/m = 9570$$

zu $1{,}8 \cdot 10^{-13}$ cm für den zentralen Stoß; für $p = 2{,}4 \cdot 10^{-13}$, welchen Wert wir noch brauchen werden, folgt ebenso $d = 3{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm.

Betrachten wir nun die statistischen Verhältnisse für den Fall, daß ein Bündel homogener α-Strahlen eine Gasschicht durchdringt und in dieser Atomstrahlen auslöst. Ist N die Zahl der Atomkerne in 1 ccm (denn auf diese, nicht etwa auf die Zahl der Moleküle kommt es hier an!), Q die Zahl der α-Teilchen, die senkrecht durch 1 qcm fliegen, so ist die Zahl der Stöße in ccm mit dem Stoßparameter p nach Gl. (3)

$$n = NQ \cdot \pi \cdot \left(\frac{Ee}{V^2} \frac{M+m}{M \cdot m}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta.$$

Jeder dieser Stöße erzeugt ein schnellbewegtes Atom, das in der Richtung ϑ fliegt mit einer durch Gl. (1) gegebenen Geschwindigkeit. Eine einfache Überlegung mit Hilfe von Gl. (5) führt hieraus zu einer Beziehung für die Anzahl n der Atome von der Reichweite r, die in einer Schicht eines Gases von 1 cm Dicke von Q α-Teilchen von der Reichweite R erzeugt werden. Ist R_0 die Reichweite der α-Strahlen von *RaC* (= 7 cm) und r_m die maximale zu R gehörende Reichweite der Atome, so findet man für Wasserstoff zahlenmäßig die genannte Beziehung in der einfachen Form

$$n/Q = 1{,}46 \cdot 10^{-6} (R_0/R)^{4/3} \sqrt{r_m/r - 1}.$$

n/Q als Funktion von r ergibt Kurven von der Form der Kurve F in Fig. 1 (S. 295) und numerische Werte, die charakterisiert seien durch folgende Punkte der Kurven:

$R = 7$ cm		$R = 5$ cm		$R = 3$ cm	
r	n/Q	r	n/Q	r	n/Q
1 cm	$6{,}3 \cdot 10^{-6}$	1	$7{,}9 \cdot 10^{-6}$	1	$11{,}1 \cdot 10^{-6}$
10 cm	$0{,}98 \cdot 10^{-6}$	10	$0{,}95 \cdot 10^{-6}$	10	$0{,}4 \cdot 10^{-6}$
$r_m = 28$ cm	0	20	0	12	0

Rechnet man andererseits die Abhängigkeit der Anzahl der Atomstrahlen von der Geschwindigkeit der erzeugenden Strahlen nach den Rutherford-Darwinschen Ansätzen aus, was mit Hilfe der Gl. (1) und (3) ohne weiteres möglich ist und mit Hilfe der Gl. (5) in Reichweiten umgeschrieben werden kann, so findet man, daß unter sonst gleichen Umständen um so mehr schnelle Atome entstehen, je kleiner die Geschwindigkeit der erzeugenden α-Strahlen ist. Es geht dies bereits hervor aus den horizontalen Reihen der obigen Tabelle und ist in der Tabelle auf S. 296 in der vierten Spalte unter „theoret. Werte" ausführlicher durchgeführt.

IV. Folgerungen aus einem Vergleich der Theorie mit der Beobachtung.

Vergleichen wir nun die Ergebnisse dieser Theorie mit den Ergebnissen der Beobachtung, die in Abschnitt II zusammengestellt waren, so finden wir folgendes:

a) Die Verteilung der Geschwindigkeiten der von homogenen α-Strahlen erzeugten Atomstrahlen nach der Theorie ist eine von der beobachteten verschiedene. Die Theorie ergibt alle Geschwindigkeiten von 0 bis zur maximalen des zentralen Stoßes, und zwar mit stetig abnehmender Häufigkeit von kleinen zu großen Geschwindigkeiten. Die Beobachtung ergibt zwar eine ähnliche Verteilung für kleine Geschwindigkeiten der erregenden α-Strahlen (bei denen das α-Teilchen nie bis in die nächste Nähe des Atomkerns herankommt), sie gibt aber gerade für die schnellsten α-Strahlen eine grundsätzlich davon verschiedene Verteilung. Bereits ohne eingehende Rechnung läßt sich aus der Reichweitekurve (Fig. 1, A) entnehmen, daß die Verteilung darzustellen sein wird durch die Annahme weitgehender Homogenität bezüglich der Größe der Geschwindigkeiten und weitgehender Übereinstimmung der Richtung mit der Richtung der erzeugenden α-Strahlen, eine Hypothese, deren Brauchbarkeit die genauere Durchrechnung übrigens durchaus bestätigt.

b) Auch die Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Atomstrahlen von der Geschwindigkeit der erzeugenden α-Strahlen weicht von der

theoretisch gefundenen in charakteristischer Weise ab. Von schnellen α-Strahlen werden viele schnelle Atome erzeugt, ihre Zahl nimmt mit abnehmender Geschwindigkeit der α-Strahlen erst langsam, zwischen 2 und 3 cm Reichweite aber sehr rasch ab. Dieser Abfall tritt ein, wenn die Periheldistanz von der Größenordnung 10^{-13} cm wird.

c) Die Zahl der von einem α-Teilchen im Mittel auf der Wegeinheit erzeugten schnellen Atome ist erheblich größer als die Theorie ergeben würde, und zwar um etwa eine Größenordnung. Der Unterschied ist um so größer, je schnellere Atomstrahlen man betrachtet.

d) In guter Übereinstimmung mit der einfachen Kerntheorie steht dagegen die maximale Geschwindigkeit bzw. Reichweite; sie ergibt sich in beiden Fällen für α-Strahlen von RaC als Erzeugende ($V = 1{,}922 \cdot 10^9$, $R = 7$ cm) zu $v = 1{,}6 \cdot V = 3{,}08 \cdot 10^9$ (theoretisch) und $v = 3{,}12 \cdot 10^9$ ($R = 28$ cm), experimentell.

Jedenfalls lehren diese Ergebnisse, daß die einfache Kerntheorie nicht mehr anzuwenden ist in der Umgebung des Atomkernes oder des He-Kernes des α-Teilchens von Dimensionen der Größenordnung 10^{-13}, sei es nun, daß dort die Kerne nicht mehr als punktförmige (starre) Kraftzentra zu betrachten sind oder das Coulombsche Gesetz nicht mehr gültig ist. Daß in letzterer Annahme allein, etwa unter Benutzung eines anderen zentralen Kraftgesetzes mit höherer als der 2. Potenz, ein Ausweg nicht zu sehen ist — denn ein derartiges Kraftgesetz würde z. B. ebenfalls inhomogene Geschwindigkeitsverteilung geben — sieht man leicht ein.

Damit eröffnen sich aber ganz neue Ausblicke auf die Eigenschaften der Atomkerne. Bis heran zu Entfernungen von der Größenordnung 10^{-12} cm konnten wir diese Kerne als positive Ladungen mit isotropem starrem Coulombschen Kraftfeld betrachten; nun aber wo unsere Sonden bis auf 10^{-13} cm dem Kernmittelpunkt sich genähert haben, finden wir eindeutige Hinweise auf eine innere Struktur, vielleicht auf Deformationen des Kerns: damit ist der Hebel angesetzt zur Enthüllung der Geheimnisse, die bisher das Herz der Atome umgeben haben. Daß die Kerne überhaupt innere Struktur besitzen und aus noch einfacheren Bausteinen zusammengesetzt sind, dafür waren Anzeichen bereits gefunden z. B. in der Ausschleuderung der β und α-Strahlen aus denselben und sind von Rutherford durch eine künstliche Spaltung des Stickstoffkernes zur Gewißheit erhoben worden. Hier aber handelt es sich wie mir scheint um noch mehr, nämlich um die Möglichkeit, quantitative Einblicke in die Konstitution der Kerne und damit hoffentlich in die Eigenschaften der positiven Ladung zu gewinnen.

V. Erweiterung der Versuche auf Stickstoff und Sauerstoff.

In der dritten Arbeit hat nun Rutherford die bisher besprochenen auf Wasserstoff bezüglichen Versuche und Überlegungen auf Luft, Stickstoff und Sauerstoff übertragen, die im wesentlichen zu analogen Ergebnissen geführt haben. Die kritische Entfernung, in welcher Abweichungen von der „Punkt-Kerntheorie" hervortreten, ist bei diesen Gasen, wie zu erwarten, etwas größer als bei Wasserstoff. Die Untersuchung der Verhältnisse in Stickstoff hat aber darüber hinaus, wie schon eingangs erwähnt, zu dem bemerkenswerten Ergebnis der Zerspaltung des *N*-Kerns geführt. Es traten Strahlen von so großer Reichweite auf, daß sie nur als *H*-Atomstrahlen gedeutet werden konnten; noch seltener als die bisher betrachteten Stöße finden die Stöße statt, die zu einer solchen Zerspaltung führen, nämlich auf etwa je 12 Stöße, die zu *N*-Atomen von 9 cm Reichweite führen, nur einer (oder auf rund 10^{15} Durchquerungen des gaskinetischen Querschnitts nur ein derartig aktiver Stoß!). Wie Rutherford betont, ist aber fast noch merkwürdiger als diese Tatsache der Zerspaltung des *N*-Kernes, daß der *He*-Kern unversehrt aus der Katastrophe derartiger Zusammenstöße hervorzugehen scheint.

Ich möchte diesen Bericht schließen mit eignen Worten Rutherfords, die in der Geschichte der Physik und Chemie historische Bedeutung beanspruchen dürfen: „... we must conclude, that the nitrogen atom is desintegrated under the intense forces developed in a close collision with a swift a particle, and that the hydrogen atom which is liberated formed a constituent part of the nitrogen nucleus."

Anmerkung bei der Korrektur. Zur Ergänzung meines Berichtes nach der theoretischen Seite hin möchte ich noch hinweisen auf die Überlegungen, die Herr Sommerfeld in seinem inzwischen erschienenen Buch „Atombau und Spektrallinien" S. 535ff. mitteilt. Bemerkenswert ist insbesondere die Deutung der außerordentlichen Stabilität des *He*-Kerns durch den mit einem Massendefekt nach dem Prinzip von der Trägheit der Energie notwendigerweise verknüpften Energiedefekt.

Greifswald, 20. Dezember 1919.

(Eingegangen 23. Dezember 1919.)

Entgegnung auf Herrn E. Wagners „Bericht über das kontinuierliche Röntgenspektrum“[1].

Von J. E. Lilienfeld.

A. Anlaß.

Herr Wagner widmet mehr als sieben Seiten seines Berichtes der Besprechung einiger meiner einschlägigen Arbeiten. Es ergeben sich dabei für Herrn Wagner zahlreiche Einwände gegen meine Ergebnisse. Ich will im folgenden an Hand wörtlicher Zitate aus meinen diesbezüglichen Aufsätzen, und durch einige einfache Überlegungen zeigen, daß es Herrn Wagner unmöglich gewesen wäre, seine Einwände zu konstruieren, hätte er nicht wesentliche Abschnitte sowie verschiedene experimentelle Angaben meiner Arbeiten unberücksichtigt und unerörtert gelassen.

B. Die „homogene“ Strahlung.

So wird die Grundlage, von welcher aus der Einwand gegen meine „homogene“ Reststrahlungskurve konstruiert wird, überhaupt erst durch den Wagnerschen Aufsatz geschaffen. Und zwar indem Herr Wagner einerseits das Wort „homogen“ in irgendeinem eigenen, doch von ihm nicht hinreichend genau bestimmten Sinne benutzt, andererseits es aber unterläßt darauf hinzuweisen, daß ich ausdrücklich zwischen der für medizinische Zwecke als homogen zu bezeichnenden und der im physikalischen Sinne homogenen Strahlung unterscheide. Daß ich ferner — anschließend an eine Kritik des Homogenitätsbegriffes — die nach einer gewissen Filterung übrigbleibende Reststrahlung meiner Röhre nur im medizinischen und nicht im physikalischen Sinne homogen nenne. Es sei hier die in meiner von Herrn Wagner unter (22) zitierten, aus dem Jahre 1917 stammenden Arbeit, S. 255—256 niedergelegte Begriffsbestimmung wörtlich wiedergegeben:

„Die Versuchsergebnisse können in zwei verschiedenen Richtungen gedeutet werden. Man kann annehmen, daß die Bande selektiver Strahlung eine sehr schmale ist, oder aber zweitens, daß es sich um einen relativ ausgedehnten Bereich von Impulsbreiten handelt derart, daß der innerhalb der Fehlergrenzen beobachtete, gerad-

1) Dieses Jahrbuch, 16. Band, 2. Heft, S. 190—230.

linige Verlauf sich durch das Summieren mehrerer exponentieller Funktionen ergibt. . . . . Für technisch-medizinische Zwecke darf man die dem geradlinigen Verlauf der Kurven entsprechende Strahlung . . . . . . als homogen ansprechen. Denn da kommt es nicht darauf an, daß die Strahlung absolut monochromatisch, sondern vielmehr darauf, daß sie hinreichend homogen hergestellt werde, um von dem nicht selektiv absorbierenden Gewebe . . . . merklich wie eine monochromatische Strahlung absorbiert zu werden. Und das ist bei der hier besprochenen Strahlung sicherlich der Fall.

Ganz anders liegt die Frage vom physikalischen Standpunkte aus. Wenn man die zweite der oben erwähnten Erklärungsmöglichkeiten, nämlich die Darstellung der Strahlung als Resultante verschiedener exponentieller Funktionen durchzuführen versucht, dann findet man Mittel und Wege, eine breite Bande so zu konstruieren, daß die resultierende Strahlung immer noch den geraden Kurvenverlauf innerhalb der Versuchsfehlergrenzen ergibt".

Eine solche graphische Konstruktion wurde von Herrn Küpferle und mir anläßlich der vom Januar 1918 stammenden Arbeit in der „Strahlentherapie", Bd. 9 (1919), S. 38 veröffentlicht. Ich habe diese Konstruktion in meinem Berichte in diesem „Jahrbuche", Bd. 16, Heft 2, S. 160 wiedergegeben.

Ferner heißt es in dem Anfang 1917 verfaßten, von Herrn Wagner in der Fußnote zu S. 227 angeführten, für medizinische Leserkreise bestimmten Buche von Herrn Küpferle und mir auf Seite 48—49 unter der Überschrift „Bandenbreite":

„Der Begriff einer absolut homogenen Strahlung betrifft eine Strahlung, die aus einer einzigen Komponente von streng bestimmter Halbwertschicht (Wellenlänge) besteht. Eine solche Strahlung ist überhaupt nicht herstellbar. . . . . Eine jede tatsächlich bestehende Strahlung enthält Komponenten verschiedener Halbwertschichten. . . . . Es ist durchaus Sache der Übereinkunft, wie große Schwankungen der Halbwertschicht man bei einer als homogen zu bezeichnenden Strahlung noch zulassen will.

Für die medizinische Anwendung ist es aber auch unerheblich zu diskutieren, inwiefern eine gegebene Strahlung als physikalisch homogen bezeichnet zu werden verdient. Hinsichtlich ihres biologischen Effektes ist diejenige Strahlung praktisch als homogen zu bezeichnen, die in einem nicht selektiv absorbierenden Medium (Aluminium, Gewebe) bis zu einer Schwächung der Strahlung auf wenige Prozente der Anfangsintensität wie eine homogene Strahlung ab-

sorbiert wird. Denn nur darauf, und nicht auf die genaue physikalische Zusammensetzung kommt es für den biologischen Effekt an" [1]).

Schließlich heißt es in der bereits oben genannten Arbeit von Herrn Küpferle und mir in der „Strahlentherapie", S. 15:

„Unter homogener Strahlung wird in der Medizin zurzeit eine Strahlung verstanden, deren Halbwertschicht sich auf dem Wege durch die vorkommenden Gewebeschichten innerhalb der Meßfehlergrenzen nicht ändert. Diese auf die in der Medizin übliche Meßgenauigkeit bezogene Definition enthält freilich keine hinreichende, wenn auch eine notwendige Bedingung, falls an die Homogenität andere, höhere Ansprüche gestellt werden".

Es ist also in einer jeden der einschlägigen Publikationen klar und deutlich formuliert, in welchem Sinne die Bezeichnung „homogene Strahlung" angewandt wird. Diese Definition enthält — ich betone das ganz besonders — keine Willkür. Sie ist vollkommen dem Wesen der Dinge angepaßt. Es ist ihr auch von keiner Seite in den beinahe drei Jahren, welche seit ihrer ersten Veröffentlichung vergangen sind, widersprochen worden. Hält man aber an dieser unzweideutigen Fassung des Homogenitätsbegriffes fest, so wird man finden, daß Herrn Wagners Einwand, ich sei nicht berechtigt, die oben gekennzeichnete Strahlung meiner Röhre homogen zu nennen, gegenstandslos ist. Der spektroskopische Nachweis, welchen Herr Wagner verlangt, wird definitionsgemäß überflüssig [2]). Und es wird kein ein-

1) Das hat freilich zur Voraussetzung, daß es bei der biologischen Wirkung — gleiche Zeitdauer der Einwirkung vorausgesetzt — ausschließlich auf die vom Gewebe pro Volumeneinheit aufgenommene Energie und nicht auf die Wellenlänge der Strahlung ankommt. Es sprechen neuere Erfahrungen dafür, daß diese — seinerzeit von zahlreichen Forschern für gültig gehaltene — Voraussetzung nicht zutrifft; vgl. die Arbeit von Herrn Küpferle und mir in der „Strahlentherapie" **9**, S. 40ff., 1919.

2) Dessenungeachtet sei hier aber erwähnt, daß ich vor beinahe zwei Jahren Spektrogramme angefertigt habe, aus welchen hervorgeht, daß durch Filterung der Strahlung meiner Röhre mit etwa 4 mm Aluminium oder bis zu 0,4 mm Zink die weichen Strahlenanteile so weitgehend geschwächt werden, daß von der im Jahre 1917 von mir untersuchten Strahlung praktisch nur eine Bande zwischen einer je nach den Betriebsbedingungen variierenden kurzwelligen Abklingungsgrenze und etwa 0,30 Ångström übrig bleibt. Die von mir gemessenen Absorptionsexponenten der geradlinigen Reststrahlungskurve stimmen gut damit überein. Die Veröffentlichung der Spektrogramme und ihr Vergleich mit den Absorptionsmessungen ist aber bisher infolge Arbeitsüberbürdung meiner Person und infolge durch die Zeitumstände bedingten Mangels an geschulten Mitarbeitern unterblieben.

sichtsvoller Leser Verständnis finden für Herrn Wagners Art, bei der Berichterstattung wesentliche Aussagen des besprochenen Aufsatzes unbeachtet zu lassen und dann kategorisch die Forderung aufzustellen, es sei eine die Ergebnisse zusammenfassende Formulierung zurückzuziehen.

C. Die Ionisationsmessung und ein Widerspruch.

Herr Wagner gibt eine Darstellung, welche geeignet ist, beim Leser den Eindruck zu erwecken, als ob sämtliche irgend in Betracht kommenden Kurven der von mir angegebenen Röhre bei Jodmethylfüllung der Kammer beobachtet worden wären, die auf S. 44 des Buches von Herrn Küpferle und mir aber reproduzierte Kurve der Coolidgeröhre die einzige mit Luftfüllung aufgenommene sei. Auf diesem Wege wird von Herrn Wagner der Einwand konstruiert, es sei ein Vergleich der Kurven beider Röhrentypen unzulässig. Herr Wagner unterläßt es jedoch zu erwähnen, daß mehrere Kurven der von mir angegebenen Röhre bei luftgefüllter Kammer beobachtet und im nämlichen Buche — S. 28, 29, 42 und 43 — veröffentlicht[1]) sind, so daß die Möglichkeit eines Vergleiches von unter ganz gleichen Umständen beobachteten Kurven beider Röhrentypen ohne weiteres gegeben ist. Es tritt dabei der bemerkenswerte und auch von Herrn Küpferle und mir betonte Unterschied in der „Homogenität" der Strahlung beider Strahlenquellen in vollem Umfange hervor.

Wird aber ein Vergleich zwischen den an der nämlichen Strahlenquelle — in diesem Falle der von mir angegebenen Röhre — einmal mit luftgefüllter, das andere Mal mit Jodmethyl gefüllter Kammer gemessenen Kurven angestellt, so lehrt der erste Blick, daß zum mindesten hinsichtlich des geradlinigen Reststrahlungsteiles — (und ausschließlich dieser Teil unterliegt der Besprechung) — merkliche Unterschiede nicht bestehen. Nur konnten — entsprechend der größeren Empfindlichkeit — im Gegensatz zu den Luftkurven die Jodmethylkurven bis zu größeren Tiefen und selbst unter Verwendung eines 0,5 mm Bleifilters studiert werden. Die Abwesenheit eines Unterschiedes zwischen den Kurven bei verschiedener Gasfüllung der Kammer

1) Die Veröffentlichung der Kontrolluftkurven erfolgte in der Absicht, einem möglichen Bedenken wegen der Eigenabsorption des Jods zu begegnen, obwohl die ganze Sachlage aus den geschilderten Gründen ein solches Bedenken ungerechtfertigt erscheinen läßt. Deshalb weise ich die eigenartig anmutende Zumutung Herrn Wagners, als sei die Jodabsorption ein von mir „in ihrer Bedeutung nicht erkannter Begleitumstand" aufs entschiedenste zurück.

ist aber durchaus nicht überraschend, wenn man bedenkt, daß die in der Gegend der Jod-K-Strahlung liegenden weichen Komponenten durch das jeweilig am Anfange des geradlinigen Verlaufes vorhandene Vorfilter so weitgehend geschwächt sein müssen, daß sie bei Bildung einer Resultante in der S. 160 meines „Berichtes" geschilderten Weise kaum ins Gewicht fallen können. Die Richtigkeit dieser Schlußfolgerung wird durch das in der Fußnote[1]) zu S. 305 von mir bereits beschriebene Ergebnis der Spektraluntersuchung bestätigt. Und auch Herr Wagner bestätigt die Berechtigung eines solchen Gedankenganges, indem er — (freilich in einer in dieser Allgemeinheit von mir nicht voll gebilligten Weise) — S. 227 sagt, daß

„die Strahlungszusammensetzung nach Abfilterung der weichen Strahlenanteile durch wenige Millimeter Aluminium im wesentlichen diejenige Härte besitzen wird, wie sie nahezu der Wellenlänge der Wolframstrahlung[1]) entspricht".

Im Zusammenhang mit den Wagnerschen Gedanken führt aber diese Feststellung zu einem klaren Widerspruch. Denn einerseits findet Herr Wagner ausdrücklich, daß meine Meßergebnisse diese seine Ansicht bestätigen — in Wirklichkeit reichen die von mir gefundenen Absorptionsexponenten im Falle größter Härte knapp an diejenigen der Eigen-K-Strahlung des Antikathodenmetalls heran. Andererseits soll aber Herrn Wagner zufolge meine Meßanordnung infolge der Absorption des Jods grob entstellte — nämlich viel zu harte Strahlung vortäuschende — Kurven liefern. Wohlgemerkt, das letztere ganz ohne Rücksicht darauf, daß der Absorptionsexponent der durch wenige Millimeter Aluminium gesiebten Strahlung in ihrem weiteren Verlauf durch starke Aluminiumfilter, ja durch 0,5 mm Blei — (welche starke Filterung die Strahlung sicher auch vom letzten Rest weicher Komponenten von der Wellenlänge der Jod-K-Strahlung befreit) — nicht mehr merklich geändert wird.

D. Ein anderer Widerspruch.

Dem Gesagten zufolge ist also nach Herrn Wagners Ansicht das, was ich gemessen habe, recht eigentlich durch die Eigenabsorption des Jods und die Eigen-K-Strahlung der Antikathode bedingt. Um diese Ansicht zu stützen, erklärt Herr Wagner noch des weiteren, daß derjenige Teil der Strahlung, welcher allein eine Änderung ihrer Zusammensetzung bedingen könnte, nämlich das „Bremsspektrum", „ver-

1) Hierzu sei aber bemerkt, daß bekanntlich alle normalen Röhren meiner Konstruktion mit Platin-Iridium-Antikathode ausgerüstet sind.

gleichsweise schwach" sei und bei der Wolfram-K-Strahlung sein kurzwelliges Ende habe[1]). Sozusagen in gleichem Atemzuge führt aber Herr Wagner die sich nicht wegleugnenlassenden, bei Versuchen mit möglichst gleichbleibender Spannung gefundenen erheblichen Unterschiede der mittleren Strahlenhärte auf „kleine Spannungsänderungen" zurück. Demnach müßte die gleiche Meßanordnung zu gleicher Zeit eine lediglich durch die charakteristischen Eigenstrahlungen bedingte, also von den konstruktiven und elektrotechnischen Daten der Röhre und der Betriebsanordnung unabhängige Strahlung vortäuschen, andererseits aber bereits auf kleine Änderungen dieser Parameter empfindlich reagieren!

E. Versuche bei gleicher Spannung und verschiedener Strombelastung der Röhre.

Bei der Besprechung dieser Versuche und auch bei anderen Gelegenheiten unterstellt es Herr Wagner, daß ich als ausschließliches Kriterium der Spannung die Parallelfunkenstrecke benutzt und nichts anderes als diese konstant gehalten habe. Herr Wagner vergißt es zu erwähnen, daß bei allen am Gleichrichter ausgeführten Messungen — und nur diese[2]) werden von mir für die Anstellung von Vergleichen benutzt — die Röhrenspannung (S. 244 der von Herrn Wagner unter [22] angeführten Arbeit)

> „nicht nur mit der Funkenstrecke, sondern auch vermittels eines die Spannung an den primären Klemmen des Transformators messenden Voltmeters festgehalten"

wurde. Die nämliche Angabe findet sich in dem Buche von Herrn Küpferle und mir S. 35 oben. Nun wird wohl ein jeder Transformatorentechniker es bestätigen, daß bei den bekannten, eisengeschlossenen, sehr gut koppelnden, von mir benutzten Transformatoren der Firma Koch & Sterzel die Sekundärspannung unabhängig von der in nicht allzu weiten Grenzen variierenden sekundären Strombelastung und eindeutig durch die primäre Klemmenspannung gegeben ist. Vorausgesetzt, daß — was bei allen Versuchen zutraf — die Kurvenform

1) Ich möchte es nicht unerwähnt lassen, daß das kontinuierliche Spektrum meiner Röhre besonders im kurzwelligen Teile nicht „vergleichsweise schwach" ist, sondern einen sehr bedeutenden Teil der Gesamtintensität enthält; man vergleiche beispielsweise Ber. d. Sächs. Akad. 71, 113, 1919. Auch ist die Grenzwellenlänge bei 29 cm Schlagweite merklich kürzer als Herr Wagner es annimmt.

2) Demgemäß gelten auch die Ergebnisse zunächst nur für Röhrenbetrieb mit pulsierender Spannung.

des primären Wechselstromes (Stadtnetz) beibehalten wird[1]). Änderungen der Röhrenspannung lagen also bei meinen Versuchen, wenn überhaupt, dann zweifellos nur in einem so geringen Maße vor, daß sie für die Erklärung der erheblichen Unterschiede der mittleren Härte auch nicht entfernt verantwortlich gemacht werden können.

Nun zur Besprechung der Unterschiede der mittleren Härte selbst! Der größte Teil der bisher veröffentlichten, diese Unterschiede dartuenden Kurven ist in meinem „Berichte" in diesem Jahrbuche, S. 173 und 175 wiedergegeben. Außerdem kommt noch die Fig. 3, S. 146 meiner ursprünglichen Arbeit in Betracht. Die Änderungen der Härte springen ins Auge, und können auf keinem Wege hinweggedeutet werden. Selbst dann nicht, wenn man sie in der von Herrn Wagner S. 229 gegebenen, etwas unanschaulichen Weise so umrechnet und in einer Tabelle zusammenstellt, daß der Leser sich keinen Begriff mehr darüber bilden kann, wie weit außerhalb der Meßfehlergrenzen die Unterschiede liegen.

Beachtenswert ist dabei der von mir in meiner ersten Publikation S. 245—246 hervorgehobene Umstand, daß bei der normalen Röhre meiner Konstruktion die Stromzunahme bis reichlich 3 M.-A. von einer erheblichen Härtezunahme begleitet ist, von da an aber die Härte nur wenig ansteigt. Auch sonst ist der mit der Strombelastung erfolgende Härteanstieg bei kleinen Belastungen erheblich ausgeprägter als bei größeren, so daß man den Eindruck hat, als ob sich auf diesem Wege die Härte nur bis zu einer gewissen Grenze steigern ließe[2]).

Demzufolge lege ich Verwahrung dagegen ein, daß Herr Wagner gelegentlich einer so eingehenden Besprechung meiner Versuche es zu sagen unterläßt, daß ich bereits in meiner ersten Publikation den gekennzeichneten Sachverhalt betonte. Ich verwahre mich ferner da-

1) Eine Schwierigkeit tritt erst dann auf, wenn aus der primären Effektivspannung die Sekundärspannung der absoluten Voltzahl nach bestimmt werden soll. Doch steht eine solche Bestimmung in keinem der hier behandelten Fälle zur Diskussion.

2) Das mag in der Natur der Sache liegen — vgl. das in meinem Berichte S. 177 angedeutete Bild — oder es mag, wie in meiner ursprünglichen Arbeit geschehen, auf eine Eigenart der Röhrenkonstruktion zurückzuführen sein. Ich gelange erst jetzt allmählich in den Besitz technischer Hilfsmittel, welche mir hoffentlich in absehbarer Zeit erlauben werden, eine Entscheidung hierüber zu bringen. Bei der Gelegenheit sollen die von Herrn Wagner — übrigens auch von mir — vermißten, wegen der Kriegsverhältnisse bisher unterbliebenen, genauen Messungen der Brennflecke nachgeholt werden.

gegen, daß Herr Wagner eine Anzahl meiner diesbezüglichen Meßergebnisse, von denen die meisten bei großen Strombelastungen erhalten sind, in einer Tabelle aufführt und rein statistisch behandelt, dadurch die Aufmerksamkeit des Lesers von dem wesentlichen Punkte ablenkt und so den Anschein erweckt, als hätte ich eine große ungeordnete Mannigfaltigkeit von Beobachtungen mitgeteilt, von denen zufällig ganz wenige den von mir behaupteten Effekt zeigen.

Es sei hier noch kurz auf einen anderen Einwand Herrn Wagners hingewiesen. Herr Wagner tut (S. 216) die von mir noch nicht als ganz sicher, aber doch als ziemlich wahrscheinlich allgemeingültig hingestellte, an mehreren Spektralaufnahmen gemachte Beobachtung, daß bei hoher Spannung und bei hochfrequentem Betriebe der kurzwelligste Teil des kontinuierlichen Spektrums von Platin-Iridium und Molybdän gleich zu werden scheint (vgl. meinen „Bericht", S. 188, § 38) mit der Bemerkung ab, daß „wohlbegründete, entgegenstehende Versuchsergebnisse aller anderen Autoren" vorliegen. Herr Wagner geht aber in diesem Zusammenhange stillschweigend darüber hinweg, daß die „anderen Autoren" sowohl mit viel niedrigerer Spannung als auch mit viel niedrigerer Wechselzahl und vielfach sogar mit stehender Gleichspannung; ferner mit anderer Röhre und anderer Strombelastung, also insgesamt unter ganz anderen Bedingungen gearbeitet haben; daß in meiner diesbezüglichen kurzen Notiz auf diese Unterschiede gegenüber meiner Arbeitsweise mit Nachdruck aufmerksam gemacht wird, und daß ich meine in der Tat überraschende Beobachtung auf diese Verschiedenheit zurückführen zu können glaube. Man wolle auch § 36 und § 37 meines „Berichtes" vergleichen.

F. Ergänzung der einschlägigen Fachliteratur.

Herr Wagner bespricht die in seinem Bericht unter (8) angeführte Arbeit des Herrn F. Dessauer. Ich erlaube mir darauf aufmerksam zu machen, daß besonders die Ionisationsmeßanordnung dieser Arbeit der Kritik unterworfen wurde. Man vergleiche hierzu die wiederholt genannte Publikation von Herrn Küpferle und mir in der „Strahlentherapie", S. 30—33, sowie meine Äußerungen in den „Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft", 20. Jahrgang, Nr. 17—20, S. 159—164 (1918) und ebenda, 21. Jahrgang, Nr. 9—10, S. 265—268 (1919). Es wird an diesen drei Stellen dargetan, daß die Meßanordnung des Herrn Dessauer derart beschaffen war, daß auf seine Messungen irgendwelche Schlüsse über die Strahlenzusammensetzung nicht gegründet werden dürfen.

G. Eine allgemeine Bemerkung.

Ich habe mich im Vorausgehenden zwar zu den meisten, jedoch nicht zu allen mir wenig wohlwollenden Bemerkungen Herrn Wagners geäußert. Ich könnte hier wohl noch das eine oder andere mehr erörtern, will aber, um nicht ermüdend zu wirken, darauf verzichten. Ich darf das wohl um so eher tun, als ich in der angenehmen Lage bin, hinsichtlich der allgemeinen Zusammenhänge den von mir vertretenen Ideen den Leserkreis dieses Jahrbuches auf meinen mehr systematisch gehaltenen „Bericht" im vorigen Hefte verweisen zu können.

H. Zusammenfassung.

Die gegen mich von Herrn Wagner erhobenen Einwände widersprechen sich gegenseitig und es hätte überdies kein einziger von ihnen zustande kommen können, hätte Herr Wagner den gesamten Inhalt meiner Arbeiten berücksichtigt und nicht Wesentliches in ihnen unbeachtet gelassen. Der Vorwurf „schwerwiegender, zum Teil unerkannter Fehler", der von Herrn Wagner erhoben und in der Zusammenfassung am Schluß seines Aufsatzes neben einer Andeutung über die Unerläßlichkeit einer „kritischen Hand" wiederholt wird, trifft mich nicht und fällt auf die von Herrn Wagner geübte Art der Berichterstattung zurück.

Leipzig, Physikalisches Institut d. Universität, 28. Dezember 1919.

(Eingegangen 1. Januar 1920.)

Literatur der Elektronik.

I. Die Ionen in Gasen, Metallen und Elektrolyten.

1. Ionisierung und Elektrisierung in Gasen. (Lichtelektrischer Effekt.)

H. Baerwald, Zur Frage nach der Konstitution der von Wolfram bei Weißglut ausgesandten Korpuskularstrahlung. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 474—478, 1919.

C. Christiansen, Elektrizitätserregung beim Zerspritzen von Flüssigkeiten (Balloelektrizität). Fünfter Teil. Ann. d. Phys. **59**, 280—292, 1919.

W. W. Coblentz and **H. Kahler**, The spectral photo-electric sensitivity of silver sulphide. Phys. Rev. **13**, 291—292, 1919.

W. J. Harrison, The distribution of electric force between two electrodes, one of which is covered with radioactive matter. Proc. Cambridge Phil. Soc. **19**, 255—258, 1919.

G. Holst and **A. N. Koopmans**, The ionisation of argon. Proc. Amsterdam **21**, 1089—1094, 1919.

J. Kohn, Über den Einfluß des Magnetfeldes auf die Stoßionisierung. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 390—420, 1919.

J. Kunz, Some photoelectric lecture experiments. Phys. Rev. **13**, 310—311, 1919.

P. Pringsheim, Bemerkung über den Zusammenhang zwischen lichtelektrischem Effekt und Kontaktpotential. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 606 bis 614, 1919.

H. C. Rentschler, The ionizing potentials of argon, neon and helium. Phys. Rev. **13**, 297—298, 1919.

2. Selbständige Strömung in Gasen (Spitzen-, Glimmstrom, Lichtbogen, Funke).

E. Bräuer, Bogenstromcharakteristiken. Phys. Ztschr. **20**, 393—396, 1919.

E. Goldstein, Über elektrische Strahlungs- und Leuchterscheinungen an Entladungsanoden. (Zweite Mitteilung.) Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 559—571, 1919.

3. Elektrische Strahlen.

A. F. Kovarik, On the automatic registration of α-particles, β-particles and γ-ray pulses. Phys. Rev. **13**, 272—280, 1919.

E. Rutherford, Collision of α-particles with light atoms. I. Hydrogen. Phil. Mag. **37**, 537—561, 1919.

E. Rutherford, Collision of α-particles with light atoms. II. Velocity of the hydrogen atoms. Phil. Mag. **37**, 562—571, 1919.

E. Rutherford, Collision of α-particles with light atoms. III. Nitrogen and oxygen atoms. Phil. Mag. **37**, 571—580, 1919.

E. Rutherford, Collision of α-particles with light atoms. IV. An anomalous effect in nitrogen. Phil. Mag. **37**, 581—587, 1919.

4. Die Ionen in Metallen.

E. C. Blom, Temperature coefficient of resistence of molybdenum. Phys. Rev. **13**, 298—299, 1919.

O. M. Corbino, Variazioni magnetiche di resistenza e diminuzione del coefficiente di Hall al crescere del campo. Cim. **16**, 185—196, 1919.

C. A. Crommelin, Über den Überleitungszustand von Metallen. Chem. Weekblad **16**, 640—667, 1919.

L. Holborn, Über die Abhängigkeit des Widerstandes reiner Metalle von der Temperatur. Ann. d. Phys. **59**, 145—169, 1919.

W. Schottky, Ionengleichgewichte und Kontaktpotentiale. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 529—532, 1919.

E. Sedström, Peltierwärme samt thermischer und elektrischer Leitfähigkeit einiger fester metallischer Lösungen. Ann. d. Phys. **59**, 134—144, 1919.

G. C. Trabacchi, Determinazione delle costanti elettroniche del bismuto. Cim. **16**, 197—212, 1919.

5. Ionisation in Elektrolyten.

H. J. M. Creighton, Elektrolytische Leitfähigkeit in nichtwässerigen Lösungen. III. Beziehungen zwischen der Leitfähigkeit des gelösten Stoffes und verschiedenen physikalischen Eigenschaften des Lösungsmittels. Journ. Franklin Instit. **187**, 313—318, 1919.

A. Thiel, Über das Verhalten nichtwässeriger Salzlösungen. Ztschr. f. Elektrochem. **25**, 214, 1919.

6. Elektromotorische Kraft in Elektrolyten.

Ch. Féry, Recherches sur le fonctionnement chimique de l'accumulateur au plomb. Bull. soc. chim. **25**, 223—234, 1919.

A. Noyes, Force contre-électromotrice de polarisation dans l'acide sulfurique. C. R. **168**, 1049—1052, 1919.

L. W. Öholm, Eine elektro- und thermochemische Untersuchung der Kette *Cu* resp. *Cu*-Amalg. $(CuSO_4—Hg_2SO_4)Hg$. Medd. Nobelinstitut **5**, Nr. 4, 20 S., 1919.

A. **Smits**, The phenomenon of electrical supertension. II. Proc. Amsterdam **21**, 1106–1111, 1919.

F. L. **Usher** and R. **Venkateswaran**, The potential of nitrogen electrode. Journ. Chem. Soc. **115**, 613–618, 1919.

II. Optik der Elektronen.

7. Allgemeine Dynamik der Elektronen.

R. **Bär**, Über eine Methode zur Bestimmung der Dichte von makroskopischen und ultramikroskopischen Partikeln; ein Beitrag zur Frage nach der Existenz des Elektrons. Ann. d. Phys. **59**, 393–408, 1919.

M. **Born**, Über die elektrische Natur der Kohäsionskräfte fester Körper. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 533–538, 1919.

R. **Fürth**, Die Frage nach der Konstitution der Elektrizität. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 517–528, 1919.

A. **Landé**, Adiabatenmethode zur Quantelung gestörter Elektronensysteme. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 578–584, 1919.

A. **Landé**, Eine Quantenregel für die räumliche Orientierung von Elektronenringen. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 585–588, 1919.

8. Dielektrizität und Magnetismus.

F. **Banneitz**, Messung der Dielektrizitätskonstanten von Mischkörpern mit Hilfe einer Resonanzmethode für Kapazitätsmessungen. Ann. d. Phys. **59**, 239–279, 1919.

R. **Dieterle**, Magnetische Messungen an Eisen-Vanadium-Legierungen mit Hilfe eines hochempfindlichen astatischen Torsionsmagnetometers. Ann. d. Phys. **59**, 343–392, 1919.

H. **Faßbender**, Die alte und die neue Auffassung über den Magnetismus bei hohen Frequenzen. Jahrb. d. drahtl. Telegr. **14**, 222–242, 1919.

E. **Gumlich**, Über die Abhängigkeit des Temperaturkoeffizienten permanenter Magnete von deren Gestalt. Ann. d. Phys. **59**, 668–688, 1919.

H. **Riegger**, Über die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von Gasen. Ann. d. Phys. **59**, 753–760, 1919.

9. Thermische Strahlung, Absorption und Dispersion fester und flüssiger Körper.

J. **Boussinesq**, Existence d'une relation approchée, signalée par M. Carvallo dans le quartz, entre les deux pouvoirs rotatoire (ordinaire) et dispersif des corps. C. R. **169**, 109–114, 1919.

P. F. **Frankland** and F. H. **Garner**, The rotation-dispersion of butyl, heptyl and octyl tartrates. Journ. Chem. Soc. **115**, 636–661, 1919.

L. **Hamburger**, G. **Holst**, D. **Lely** and E. **Oosterhuis**, On the influence

of different substances on the absorption of light by thin tungsten layers. Proc. Amsterdam **21**, 1078—1088, 1919.

T. S. Patterson and K. L. Moudgill, Researches in optical activity. Part. I. The temperature-rotation curves for the tartrates at low temperatures. Proc. Edinburgh Soc. **39**, 18—34, 1918—1919.

10. Lumineszenz fester und flüssiger Körper.

Bahr, Über Lumineszenzerscheinungen mit besonderer Berücksichtigung der radioaktiven Leuchtfarben. Journ. f. Gasbel. **61**, 604—607, 1919.

J. Lavaux, Phénomènes de luminescence électrolytique présentés par certaines anodes métalliques. C. R. **169**, 180—182, 1919.

J. Plotnikow, Photochemische Skizzen. V. Über die Triboluminneszenz. Prometheus **30**, 235—236, 1919.

G. Reboul, Sur les phénomènes de luminescence accompagnant l'oxydation du potassium ou du sodium. C. R. **168**, 1195—1196, 1919.

J. A. Siemssen, Zur Kenntnis der Triboluminneszenzerscheinungen bei Uranverbindungen. Chem.-Ztg. **43**, 267, 1919.

11. Emission, Absorption und Dispersion der Gase.

M. Bouchetal de la Roche, Sur les modifications apportées au spectre d'étincelle de différents métaux par le milieu ambiant. Bull. soc. chim. **25**, 305—309, 1919.

E. Carter and **A. S. King,** A further study of metallic spectra produced in high vacua. Astrophys. Journ. **49**, 391—403, 1919.

W. Crookes, On the arc spectrum of scandium. Proc. Roy. Soc. **95**, 438 bis 439, 1919.

H. Deslandres, Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes. C. R. **168**, 1179—1185, 1919; **169**, 48, 152, 1919.

R. v. Hirsch, Über das Leuchten der H-Kanalstrahlen. Ann. d. Phys. **59**, 189—192, 1919.

A. S. King, Discussion of some evidence on the origin of radiation in the tube-resistance furnace. Astrophys. Journ. **49**, 341—346, 1919.

G. Ribaud, Contributions à l'étude de l'absorption de la lumière par les gaz. (Régions continues et rayes d'absorption.) Thèse. 131 S. Paris 1919.

M. Ritter, Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes, die Druckverschiebung und die Verbreiterung von Serienlinien. Ann. d. Phys. **59**, 170—184, 1919.

R. Seeliger, Die Anregungsfunktion einer Spektrallinie. Ann. d. Phys. **59**, 613—634, 1919.

R. Seeliger u. **E. Pommerrenig,** Über die Lichtemission im Kathodendunkelraum und im Glimmlichtsaum. Ann. d. Phys. **59**, 589—612, 1919.

12. Die Strahlung im elektrischen und magnetischen Feld.

F. Himstedt, Über die absolute elektrooptische Verzögerung und Beschleunigung bei der elektrischen Doppelbrechung. (Zweite Mitteilung.) Ann. d. Phys. **59**, 332—342, 1919.

M. Ritter, Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes, die Druckverschiebung und die Verbreiterung von Serienlinien. Ann. d. Phys. **59**, 170–184, 1919.

13. Röntgenstrahlen, γ-Strahlen.

M. de Broglie, Sur les spectres de rayons X des éléments. C. R. **169**, 134—136, 1919.

W. Duane and **T. Shimizu,** Are the freqnencies in the K series of X-rays the highest frequencies characteristic of chemical elements? Phys. Rev. **13**, 289—291, 1919.

W. Duane and **T. Shimizu,** On the relation between the K series and the L series of X-rays. Phys. Rev. **13**, 306—308, 1919.

K. W. Hausser u. **R. Thaller,** Zur Frage des Polarisationszustandes der Röntgenstrahlen im Brennfleck. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 603—605, 1919.

J. E. Lilienfeld, Die Hochvakuum-Röntgenröhren. Jahrb. d. Rad. u. El. **16**, 105—189, 1919.

J. E. Lilienfeld, Bemerkung zu der Arbeit: „Über Röntgenstrahlerregung mit sehr hohen Spannungen" von F. Dessauer und E. Back. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 504—505, 1919.

M. Siegbahn, Precision-measurements in the X-ray spectra. Phil. Mag. **37**, 601—612, 1919.

E. Wagner, Bericht über das kontinuierliche Röntgenspektrum. Jahrb. d. Rad. u. El. **16**, 190—230, 1919.

D. L. Webster, The origin of the general radiation spectrum of X-rays. Phys. Rev. **13**, 303—305, 1919.

III. Chemische Elektronik.

14. Atom- und Valenzlehre.

H. Baerwald, Bemerkungen zur Kurve der Atomvolumina. Die Naturw. **7**, 694—695, 1919.

L. Bloch, La formule de Ritz et la théorie des quanta. C. R. **168**, 1271 bis 1273, 1919.

N. Bohr, On the model of a triatomic hydrogen molecule. Medd. Nobelinstitut **5**, Nr. 28, 16 S., 1919.

M. Brillouin, Actions mécaniques à hérédite discontinue par propagation; essai de théorie dynamique de l'atome à quanta. C, R. **168**, 1318 bis 1320, 1919; **169**, 48, 1919.

M. Chauvierre, Sur une nouvelle classification périodique des éléments chimiques. Bull. soc. chim. **25**, 297—305, 1919.

H. Deslandres, Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes. C. R. **168**, 1179—1185, 1919; **169**, 48, 152, 1919.

O. Hinsberg, Über Valenzzentren. IV. Journ. f. prakt. Chem. **99**, 232 bis 238, 1919.

I. Langmuir, Die Anordnung der Elektronen in Atomen und Molekülen. Journ. Franklin Inst. **187**, 359—362, 1919.

F. A. Lindemann and **F. W. Aston,** The possibility of separating isotopes. Phil. Mag. **37**, 523—534, 1919.

Cl. Schaefer u. **M. Schubert,** Die Rolle des Kristallwassers und die Struktur der Atome. (Antwort an Herrn L. Vegard.) Ann. d. Phys. **59**, 583—588, 1919.

O. Stern u. **M. Volmer,** Sind die Abweichungen der Atomgewichte von der Ganzzahligkeit durch Isotopie erklärbar. Ann. d. Phys. **59**, 225 bis 238, 1919.

15. Chemische Wirkungen der Gasionen und elektrischen Strahlen.

H. Andießens, Über die technische Nutzbarmachung des Luftstickstoffes mit Hilfe des elektrischen Flammenbogens. Ztschr. f. Elektrochem. **25**, 255—264, 1919.

E. Briner et **A. Baerfuss,** Formation de l'ammoniaque au moyen de l'arc électrique. Étude spéciale de l'influence de la dépression. Journ. chim. phys. **17**, 71—140, 1919.

E. Briner et **Ph. Naville,** Action de la dépression sur la formation de l'oxyde d'azote au moyen de l'arc électrique. Journ. chim. phys. **17**, 329—363, 1919.

16. Chemische Wirkungen der Ionen in Elektrolyten.

Ch. Féry, Recherches sur le fonctionnement chimique de l'accumulateur au plomb. Bull. soc. chim. **25**, 223—234, 1919.

17. Chemische Wirkungen des Lichtes.

M. Le Blanc, Photochemische Umsetzungen im System $SO_2Cl_2 \rightleftarrows SO_2 + Cl_2$ unter dem Einfluß von Strahlen bestimmter Wellenlänge. Unter Mitarbeit von K. Andrich und insbesondere von W. Kangro. Ztschr. f. Elektrochem. **25**, 229—251, 1919.

J. Plotnikow, Über die Ursache der Lichtempfindlichkeit chemischer Verbindungen. Chem.-Ztg. **43**, 321—323, 337—338, 1919.

F. Weigert, Über einen neuen Effekt der Strahlung in lichtempfindlichen Schichten. Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 479—491, 1919.

IV. Radioaktivität.

18. Allgemeines über Radioaktivität.

F. A. Lindemann and **F. W. Aston,** The possibility of separating isotopes. Phil. Mag. **37**, 523—534, 1919.

19. Physikalische und chemische Eigenschaften radioaktiver Stoffe.

O. Hahn u. **L. Meitner,** Über das Protaktinium und die Frage nach der Möglichkeit seiner Herstellung als chemisches Element. Die Naturwiss. 7, 611—612, 1919.

E. Ramstedt, Sur la diffusion de l'émanation du radium dans l'eau. Medd. Nobelinstitut **5**, Nr. 5, 14 S., 1919.

T. W. Richards, The problem of radioactive lead. Nat. **103**, 74—78, 93 bis 96, 1919.

20. Vorkommen radioaktiver Stoffe.

H. Hirschi, Anregung zu absoluten Altersbestimmungen radioaktiver Gesteine der Schweiz. Vierteljahrsschr. Naturf. Ges. Zürich **64**, 65—76, 1919.

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

16. Band. Jahr 1920. Heft 4.

Bericht über neuere Untersuchungen auf dem Gebiete der Brownschen Bewegung.

Von **Reinhold Fürth.**

Mit 2 Figuren im Text.

1. Einleitung.

Zu den Hauptbestrebungen der modernen Physik gehört zweifellos die nach der Erforschung des Mikrokosmos von Materie und Elektrizität. Während jedoch bis vor gar nicht langer Zeit die Atomistik in der Physik als ein Überbleibsel aus grauer Vergangenheit mit berechtigtem Mißtrauen angesehen wurde, der Experimentator mit ihr überhaupt nichts anzufangen wußte und der Theoretiker ihr nur einen mehr oder weniger großen heuristischen Wert zusprach, hat sich die Sachlage in der neuesten Zeit gerade umgekehrt. Der Experimentator ist es jetzt, der die Frage vom empirischen Standpunkte als eine Frage nach der Existenz einer Atomistik in die Hand genommen hat und der Theoretiker kann wohl nicht mehr umhin, die Ergebnisse der experimentellen Forschung als reale Beweise für die Existenz eben jener Atomistik anzuerkennen. So stehen wir heute dank einer großen Anzahl von Versuchen, die von den verschiedensten Seiten unternommen wurden, auf dem Standpunkte, soweit man überhaupt von einem Existenzbeweis in der Physik sprechen kann, diesen für die diskontinuierliche Struktur der Materie geführt zu haben.

Der Weg, der uns zu diesen Erfolgen geführt hat, ist der einfache Gedanke, daß es wohl für die Theorie immer möglich sein wird, die makroskopischen Erscheinungen durch molekulare Bilder zu deuten, daß es jedoch zu einem Existenzbeweise notwendig ist, das „mikroskopische" Gebiet aufzusuchen, als welches ich jenes zu bezeichnen pflege (*65*) [1], in dem bereits die durch die molekularen Zufallserscheinungen bedingten Schwankungen der makroskopischen Parameter sich beobachten lassen. In diesem Zusammenhange will ich nur auf

1) Die kursiv gedruckten, geklammerten Ziffern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schlusse der Arbeit.

einen Spezialfall dieser Erscheinungsgruppe, die Brownsche Bewegung, zu sprechen kommen.

Im X. Bande dieses Jahrbuches hat The Svedberg, einer der Mitbegründer dieses physikalischen Gebiets, ein ausführliches Referat über die sich hierauf beziehenden Arbeiten bis zum Jahre 1913 gegeben. Es dürfte wohl den auf dem Gebiete der Radioaktivität und Elektronik tätigen Physikern nicht unerwünscht sein, auch über die neueren Ergebnisse der Forschung zusammenfassend informiert zu werden, was im Folgenden, allerdings ohne Gewähr für Vollständigkeit, versucht werden soll.

2. Brownsche Bewegung an einem Einzelteilchen.

Die älteren Arbeiten über Brownsche Bewegung haben bereits die Aufgabe gelöst, die Wahrscheinlichkeit der Verschiebung eines Teilchens in Richtung der x-Achse und den Betrag $x \ldots x + dx$ nach Ablauf der Zeit t durch gewisse, dem Teilchen und der umgebenden Flüssigkeit eigentümliche Konstanten auszudrücken. Die Formel lautet:

$$w(x, t)\, dx = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}}\, e^{\frac{-(x-x_0)^2}{4Dt}}\, dx, \tag{1}$$

wo x_0 die Anfangslage des Teilchens zur Zeit Null und D den makroskopischen Diffusionskoeffizienten bedeuten, der nach der Einsteinschen Formel mit der Beweglichkeit B des Teilchens, der absoluten Temperatur T, der Gaskonstanten R und der Loschmidtschen Zahl N folgendermaßen zusammenhängt:

$$D = \frac{R}{N} T \cdot B. \tag{2}$$

Die Richtigkeit dieser Formeln ist durch zahlreiche ältere experimentelle Untersuchungen verbürgt.

Formel (1) und (2) setzen voraus, daß das Teilchen keinen anderen Kräften unterworfen ist, als den unregelmäßigen Stößen der Moleküle, und daß die Bewegung durch kein äußeres Hindernis gestört ist; einige neuere Arbeiten nun lösen die analoge Aufgabe unter veränderten äußeren Bedingungen. In erster Linie sind hier eine Anzahl schöner theoretischer Untersuchungen von Smoluchowski zu berücksichtigen.

Er behandelt (3) zunächst den Fall, daß sich das Teilchen in der Nähe einer ebenen, reflektierenden Wand, der Schwerkraft nicht unterworfen, befindet und findet nach der bekannten Spiegelungsmethode

für die Wahrscheinlichkeit der Lage $x \ldots x + dx$, wenn sich die Wand in $x = 0$ befindet,

$$w(x, t)\, dx = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} \left[e^{\frac{-(x-x_0)^2}{4Dt}} + e^{\frac{-(x+x_0)^2}{4Dt}} \right] dx, \qquad (3)$$

woraus sich für den Grenzfall sehr langer Zeiten die durchschnittliche Verschiebung von der Wand berechnet

$$\lim \overline{(x - x_0)} = 2 \sqrt{\frac{Dt}{\pi}}, \qquad (4)$$

während ohne Wand natürlich $\overline{x - x_0} = 0$ wäre.

Analog erledigt sich die Aufgabe für ein zwischen zwei parallelen reflektierenden Wänden eingeschlossenes Teilchen.

Der Fall, daß das Teilchen der Einwirkung der Schwere unterliegt, wird erledigt durch die plausible Annahme, daß Brownsche Bewegung und konstante Fallbewegung im widerstehenden Mittel sich einfach superponieren. Formel (1) bleibt auch für diesen Fall gültig, wenn man sich in ihr $X^* = x + ct$ eingesetzt denkt, worin c die Fallgeschwindigkeit bedeutet. Daraus folgt für das mittlere Verschiebungsquadrat

$$\overline{(x - x_0)^2} = 2Dt + (Bmgt)^2. \qquad (5)$$

m = Masse des Teilchens. Ausführlich wird nun der Fall besprochen, daß die äußere Kraft eine gegen die Nullage hin gerichtete elastische Kraft ist $K = -ax$, ein Fall, der sich nach Smoluchowskis Meinung experimentell verifizieren lassen dürfte durch Beobachtung der Brownschen Torsionsschwingungen eines kleinen, an einem dünnen Quarzfaden angebrachten Spiegelchens. Doch ist bis jetzt eine solche Untersuchung nicht erfolgt. Der Fall ist deshalb sehr interessant und instruktiv, da es sich hier um ein „statisches System" handelt, das den Gesetzen der statistischen Mechanik unterworfen ist und man an diesem Beispiel sehr gut den statistischen Charakter des Gesetzes der Entropievermehrung zu studieren vermag. Smoluchowski stellt für die Bewegung eine Integralgleichung auf, die durch Einführung gewisser einleuchtender Voraussetzungen gelöst wird. Die Endformel lautet:

$$w(x, t) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi D(1 - e^{-3\gamma t})}}\, e^{\frac{-\gamma\left(x - x_0 e^{-\gamma t}\right)^2}{2D\left(1 - e^{-2\gamma t}\right)}}, \qquad (6)$$

worin zur Abkürzung $\gamma = aB$ gesetzt ist.

Daraus folgt für die mittlere Verschiebung

$$\bar{x} = x_0 \, e^{-\beta t}, \tag{7}$$

für das mittlere Verschiebungsquadrat

$$\overline{x^2} = \frac{D}{\gamma}(1 - e^{-2\gamma t}) + x_0{}^2 e^{-2\gamma t} . \tag{8}$$

Nach einer sehr langen Zeit stellt sich eine statistische Verteilung her

$$\lim_{t=\infty} w(x) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi D}} \cdot e^{\frac{-\beta x^2}{2D}}, \tag{9}$$

die sich auch unmittelbar aus dem e^{-hx}-Satz von Boltzmann hätte folgern lassen.

Für nicht extrem große Zeiten läßt sich an (6) sehr schön der Übergang von der ungeordneten Brownschen Bewegung zur statistischen Verteilung verfolgen.

Zu demselben Resultate führt eine an dieser Stelle auf Grund des Virialsatzes durchgeführte, der Langevinschen ähnliche Ableitung.

Ein neues und in seinen Anwendungen sehr nützliches Prinzip wird in zwei fast gleichzeitig erschienenen Abhandlungen von Schrödinger (*24*) und Smoluchowski (*23*) auf die Theorie der Brownschen Bewegung angewendet. Es war bereits früher bekannt, daß die Funktion w, die durch Gleichung (1) definiert ist, eine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{10}$$

darstellt. Dies ist nun kein Zufall, sondern in der Natur der Sache begründet. Denkt man sich nämlich statt der Zeitgesamtheit eines einzelnen Teilchens die Raumgesamtheit einer großen Anzahl gleichartiger Teilchen beobachtet, die zur Zeit Null alle in einem unendlich kleinen Bereich um den Ausgangspunkt des Einzelteilchens gruppiert waren, und überläßt dann den Teilchenschwarm der Wirkung der Brownschen Bewegung, dann lehrt die statistische Mechanik, daß die Konzentration des Teilchenschwarmes dieselbe Funktion von x und t ist, wie die relativen Lagehäufigkeiten des Einzelteilchens. Nun gehorcht aber die Teilchenkonzentration der Diffusionsgleichung (10), mit dem makroskopischen Diffusionskoeffizienten D, die formal wiederum identisch ist mit der Differentialgleichung der Wärmeleitung. Die Lösung unseres Wahrscheinlichkeitsproblems ist also das unter geeigneten Randbedingungen berechnete „Quellenintegral“ der Differentialgleichung (10). Man kann nun aber diese Gleichung auch noch verallgemeinern für den Fall, daß das Teilchen unter der Einwirkung irgendwelcher äußerer Kräfte steht, so daß man sie nur zu lösen braucht, um

schon recht komplizierte Probleme der **Brownschen** Bewegung relativ einfach zu behandeln. Ist diese äußere Kraft die Schwere, dann lautet die Verallgemeinerung von (10) einfach

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + c\frac{\partial w}{\partial x}. \tag{11}$$

Schrödinger und **Smoluchowski** stellen sich nun folgende Aufgabe: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein zur Zeit Null in der Höhe b befindliches schweres Teilchen zur Zeit $t \ldots t + dt$ die Ebene $x = 0$ zum ersten Male überschreitet? Die Lösung bietet das Quellenintegral von (11) unter der Randbedingung $w = 0$ für $x = 0$ da diese Ebene ja so wirkt, als ob ein an sie kommendes Teilchen dort verschluckt würde. Es lautet:

$$w(x,t) = e^{\frac{-c(x-b)}{2D} - \frac{c^2 t}{4D}}\left(e^{\frac{-(x-b)^2}{4Dt}} - e^{\frac{-(x+b)^2}{4Dt}}\right). \tag{12}$$

Man kann diese Formel z. B. direkt dazu benutzen, um die Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, daß ein zur Zeit Null in $x = b$ befindliches Teilchen zur Zeit t im Punkte x angelangt ist, während die Ebene $x = 0$ eine Wand bildet, an der das Teilchen bei seiner ersten Berührung anklebt. Diese Bedingung spielt in der Tat eine große Rolle bei den mit Kolloiden unternommenen Diffusionsversuchen von **Brillouin**, auf die in einem späteren Abschnitte nochmals die Sprache kommen wird. In dem hier vorliegenden Falle jedoch wird die Wahrscheinlichkeit eines solchen „Erstdurchgangs" aus (12) gefunden gemäß

$$M(t)\,dt = D\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{b}{2\sqrt{\pi D t^3}}\, e^{\frac{-(b-ct)^2}{4Dt}}\, dt. \tag{13}$$

Daraus kann man direkt die Mittelwerte $\bar{t}$ und $\overline{\left(\frac{1}{t}\right)}$ berechnen, die vom Referenten als „mittlere einseitige Erstdurchgangszeiten" bezeichnet wurden.

$$\bar{t} = \frac{b}{c}, \tag{14}$$

$$\overline{\left(\frac{1}{t}\right)} = \frac{2D}{b^2} + \frac{c}{b}. \tag{15}$$

Durch Kombination dieser beiden Formeln gewinnt man die folgende:

$$2D = b^2\left[\overline{\left(\frac{1}{t}\right)} - \frac{1}{\bar{t}}\right], \tag{16}$$

die bei der Bestimmung der Diffusionskonstanten bzw. der Beweglichkeit aus der Brownschen Bewegung eine große Rolle spielt und uns im letzten Kapitel nochmals beschäftigen wird. Sie ist in etwas anderer Gestalt zum erstenmal von E. Weiß, allerdings auf nicht einwandfreiem Wege, abgeleitet worden.

In einer späteren Veröffentlichung (28) verallgemeinert Smoluchowski die Formel (11), indem er eine beliebige äußere Kraft auf das Teilchen wirken läßt. Er leitet für diesen Fall die Gleichung ab:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B\frac{\partial}{\partial x}[w \cdot f(x)], \tag{17}$$

worin $f(x)$ die äußere Kraft als Funktion der Koordinaten bedeutet. Vermittels dieser Gleichung nun kann man auf einem einfacheren Wege die bereits früher gewonnene Formel (6) beweisen, indem man in (17) $f(x) = -ax$ einsetzt.

Ebenso ergibt sich natürlich (11) als Spezialfall für $f(x) = \frac{c}{B}$. Als neues Problem wird jedoch in dieser Arbeit der Fall behandelt, daß ein Teilchen unter der Wirkung der Schwere steht, und außerdem sich in der Ebene $x = 0$ eine feste Wand befindet, jedoch diesmal keine „adhärierende", sondern eine „reflektierende"; hier hat man für $x = 0$ die Randbedingung verschwindender Strömung, also

$$D\frac{\partial w}{\partial x} + cw = 0,$$

mit deren Hilfe das in diesem Falle bereits recht komplizierte Integral von (11) lautet:

$$w(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}}\left[e^{\frac{-(x-x_0)^2}{4Dt}} + e^{\frac{-(x+x_0)^2}{4Dt}}\right] e^{-\frac{c}{2D}(x-x_0) - \frac{c^2 t}{4D}} +$$
$$+ \frac{c}{D\sqrt{\pi}} e^{-\frac{cx}{D}} \int\limits_{\frac{x+x_0-ct}{2\sqrt{Dt}}}^{\infty} e^{-z^2}\, dz. \tag{18}$$

Auch hier haben wir es offenbar mit einem statischen System zu tun; die Formel gestattet, sehr schön den Übergang von der ungeordneten Brownschen Bewegung zu dieser Verteilung zu zeigen. Die letztere erhält man aus (18) für sehr große t zu

$$w(x)\,dx = \frac{c}{D} e^{-\frac{cx}{D}}\, dx. \tag{19}$$

Wendet man diese Formel auf eine Raumgesamtheit von sehr vielen, gleich großen Teilchen an, so ist sie nichts anderes, als die bekannte aerostatische Höhenformel, deren Anwendung auf die Konzentrationsverteilung von Kolloiden in Abhängigkeit von der Erhebung über dem Boden von Perrin und seinen Schülern zuerst in ihren bekannten Arbeiten mit dem besten Erfolge gemacht wurde.

Auf ein Einzelteilchen angewendet, sagt sie etwas über die Zeitgesamtheit seiner Höhe x über dem Boden aus. Für die wahrscheinlichste Lage ergibt sich aus (19) $x = 0$, dagegen für die durchschnittliche Lage während langer Zeiträume $\bar{x} = \frac{D}{c}$. Nach der makroskopisch-thermodynamischen Auffassung müßte sich das Teilchen mit abnehmendem x bis auf den Boden bewegen, um, daselbst angelangt, sich nie mehr von selbst erheben zu können; nach der molekular-mikroskopischen Betrachtungsweise stimmt dieses Verhalten allerdings mit dem wahrscheinlichsten, nicht aber mit dem durchschnittlichen überein und es wird im Gegenteil sogar sehr häufig vorkommen, daß das Teilchen von selbst aus einer tieferen in eine höhere Lage emporsteigt.

Diese Zeitgesamtheit nun ist vom Referenten (*43*) experimentell untersucht worden durch Beobachtung eines einzelnen Gummigutteilchens über einem horizontalen Glasboden in Wasser, vermittels eines horizontal justierten Beobachtungsmikroskops. Verzeichnet wurden vermittels eines Morseschreibers mit automatischer Zeitregistrierung die Durchgänge des Teilchens durch die horizontalen Teilstriche eines Okularmikrometers.

Es ergab sich die Richtigkeit der Formel (19). Aus den Beobachtungen läßt sich nun in einfacher Weise sowohl $\bar{x}$ als auch c entnehmen, woraus man D und unter Zuhilfenahme des für kugelige Partikel gültigen Stokesschen Widerstandsgesetzes die Loschmidtsche Zahl N berechnen kann. Ich fand den Wert

$$N = 64 \cdot 10^{22}$$

in bester Übereinstimmung mit anderen Methoden. Dieser Weg zur Bestimmung von N ist also analog dem Perrinschen, ihm jedoch vorzuziehen, da er weit weniger experimentelle Hilfsmittel benötigt, und außerdem, da es sich ja um Beobachtung an einem Einzelteilchen handelt, der schwer zu vermeidende Fehler nicht ganz gleicher Partikelgröße von selbst wegfällt.

In Fig. 1 ist die aus der Beobachtung gewonnene Höhenverteilung als Funktion der Zeit wiedergegeben. Man sieht auf den ersten Blick

die große Ähnlichkeit mit der berühmten Boltzmannschen H-Kurve, wie es der Natur der Sache entspricht.

Um an diesem Beispiel die Erscheinung der Reversibilität noch besser zeigen zu können, wurde vom Referenten die Aufgabe gelöst: Welches ist im Mittel die Zeit, die das Teilchen braucht, um, vom Punkte x_0 ausgehend, zur Zeit t sich um das Stück b zum ersten Male zu erheben. Dies gelingt unter Einführung der entsprechenden Randbedingungen wieder durch Lösung der Differentialgleichung (11) vermittels einer Art Fourierentwicklung auf ziemlich kompliziertem Wege. Aus der erhaltenen Formel für die Wahrscheinlichkeit läßt sich aber für den gesuchten Mittelwert eine merkwürdig einfache Formel gewinnen:

$$t = \frac{1}{c}\left\{-b + \frac{D}{c} e^{\frac{c}{D} x_0}\left(e^{\frac{c}{D} b} - 1\right)\right\}. \tag{20}$$

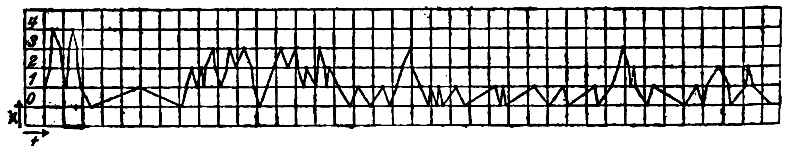


Fig. 1.

Sie läßt sich an den Versuchsergebnissen unmittelbar verifizieren und liefert gute Übereinstimmung mit diesen.

Durch sinngemäße Übertragung gewinnt man an diesem statischen System auch eine gute Illustration für die der Statistik entnommenen Begriffe „Schwankungsgröße“, „Schwankungsgeschwindigkeit“ und „mittlere Wiederkehrzeit“.

Im ersten Teil der Arbeit (43) wird außer den schon von Smoluchowski studierten Fällen ein neuer behandelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein zur Zeit Null in $x = 0$ befindliches Teilchen eine im Abstande b rechts oder links befindliche Marke zum ersten Male überschreite. Die Schwere möge dabei ausgeschaltet sein. Auch diese Aufgabe läßt sich durch Lösung von (10) unter geeigneten Randbedingungen erledigen und liefert die gesuchte Wahrscheinlichkeit ausgedrückt durch eine unendliche Reihe

$$M(t)\,dt = \frac{\pi D}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{n\pi}{2}\, e^{-D\left(\frac{n\pi}{2b}\right)^2 t}\, dt. \tag{21}$$

Den daraus abgeleiteten zeitlichen Mittelwert habe ich als „mittlere doppelseitige Erstdurchgangszeit“ bezeichnet; er ergibt sich zu

$$\vartheta = \frac{b^2}{2D}, \tag{22}$$

woraus sich D leicht berechnen läßt.

Diese Art der Beobachtung scheint überhaupt prinzipiell die einfachste zu sein, um die Brownsche Bewegung zu messen. Man braucht zu diesem Zwecke nur bei vertikal gestelltem Mikroskop ein Teilchen mittels eines quadratischen Okularrasters zu beobachten und während einer gewissen Zeit die Anzahl der Durchgänge durch eine der Scharen paralleler Striche des Rasters zu zählen. Die Zeit durch diese Anzahl geteilt gibt ϑ und dies, gleichzeitig mit b, dem Abstand der Parallelstriche in (22) eingesetzt, führt zur Bestimmung von D. Man braucht

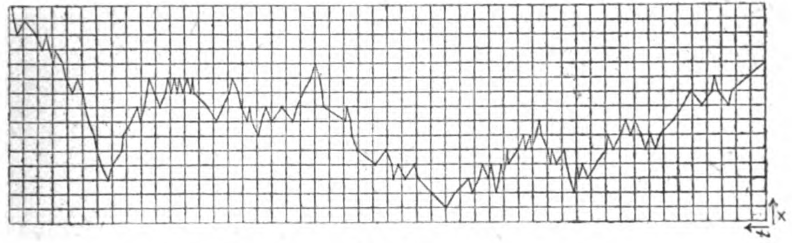


Fig. 2.

also weder eine komplizierte Zeitregistriervorrichtung, noch eine mikrophotographische oder kinematographische Anordnung.

Auch die Größe der Wiederkehrzeit zu einer schon einmal innegehabten Koordinate wird berechnet, wobei sich herausstellt, daß diese Zeit im Mittel nur dann endlich bleibt, wenn die gesamte Beobachtungsdauer T nicht unbegrenzt groß ist. Es ergibt sich für genügend große T:

$$\tau = \frac{b}{\sqrt{\pi D}} \sqrt{T}. \tag{23}$$

Alle auf den einseitigen, sowie den doppelseitigen Erstdurchgang und die Wiederkehrzeit bezüglichen Formeln werden nun experimentell geprüft durch Beobachtung eines Mastixpartikelchens in Wasser mittels Registrierung seiner Durchgänge durch die Vertikalstriche eines Rasters auf die oben angegebene Methode.

Fig. 2 ist die graphische Darstellung der Versuchsergebnisse; die aus den folgenden Tabellen ersichtliche Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment läßt nichts zu wünschen übrig.

Tabelle 1.
(Prüfung von (16) für $\bar{t} = 0$).

b	$(\overline{1/t})$	$b\,(\overline{1/t})$	
1	0,228	0,228	
2	0,058	0,232	$D = 0{,}116$
3	0,026	0,233	

Tabelle 2.
(Prüfung von (13) für $c = 0$).

t	n (beob.)	n (ber.)
0—10	152	144
10—20	36	37
20—30	13	17
30—50	19	18
50—100	20	18
100—200	22	13
200—300	7	7
300—500	1	2

Tabelle 3.
(Prüfung von (22)).

b	ϑ	b/ϑ	
1	3,73	0,267	
2	15,09	0,265	
3	33,39	0,269	
4	59,17	0,269	$D = 0{,}133$
5	94,09	0,265	
6	138,57	0,259	

Tabelle 4.
(Prüfung von (21)).

t	n (beob.)	n (ber.)
0—2	31	32
2—4	58	42
4—6	27	26
6—8	15	16
8—10	6	10
10—16	4	12

Tabelle 5.
(Prüfung von (16) für $\bar{t} \gtrless 0$).

b	$\overline{(1/t)}$	$1/\bar{t}$	$b^2\left(\overline{\left(\frac{1}{t}\right)} - \frac{1}{\bar{t}}\right)$	
1	1,7295	1,5245	0,205	
2	0,8259	0,7622	0,254	
3	0,5382	0,5082	0,270	
4	0,3940	0,3811	0,205	
5	0,3151	0,3049	0,255	$D = 0{,}121$
6	0,2611	0,2541	0,253	
7	0,2225	0,2178	0,232	
8	0,1944	0,1906	0,248	
9	0,1725	0,1694	0,254	

Tabelle 6.
(Prüfung von (13) für $c = 1{,}525$).

t	$M(t)$	n (ber.)	n (beob.)
0,3	0,635	7	3
0,4	1,450	17	22
0,5	1,800	21	25
0,6	1,675	20	17
0,7	1,342	16	17
0,8	0,990	12	12
0,9	0,679	8	11
1,0	0,452	5	4
1,1	0,292	3	1
1,2	0,183	2	2
1,3	0,116	1	1
1,4	0,071	1	1

Mit der Brownschen Bewegung vom wahrscheinlichkeitstheoretischen Standpunkte beschäftigt sich weiter eine Arbeit von Przibram (*14*), ihre Resultate haben aber mit der Brownschen Bewegung als solcher eigentlich nichts zu tun; sie haben, auf jede statistische Zahlenreihe angewendet, Geltung.

Er ordnet die Glieder einer statistischen Reihe in Gruppen zu zweien, scheidet den kleineren Wert aus und ordnet den Rest wieder in Gruppen zu zweien usw. und gelangt so zu „maximalen Abweichungen“ bei Brownscher Bewegung. Der Vergleich mit einer Theorie von Hasenöhrl führt zu guter Übereinstimmung.

Auf einem anderen Wege geht Burger (*44*) bei der Behandlung

der Brownschen Bewegung vor, indem er im Gegensatz zu Smoluchowski nicht wie dieser von einer Differential-, sondern von einer Integralgleichung ausgeht. Dieser Weg ist prinzipiell der korrektere, da er die Vertauschbarkeit von Zeit- und Raumgesamtheit nicht postuliert, sondern bloß den ungeordneten Charakter der Brownschen Bewegung zur Aufstellung der Gleichung heranzieht. Sie lautet für den Fall, daß keine äußeren Kräfte auf das Teilchen wirken:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, t_1) \cdot f(a-x, t_2)\, dx = f(a, t_1 + t_2), \tag{24}$$

worin $f(a, t)$ die gesuchte Wahrscheinlichkeit einer Verschiebung a in der Zeit t bedeutet. Es läßt sich nachträglich zeigen, daß man aus dieser Integralgleichung als Folge tatsächlich die Differentialgleichung (10) bekommt.

Auch für den allgemeineren Fall, daß beliebige Kräfte auf das Teilchen wirken, kann man eine Integralgleichung aufstellen und zeigen, daß sie wiederum inhaltlich gleich ist mit der Smoluchowskischen Gleichung (17). Sie lautet:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, p, t_1) \cdot f(p, a, t_2)\, dp = f(x, a, t_1 + t_2). \tag{25}$$

Burger verallgemeinert ferner das Problem auf drei Dimensionen, wobei (17) die Gestalt einer Vektorgleichung annimmt:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \Delta f - B \operatorname{div}(\psi f). \tag{26}$$

Vermittels (25) wird das Problem der reflektierenden und der adhärierenden Wand gelöst und gezeigt, daß die Smoluchowskischen Lösungen richtig sind. Im letzteren Falle jedoch ist die Burgersche Lösung allgemeiner, indem er nicht annimmt, daß das Teilchen unbedingt beim ersten Auftreffen an die Wand dort kleben bleibt, sondern daß bloß eine gewisse Wahrscheinlichkeit existiert, daß das Teilchen haften bleibt. Dies, sowie ein auf das Problem der „langsamen Koagulation“ sich beziehender Abschnitt, werden später nochmals eingehender besprochen werden.

Die bisher behandelten theoretischen Arbeiten beschäftigen sich allein mit dem wahrscheinlichkeitstheoretischen Einschlag der Brownschen Bewegung, ohne auf den absoluten Betrag der Verschiebungen Rücksicht zu nehmen. Neue Gesichtspunkte in dieser Beziehung, wie sie mit dem Beweis von (2) und ähnlichen zusammenhängen, bringen zwei Arbeiten von Frank (*16*, *45*). Mit Erfolg wird hier der von Clausius in die Gastheorie eingeführte Begriff des Virials mit der

Brownschen Bewegung in Zusammenhang gebracht. Dieser Satz gilt zunächst nur für sogenannte „stationäre“ Systeme, bei denen nämlich Koordinaten und Geschwindigkeiten immer zwischen endlichen Grenzen bleiben. Diese Bedingung wird nun fallen gelassen und durch die allgemeinere ersetzt, daß der Quotient $\frac{x^2}{t^2}$ um den Wert 0 endliche Schwankungen macht, die aber immer klein bleiben gegen den Mittelwert der lebendigen Kraft. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich der Virialsatz in Form eines Mittelwertsatzes und sagt aus, daß der Mittelwert der lebendigen Kraft, gebildet über viele Teilchen, gleich ist dem analog gebildeten Mittelwert des Virials bis auf kleine Schwankungen der oben bezeichneten Größenordnung. Legt man für die Brownsche Bewegung, die von Langevin zuerst eingeführte Bewegungsgleichung zugrunde:

$$X = -\frac{1}{B}\frac{dx}{dt} + S + f, \tag{27}$$

worin S die von den Molekülen ausgeübten, in ihrer Richtung fortwährend wechselnden Stoßkräfte und f die äußere Kraft bedeutet, so folgt aus ihr für das Vivial

$$\bar{w} = \frac{\overline{x^2}}{4Bt} + \bar{w}_f.$$

($\bar{w}_f$ = Virial der äußeren Kräfte) und dessen Gleichsetzung mit der lebendigen Kraft $\bar{L}$ ergibt

$$\overline{x^2} = 4B\bar{L}t - 4Bt\bar{w}_f, \tag{28}$$

die mit Smoluchowskis Gleichung (17) identisch ist.

In dieser Form gilt der Virialsatz jedoch nur so lange, als die Kraft f der Brownschen Bewegung ihren ungerichteten Charakter nicht genommen hat; das ist aber schon in ganz einfachen Fällen, wie z. B. bei der Brownschen Bewegung im Schwerefelde nicht mehr der Fall. Es wird daher eine zweite Verallgemeinerung des Satzes vorgenommen, indem jetzt bloß die Bedingung gestellt wird, daß $\frac{x^2}{t^2}$ bis auf kleine Schwankungen gleich einer endlichen Konstanten bleibt. Die analog durchgeführte Rechnung ergibt zu (28) noch ein Zusatzglied, so daß diese Gleichung übergeht in

$$\overline{x^2} = 4Bt\left(\bar{L} + \frac{2mB\bar{w}_f}{t}\right) - 4Bt\bar{w}_f, \tag{28'}$$

worin m die Masse des Partikels bedeutet. Speziell für den Fall der Schwerkraft folgt daraus

$$\overline{x^2} = 4Bt\overline{L_z} + (Bmgt)^2. \qquad (29)$$

($\overline{L_z}$ = Energie der Brownschen Zickzackbewegung) was mit der von Smoluchowski abgeleiteten Gleichung übereinstimmt, wenn $\overline{L_z} = \frac{1}{2}\frac{RT}{N}$ gesetzt wird. Nun ist aber nach dem Gleichverteilungssatz nicht $\overline{L_z}$, sondern die gesamte, aus $\overline{L_z}$ und der lebendigen Kraft der Fallbewegung zusammengesetzte Energie gleich diesem Werte, was dann, wenn die beiden Beträge miteinander vergleichbar werden, auf die Meßresultate experimenteller Untersuchungen einen beträchtlichen Einfluß hat. In allen bisher experimentell realisierten Fällen jedoch ist die Fallenergie so geringfügig, daß man mit der gewöhnlichen Formel rechnen kann.

Die Richtigkeit obiger und aller, der Langevinschen ähnlicher Bestimmungen der Diffusionskonstante sind an die Zulässigkeit der Einführung einer von dem Suspensionsmedium ausgeübten, der Geschwindigkeit des Teilchens proportionalen Widerstandskraft geknüpft. Van der Waals jun. und Frl. Snethlage zweifeln nun in einer Arbeit (29) die Zulässigkeit dieser Annahme an, in der Meinung, daß eine solche Widerstandskraft in Widerspruch gerät mit der Forderung der statistischen Mechanik, daß die Geschwindigkeit benachbarter Partikel voneinander unabhängig sei. Die Verfasser leiten darauf auf statistischem Wege eine andere Formel für D ab, die aber, im Gegensatz zur Einsteinschen Formel, Proportionalität von D mit $1/a^2$ fordert, wenn a der Radius eines kugeligen Partikels ist.

Die Einsteinsche Formel geht aus (2) durch Einsetzung des aus dem Stokesschen Gesetz folgenden Wertes für B hervor. Benützt man statt dessen das von Cunningham modifizierte Gesetz, so zeigt sich, daß, im Falle a groß ist gegen die mittlere Weglänge der Moleküle, die Einsteinsche, dagegen für den entgegengesetzten Extremfall die van der Waals-Snethlagesche Formel herauskommt. In der vorliegenden Untersuchung wird nun aber gemäß dem oben Gesagten behauptet, daß letztere Formel unter allen Umständen richtig sei. Abgesehen davon, daß für kleine Weglängen z. B. in Flüssigkeiten, die Richtigkeit der Einsteinschen Formel bereits durch ältere Untersuchungen außer Frage gestellt war, ist auch in neuerer Zeit durch eine experimentelle Untersuchung von Snethlage (*46*) auch in Gasen die Proportionalität von D mit $1/a$ als unrichtig erkannt worden.

In einer weiteren Arbeit leitet Frl. Snethlage (*30*) auf einem

ähnlichen Wege, wie dies Smoluchowski in seiner ersten Abhandlung über die Brownsche Bewegung getan hat, nämlich auf molekularkinetischem Wege, eine Formel für das mittlere Verschiebungsquadrat ab unter Zugrundelegung der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung und kommt zum selben Resultat wie früher, was nach den gemachten Voraussetzungen gemäß dem oben Gesagten nicht anders zu erwarten ist. Eine Reihe von Arbeiten holländischer Autoren beschäftigt sich nun mit der Aufdeckung der den erwähnten Widersprüchen zugrunde liegenden Fehler und der Klärung des ganzen Problems.

Hier ist zunächst eine Arbeit von Ornstein (*54*) zu erwähnen. Er geht bei seinen Überlegungen von der mit Erfolg für die Brownsche Bewegung benutzten Differentialgleichung von Frau de Haas-Lorentz aus:

$$m\frac{du}{dt} = -\frac{1}{B}u + mF, \tag{31}$$

worin u die Geschwindigkeit des Teilchens bedeutet. Die Gleichung ist analog der Langevinschen (27). Aus ihr berechnet der Verfasser nun folgende zeitlichen Mittelwerte:

$$\overline{u} = u_0 e^{-\beta t} \qquad \beta = \frac{1}{mB}, \tag{32}$$

(u_0 = Anfangsgeschwindigkeit) d. h. der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeit u_0 klingt im Mittel über viele Teilchen ebenso ab, als ob keine Brownsche Bewegung vorhanden wäre. Ferner

$$\overline{u^2} = u_0{}^2 e^{-2\beta t} + (1 - e^{-2\beta t})\left(\frac{kT}{m}\right). \tag{33}$$

Das erste Glied gibt hier so wie (32) das Abklingen der Anfangsgeschwindigkeit, das zweite Glied dagegen den im Laufe der Zeit immer beträchtlicher werdenden Einfluß der Molekularbewegung, bis schließlich für sehr große Zeiten $\overline{u^2} = \frac{kT}{m}$ wird, wie es der Gleichverteilungssatz verlangt. Für das mittlere Verschiebungsquadrat resultiert schließlich die Formel

$$\beta^2 \overline{s^2} = \frac{2kT}{m}(t\beta - 1 + e^{-\beta t}), \tag{34}$$

was für genügend große t übergeht in

$$\overline{s^2} = 2kT \cdot Bt, \tag{35}$$

die mit Einsteins Formel identisch ist. Für sehr kleine t hingegen

$$\overline{s^2} = \frac{2kT}{m}t^2, \tag{36}$$

was bedeutet, daß sich dann die Partikel geradlinig und gleichförmig bewegen mit einer dem Gleichverteilungssatz entsprechenden Geschwindigkeit. Die Größenordnung jener Zeit oberhalb derer die gebräuchliche Formel (35) gültig ist, läßt sich nun aus (34) bequem abschätzen und ergibt rund 0,01 sec., was unterhalb der Grenze der Beobachtbarkeit liegen dürfte.

Was die in der Arbeit von van der Waals-Snethlage zutage getretenen Widersprüche anlangt, zeigt Ornstein, daß die von diesen Forschern zugrunde gelegte Differentialgleichung zu unmöglichen Folgerungen führt. Er widerlegt, daß die Einsteinsche Ableitung im Widerspruch mit der statistischen Mechanik steht. Aus der Differentialgleichung (31) läßt sich folgern, daß das Geschwindigkeitsverteilungsgesetz, das ihr gehorcht, das Maxwellsche ist, was ja eine Forderung der statistischen Mechanik ist, während die Differentialgleichung von Snethlage zu einer anderen Verteilung führt. Schließlich wird noch aus (31) für die Verteilungsfunktion der Verschiebungen s eine Differentialgleichung abgeleitet, die sich als mit (17) identisch erweist, wenn man dort $D = \frac{kT}{6\pi\zeta a}$ setzt, wodurch alle auf dieser Gleichung basierenden Schlüsse eine wesentliche Stütze erhalten.

Noch zwei weitere Arbeiten von Ornstein und Zernike (*55*) und Ornstein und Burger (*56*) beschäftigen sich zum größten Teile mit der Klärung der erwähnten Irrtümer, was aber hier nicht näher ausgeführt werden kann.

Schließlich möge noch einer sich mit diesem Thema befassenden Arbeit von Ehrenfest (*57*) gedacht werden, welche die scheinbare Paradoxie löst, die in der Einführung einer Widerstandskraft bei gleichzeitiger von der statistischen Mechanik geforderter Unabhängigkeit der gegenseitigen Geschwindigkeiten benachbarter Teilchen liegt. Tatsächlich wird ein sehr einfaches Beispiel angegeben, an dem sich zeigen läßt, daß es sehr wohl möglich ist, daß zwei Teilchen in gewissem Sinne aneinander gebunden sind und dennoch in jedem Momente entgegengesetzte Geschwindigkeiten besitzen, also das Vorzeichen von $u_1 u_2$ tatsächlich negativ ist und nicht, wie man auf den ersten Blick meinen würde, positiv. Unter Annahme der Gültigkeit des Gleichverteilungssatzes kann man weiterhin noch folgern, daß in diesem Falle immer $u_1 u_2 = 0$ ist, was also der Forderung der statistischen Mechanik Genüge leistet.

Auch Postma (*64*) glaubt in der Einführung von Reibungskräften

für die Brownsche Bewegung keine Widersprüche mit der statistischen Mechanik zu involvieren.

Eine ausgedehnte Experimentaluntersuchung über die Brownsche Bewegung an einem Einzelteilchen stammt von Seelis (*3*). Er mißt die Brownschen Verschiebungen von Zinnoberteilchen in Gemischen von Wasser—Glyzerin mit verschiedener Viskosität, die vorher durch eigene Versuche nach Poiseuille gemessen wird. Die Beobachtungen geschehen im horizontalen Gesichtsfelde mit einem Jentzschen Spiegelkondensor, die Registrierung erfolgt photographisch, indem rasch nacheinander (0,2 sec) zwei Lichtblitze in den Apparat hineingeworfen werden. Auf der photographischen Platte wird dann die Distanz zweier zusammengehöriger Schwärzungspunkte ausgemessen. Da hier nicht die Verschiebung in einer Richtung, sondern in einer Ebene zur Messung gelangt, gilt infolge der Additivität der voneinander unabhängigen Verschiebungsquadrate in den beiden Achsenrichtungen $\overline{r^2} = 2\overline{x^2}$. Für diese Formel wird eine eigene Ableitung gegeben. Man kann das Verteilungsgesetz der Verschiebungen auf eine, dem Fehlergesetz analoge Gestalt bringen, sodaß es die Teilchengröße und die Viskosität nicht mehr enthält, wodurch alle Beobachtungen miteinander vergleichbar werden. Die Übereinstimmung zwischen dem beobachteten und berechneten Verteilungsgesetz der Verschiebungen ergibt sich nach dieser Methode recht gut. Der mittlere Fehler einer Beobachtungsreihe wird berechnet und ergibt sich, wie beim Gaußschen Fehlergesetz, der Wurzel aus der Anzahl der Beobachtungen n umgekehrt proportional. Der aus den Beobachtungen resultierende mittlere Fehler ist bei allen Reihen größer als der theoretische, besonders groß ist er bei Konzentrationen von 30 bis 50 Proz. Glyzerin—Wasser. Der Verfasser will dies als eine systematische Abweichung auffassen, wozu er sich durch eine Methode des „Verdachtes auf systematische Fehler" berechtigt glaubt und knüpft daran gewisse Hypothesen über das Zusammenwirken von Teilchen und Atomen, die aber wenig stichhaltig erscheinen. Schließlich wird auch noch quantitativ das Einsteinsche Gesetz geprüft, indem der Radius der Partikel einerseits aus dem Stokesschen Gesetz, anderseits mittels Teilchenzählung und quantitativer Analyse bestimmt wird. Es ergibt sich die Loschmidtsche Zahl viel zu groß. Der Verfasser führt dies mit Recht auf Abweichungen der Zinnoberpartikel von der Kugelgestalt zurück und sucht durch eine Erweiterung des Stokesschen Gesetzes auf hydrodynamischer Grundlage die Übereinstimmung wieder herzustellen. Einfacher erscheint dem Referenten dies auf folgendem Wege: Man

wendet das Stokessche Gesetz überhaupt nicht an, sondern berechnet die Masse der Partikel durch Zählung und berechnet hiermit und aus der gemessenen Fallgeschwindigkeit der Partikel ihre Beweglichkeit B. Da in die Einsteinsche Formel nur diese letztere eingeht, kann man aus ihr sofort N berechnen. Ich habe diese Berechnung an dem Seelisschen Material durchgeführt und erhielt $N = 50 \cdot 10^{22}$, während dieser selbst nach seiner Methode $72 \cdot 10^{22}$ herausbekommt.

3. Kolloidstatistik.

Wir wenden uns nun jenen Arbeiten zu, die sich auf ein Gebiet beziehen, das man passend mit dem Namen Kolloidstatistik bezeichnen kann. Der Unterschied gegen die im vorausgehenden Abschnitte dargestellte Art der Beobachtung ist der, daß man hier nicht ein einzelnes Teilchen auf seinem Wege verfolgt, sondern eine große Anzahl als gleichartig vorausgesetzter Teilchenindividuen beobachtet, die in einer Flüssigkeit bei verschwindendem Einfluß der Schwere suspendiert sind. Beobachtet wird nun die Anzahl der in einem bestimmten Volumelement sich gerade aufhaltenden Teilchen, die infolge der Brownschen Bewegung gewissen Schwankungen um einen konstanten Mittelwert unterworfen sein wird. Bei der theoretischen Deutung dieser Konzentrationsschwankungen handelt es sich im Grunde um ein allgemeines statistisches Problem, das nur insofern mit der Brownschen Bewegung zusammenhängt, als die Lebhaftigkeit dieser Bewegung auf die beobachtbaren Schwankungen einen gewissen Einfluß hat. Die Theorie läßt sich ganz gut unabhängig von dem speziellen Mechanismus aufstellen und ist in ihren wesentlichsten Zügen von Smoluchowski (*4*, *17*, *18*, *31*) in einer Reihe von Abhandlungen entwickelt worden. Eine zusammenfassende Darstellung mit einer einheitlichen Bezeichnungsweise hat der Referent in einem Bericht (*65*) über „Schwankungserscheinungen in der Physik" derart gegeben, daß der wahrscheinlichkeitstheoretisch-statistische Kern des Problems möglichst rein herausgearbeitet erscheint. Bezüglich Details der Rechnung möge auf diese Arbeit verwiesen werden. Die hauptsächlichsten, uns hier interessierenden Punkte sind folgende:

Vorausgesetzt ist, daß die Gesamtanzahl N der in dem Gefäß enthaltenen Teilchen sehr groß, dagegen die Wahrscheinlichkeit p, daß ein individuelles Teilchen sich in dem betrachteten Volumelement aufhalte, sehr klein sei, was man durch entsprechende Verkleinerung dieses Elementes immer erreichen kann, so zwar, daß der Mittelwert der Teilchenanzahl ν in dem Elemente während langer Beobachtungszeiten

endlich und von Null verschieden ist. Es gilt $\nu = pN$. Ferner machen wir die wichtige Voraussetzung, daß die Bewegung der einzelnen Partikel voneinander völlig unabhängig erfolgen möge. Dann gilt für die Wahrscheinlichkeit, daß das Volumelement n Teilchen enthält, die Formel von Poisson:

$$w(n) = \frac{e^{-\nu}\nu^n}{n!}. \tag{37}$$

Bezeichnet man als relative Schwankung oder „Schwankungsgröße" die Größe $\delta = \frac{n-\nu}{\nu}$, dann kann man mit Hilfe von (37) folgende Mittelwerte berechnen:

$$\overline{|\delta|} = \frac{2e^{-\nu}\nu^\lambda}{\lambda!}, \tag{38}$$

wo λ jene größte ganze Zahl ist, die von ν übertroffen wird, und

$$\overline{\delta^2} = \frac{1}{\nu}. \tag{39}$$

Die Schwankungsgröße ist, wie man sieht und wie auch unmittelbar einleuchtet, von der Lebhaftigkeit der Brownschen Bewegung nicht abhängig. Formel (37), (38) und (39) sind auch von Lorenz und Eitel (*6*) ausführlich abgeleitet worden, jedoch ist ihre Darstellung unnötig kompliziert und auch nicht frei von Fehlern.

Aber auch über die Geschwindigkeit der Schwankungen lassen sich Aussagen machen, indem man das Volumelement intermittierend in gleichen Zeitabständen τ beobachtet und jedesmal die darin enthaltene Teilchenzahl notiert.

Smoluchowski leitet in diesem Falle für die Wahrscheinlichkeit, daß auf eine Zahl n in der nächsten Beobachtung eine Zahl $n+k$ bzw. $n-k$ folge, die Formel ab:

$$\left.\begin{aligned} w(n, n+k) &= e^{-\nu P} \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} P^i Q^{n-i} \frac{(\nu P)^{i+k}}{(i+k)!} \\ w(n, n-k) &= e^{-\nu P} \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} P^i Q^{n-i} \frac{(\nu P)^{i-k}}{(i-k)!} \end{aligned}\right\}, \tag{40}$$

worin P die konstant gedachte Wahrscheinlichkeit bedeutet, daß ein Teilchen, das sich bei der $k$ten Beobachtung in dem Volumelement befand, dieses bei der $(k+1)$ten bereits verlassen hat.

Bezeichnen wir die Differenz der beobachteten Teilchenzahl bei zwei aufeinanderfolgenden Beobachtungen mit Δ und mit n die Ausgangsteilchenzahl, dann lassen sich aus (40) folgende Mittelwerte bilden:

$$\overline{\Delta_n} = P(n - \nu), \tag{41}$$

$$\overline{\Delta^2} = 2\nu P, \tag{42}$$

welche Formeln als Maß für die „Schwankungsgeschwindigkeit“ zu bezeichnen sind. P nennt Smoluchowski den Diffusionsfaktor, der, wie man sieht, einen wesentlichen Einfluß auf die Schwankungsgeschwindigkeit hat. Formel (41) zeigt analog dem mikroskopischen Diffusionsgesetz das Walten der Brownschen Bewegung bezüglich des Ausgleiches großer Konzentrationsunterschiede. Während im Gegensatze dazu (42) zeigt, daß auch nach eingetretenem „Gleichgewicht“ immer wieder Konzentrationsschwankungen auftreten müssen.

Der Diffusionsfaktor P ist eine Funktion der die Brownsche Bewegung regelnden Größe D und der Gestalt des Volumelementes. Besteht dieses aus einer Schicht von der Dicke h zwischen zwei parallelen begrenzenden Ebenen, die so gering ist, daß bloß die Brownsche Bewegung senkrecht auf die Wände als zum Ein- und Austritt Anlaß gebend in Betracht zu ziehen ist, dann ergibt sich

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\beta}^{\infty} e^{-y^2} dy + \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}} (1 - e^{-\beta^2}), \tag{43}$$

worin zur Abkürzung gesetzt ist: $\beta = \frac{h}{2\sqrt{D\tau}}$.

Für ein zylindrisches Volumen mit undurchdringlicher Grundfläche gilt dagegen die Formel:

$$P = e^{-2\alpha} [I_0 (2\alpha) + I_1 (2\alpha)], \tag{44}$$

worin $I_n(t) = e^{-n} J_n(it)$ Zylinderfunktionen imaginären Argumentes und $\alpha = \frac{a^2}{4D\tau}$ bedeutet (a = Radius der Zylindergrundfläche). Die Formel (44) läßt sich auch in Form einer Reihenentwicklung geben (*36*). Der Zusammenhang zwischen P und x wurde durch Westgren (*58*) in Form einer Tabelle dargestellt.

Schließlich ist es auch noch möglich, über die „mittlere Wiederkehrzeit“ $\Theta(n)$ und die „mittlere Dauer“ $T(n)$ eines gewissen n-Zustandes der Teilchenanzahl etwas auszusagen. Die Bedeutung dieser Begriffe ist wohl aus ihrer Bezeichnung ohne weiteres klar. Für den von uns betrachteten Fall ergeben sie sich gemäß folgender Formeln:

$$T(n) = \frac{\tau}{1 - w(n, n)}, \tag{45}$$

$$\Theta(n) = T(n) \frac{1 - w(n)}{w(n)}. \tag{46}$$

Es ist vielleicht nicht überflüssig, zu bemerken, daß für die hier betrachtete Statistik die von Smoluchowski eingeführten Unterschiede zwischen „durchschnittlicher Dauer“ und „mittlerer Dauer“ einerseits und „durchschnittlicher Wiederkehrzeit“ und „durchschnittlicher Erwartungszeit“ andererseits nicht existieren, was aus den Ausführungen des Referenten in der zitierten Zusammenfassung, wenn auch dort nicht ausdrücklich erwähnt, hervorgeht.

Ändert man die Beobachtungsmethode insofern, als man die Teilchenzahl kontinuierlich, statt diskontinuierlich, ins Auge faßt, so behalten die Größen $T(n)$ und $\Theta(n)$, im Gegensatz zu der Schwankungsgeschwindigkeit, ihren Sinn, falls sich P in Form einer Potenzreihe von der Form:

$$P = a_1 \tau + a_2 \tau^2 + \cdots$$

darstellen läßt. Dies ist nun aber gerade bei der Brownschen Bewegung möglich, da hier für genügend kleine Zeiten die Bewegung geradlinig und mit einer, dem Maxwellschen Verteilungsgesetz entsprechenden Geschwindigkeit erfolgt. Es folgt dann nämlich im Falle einer sehr dünnen Schichte von der Dicke h:

$$P = \frac{2C\tau}{h\sqrt{6\pi}} = a_1 \tau,$$

worin C, die mittlere Partikelgeschwindigkeit, sich aus $C = \sqrt{\frac{3RT}{Nm}}$ berechnen läßt. Für diesen Grenzfall gehen daher (45) und (46) über in

$$T(n) = \frac{1}{a_1(n+\nu)}, \tag{47}$$

$$\Theta(n) = \frac{1 - w(n)}{w(n)(n+\nu)a_1}. \tag{48}$$

Auf die vom Referenten abgeleiteten Formeln für die Wahrscheinlichkeit bestimmter Dauer und Wiederkehrzeiten und über Schwankungserscheinungen an der Reihe der Wiederkehrzeiten kann in diesem Zusammenhange nicht näher eingegangen werden und muß auf das Original verwiesen werden.

Wie bereits erwähnt, gelten alle oben angeführten Formeln nur dann, wenn die Bewegung der Kolloidteilchen voneinander völlig unabhängig erfolgt. Die Sachlage ändert sich, wenn die Teilchen aufeinander durch Anziehungs- oder Abstoßungskräfte einwirken. Man kann dies auch so ausdrücken, daß in letzterem Falle das Kolloid dem Boyleschen oder besser gesagt dem van't Hoffschen Gesetz nicht

mehr gehorcht und seine Kompressibilität von der Boyleschen abweicht. Schon in einer älteren Untersuchung zeigte Smoluchowski, daß dann die Schwankungsgröße eine Modifikation erfahren muß gemäß der Formel

$$\overline{\delta^2} = \frac{1}{\nu}\frac{\beta}{\beta_0}, \qquad (49)$$

wenn β die wahre und β_0 die Boylesche Kompressibilität bedeuten. Es kann daher eine Messung von $\overline{\delta^2}$ dazu dienen, β und damit den Einfluß der inneren Kräfte zu bestimmen. Wir kommen darauf im experimentellen Teile noch einmal zurück.

Aber auch die Schwankungsgeschwindigkeit muß durch solche innere Kräfte modifiziert werden, wie Ornstein (*47*) zeigt. Er leitet in dieser Arbeit zunächst auf einem einfacheren Wege als Smoluchowski die Formel (42) ab und modifiziert sie im oben bezeichneten Sinne durch eine Methode, wie sie von ihm und Zernike bereits früher auf die Dichteschwankungen im kritischen Punkte eines Gases angewendet worden waren. Die Formeln unterscheiden sich von (41) und (42) darin, daß zu P noch ein gewisser Integralausdruck über die eingeführte Abhängigkeitsfunktion hinzukommt.

Ältere experimentelle Untersuchungen von Svedberg, Inouje, Westgren u. a. an Kolloiden sehr verschiedener Natur mit Hilfe des Siedentopf-Zsigmondyschen Spaltultramikroskops ergaben das merkwürdige Resultat, daß die Formeln (37), (38), (39) über die Schwankungsgröße schon bei verhältnismäßig sehr geringen Konzentrationen nicht mehr erfüllt waren, woraus die Verfasser auf starke Abweichungen von den idealen Gasgesetzen infolge von Abstoßungskräften zwischen den Teilchen schlossen. Da aber auf anderem Wege sich eine Abweichung von den Gasgesetzen selbst bei beträchtlich höheren Konzentrationen als den hier verwendeten nicht nachweisen ließ, lag die Vermutung nahe, daß es sich dabei um einen systematischen, der Beobachtungsmethode eigenen Fehler handeln müsse. In der Tat hat Westgren (*32*, *33*) gezeigt, daß die bei der Beobachtung mit dem Spaltultramikroskop verwendete „optische Abgrenzung" des betrachteten Volumelements der Anlaß der Fehlerquelle ist, infolge der unmöglich scharf herzustellenden Grenze des Gebietes. Um ihr zu entgehen, benutzt er statt der optischen eine mechanische Abgrenzung indem das Präparat in eine, nach einem sehr originellen Verfahren hergestellte 2 bis 10 μ dicke mikroskopische Kammer gebracht und mittels des Kardioidkondensors beleuchtet wird. Die seitliche Begrenzung bildet eine Blende im Okular des Beobachtungsmikroskops.

Die Zählung erfolgt intermittierend nach dem Takt eines Metronoms. Die Beobachtungsresultate ergeben eine sehr gute Übereinstimmung mit den Formeln (37) bis (39).

Dieselben Einwände, wie gegen die oben erwähnten Arbeiten, können auch gegen eine Untersuchung von Lorenz und Eitel (*5*) erhoben werden, worin als Material Rauchteilchen, in Luft suspendiert, dienen. Auch hier erfolgen die Beobachtungen im optisch abgegrenzten Volumelement nach einer mikrophotographisch-kinematographischen Methode. Der Fall liegt hier nur insofern etwas anders, als nicht ein einziges Volumelement durch lange Zeit, sondern ein großes Gesichtsfeld beobachtet wird, das dann auf den Photographien nachträglich in ein quadratisches Netz geteilt wird. Da die einzelnen Felder untereinander völlig gleichberechtigt sind, kann man die Teilchenzahlen jedes dieser Felder zu einer gemeinsamen Reihe zusammenfassen und hat dadurch den Vorteil eines größeren statistischen Materials. Die auch hier zutage tretenden Abweichungen von den idealen Gasgesetzen sind nach Westgrens Aufklärung nicht reell.

In zwei späteren Arbeiten (*34*, *58*) stellt sich Westgren die Aufgabe, auch die Smoluchowskischen Formeln über die Schwankungsgeschwindigkeit und die Wiederkehrzeit einer experimentellen Verifikation zu unterziehen. Schon das Svedbergsche Beobachtungsmaterial bei kleinen Konzentrationen bietet die Möglichkeit zur Prüfung dieser Theorie mit recht gutem Erfolge. Noch exakter kann dies jedoch aus Westgrens Resultaten geschehen, um so mehr, als hier von vornherein für eine genau definierte Abgrenzung des Volumens Sorge getragen war. Um die Bedingungen für die Anwendung von Formel (43) herzustellen, wird das Präparat wieder in eine Westgrensche Kammer eingeschlossen und mit Kardioidkondensor beobachtet. Die spaltförmige seitliche Begrenzung wird durch eine geeignete Okularspalte hergestellt. Die Zählung erfolgt wieder nach dem Takte eines Metronoms. Als Material dienten gleichkörnige, nach der Keimmethode hergestellte *Au*-Hydrosole. Ihre Teilchengröße wurde durch Auszählen bestimmt. Als Beispiele mögen folgende dieser Arbeit entnommene Tabellen dienen.

In der Tabelle 8 sind die beobachteten P-Werte aus Formel (42) entnommen, während die berechneten aus (43) vermittels Kenntnis der Teilchengröße berechnet wurden. Für N ist der Wert $60{,}6 \cdot 10^{22}$ zugrunde gelegt. Um die Beobachtungen auch zur Bestimmung letzterer Größe brauchbar zu machen, wurde zur Erzielung größerer Genauigkeit die spaltförmige Begrenzung durch eine kreisförmige ersetzt, so

Tabelle 7.
Prüfung von (37), (38), (39); Westgrens Tab. 2 C.

n	Häufigkeit beob.	Häufigkeit ber.	$\overline{\delta^2}$	$1/\nu$	$\overline{\lvert\delta\rvert}$	$2\frac{\nu^\lambda e^{-\nu}}{\lambda!}$
0	381	380	0,743	0,700	0,696	0,689
1	568	542				
2	357	384				
3	175	184				
4	67	66				
5	28	19				
6	5	5				
7	2	2				

Tabelle 8.
Prüfung der Formeln (42), (43); Westgrens Tab. 4 C.

$h\cdot 10^4$	$D\cdot 10^8$	t	ν	$\overline{\Delta^2}$	P (beob.)	P (ber.)	$\frac{P\text{(beob.)}}{P\text{(ber.)}}$
6,56	3,95	1,39	1,428	1,068	0,374	0,394	0,95
		2,78		1,452	0,513	0,517	0,99
		4,17		1,699	0,600	0,587	1,02
		5,56		1,859	0,656	0,634	1,03
		9,73		2,125	0,744	0,713	1,04
		13,90		2,265	0,693	0,760	1,04

Tabelle 9.
Prüfung der Formeln (40); Westgrens Tab. 7.

n	$n+k$: 0	1	2	3	4	5	6	7
0	210	126	35	7	0	1	—	—
	221	119	32	6	1	—	—	—
1	134	281	117	29	1	1	—	—
	119	262	122	31	5	1	—	—
2	27	138	108	63	16	3	—	—
	32	122	149	63	15	3	—	—
3	10	20	76	38	24	6	0	—
	6	31	63	56	22	5	1	—
4	2	2	14	22	13	11	3	—
	1	5	15	22	15	6	2	—
5	—	0	2	10	10	1	3	2
	—	1	3	5	6	3	1	—

Die oberen Zahlen sind die gefundenen, die unteren Zahlen die berechneten.

Tabelle 10.

Prüfung der Formeln (45), (46). (Aus Westgrens Zahlenmaterial der Versuchsreihe C berechnet vom Referenten.) Zeiteinheit: 1,39 sec.

n	T (beob.)	T (ber.)	Θ (beob.)	Θ (ber.)
0	2,20	2,41	6,90	7,63
1	1,98	1,93	3,53	3,71
2	1,43	1,63	4,90	5,90
3	1,27	1,43	9,62	10,88
4	1,22	1,30	24,6	29,9
5	1,08	1,21	52,0	99,6

daß Formel (44) an Stelle von (43) zu treten hat. Im übrigen war die Versuchsanordnung dieselbe, wie oben beschrieben. Die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten P-Werten ist auch hier sehr gut. Um nun die Loschmidtsche Zahl möglichst genau zu bestimmen, müssen jene Versuchsbedingungen gewählt werden, bei denen die P möglichst wenig durch zufällige Schwankungen alteriert werden. Dies geschieht und ergibt als Mittel aus einer sehr großen Zahl von Beobachtungen $N = 60{,}9 \cdot 10^{22}$ bei einer Unsicherheit von 5 Proz. Die Berechnung der Teilchenbeweglichkeit wird dabei wegen der Nähe der Wand mittels der Lorentzschen Korrektur an der Stokesschen Formel durchgeführt.

4. Diffusion in Kolloiden.

Die Kolloidforschung bietet ein äußerst geeignetes Material zur Untersuchung der Frage, wie die makroskopisch als Diffusion zu deutende Erscheinung des Ausgleichs von Konzentrationsunterschieden in einer Lösung auf Grund der Brownschen Bewegung der gelösten Teilchen gedeutet werden kann. Zum Unterschiede von den molekularen Lösungen kann man ja hier die Bewegung der Einzelteilchen vermittels eines Mikroskopes direkt verfolgen und ihre kinetische Energie usw. bestimmen. Nach der makroskopischen Auffassung wirken Konzentrationsverschiedenheiten in Lösungen wie Kraftfelder, die nach Größe und Richtung dem Gradienten der Konzentration proportional sind, wobei der Diffusionskoeffizient als Proportionalitätskonstante auftritt. Vom mikroskopischen Standpunkte ist von einer derartigen ausgleichenden Kraftwirkung nichts zu spüren, allein die Ungeordnetheit der Bewegung bringt es mit sich, daß eine Diffusion im Sinne einer statistischen Massenerscheinung zustande kommt. Schon die Anwendbarkeit der Diffusionsgleichung auf die Brownsche Bewegung eines Einzel-

teilchens beruht auf diesem Umstande und es ist uns so ein Mittel in die Hand gegeben, auf einem viel einfacheren Wege, als durch makroskopische Diffusionsversuche mit Kolloiden die Diffusionskonstante zu bestimmen. Abgesehen davon ist es aber auch an und für sich von Interesse, theoretisch und experimentell den Mechanismus der Diffusion vom Standpunkte der Brownschen Bewegung zu studieren.

Als bekannt will ich, da es sich um eine ältere Arbeit handelt, die Versuche von Brillouin ansehen, der die Diffusion von Gummigutthydrosolen durch den Kunstgriff gemessen hat, daß er dieselben in ein Gefäß mit adhärierenden Wänden hineinbrachte und die Anzahl der Teilchen zählte, die sich nach einer gewissen Zeit an einer solchen Wand angesammelt hatten. Doch ist die von Brillouin gegebene Theorie der Erscheinung, wie u. a. bereits von Svedberg und Westgren bemerkt wurde, unrichtig. Smoluchowski hat nun (*19*) gezeigt, daß man das Problem der adhärierenden Wand nur vermittels der Einführung der Begriffe „Erstdurchgang" bzw. „Maximalverschiebung" lösen kann. Es wird zunächst auf Grund einer rein wahrscheinlichkeitstheoretischen ziemlich komplizierten Überlegung die Anzahl der Teilchen M ermittelt, die pro Zeiteinheit an der Wand ankleben. Für diese Zahl ergibt sich:

$$M = N\sqrt{\frac{D}{\pi t}}, \tag{50}$$

worin N die Zahl der Teilchen pro Volumeinheit bedeutet. Wenn zur Zeit Null kein Teilchen an der Wand anklebte, dann haben sich also bis zur Zeit t die Teilchen in folgender Anzahl an der Wand angesammelt:

$$A = 2N\sqrt{\frac{Dt}{\pi}}. \tag{51}$$

Aus dieser Formel nun kann man auch umgekehrt D berechnen, wenn A, N und t gemessen wurden. Brillouin dagegen benutzt die falsche Gleichung

$$A = N\sqrt{\frac{Dt}{2}}.$$

Wie Smoluchowski bemerkt, lassen sich jedoch (50) und (51) viel einfacher herleiten, wenn es einem nicht darauf ankommt, den ganzen Vorgang wahrscheinlichkeitstheoretisch zu analysieren durch Lösung der Differentialgleichung (10), wie das bereits früher besprochen wurde. Diese Theorie gilt jedoch nur für den Fall exakt, daß tatsächlich jedes Teilchen bei der ersten Berührung an der Wand adhäriert. Ist dies

jedoch nicht der Fall, sondern nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür vorhanden, so muß die Theorie dahin erweitert werden, was, wie erwähnt, von Burger (44) vorgenommen wurde. Er löst das Problem vermittels einer Integralgleichung und zeigt, daß die Lösung mit der der Smoluchowskischen Differentialgleichung, jedoch unter einer verallgemeinerten Randbedingung, äquivalent ist. Bekanntlich führt die Anwendung von (51) auf die Brillouinschen Versuche zu einer falschen Loschmidtschen Zahl. Burger sucht dies nun eben durch seine allgemeineren Voraussetzungen zu begründen und berechnet umgekehrt unter Zugrundelegung des richtigen Wertes für N den Bruchteil derjenigen Teilchen, die tatsächlich beim ersten Anstoß anhaften, für den sich so die sehr kleine Zahl $\varepsilon = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ ergibt. Es wird schließlich gezeigt, daß auch im Grenzfalle sofortigen Anhaftens die Smoluchowskische Lösung nicht völlig richtig sein kann, da sie kontinuierliche Konzentration voraussetzt, während in Wirklichkeit natürlich immer nur eine endliche Teilchenzahl vorhanden ist. Dieses Einwurf trifft aber alle auf Grund der Diffusionsgleichung behandelten Probleme und ist in experimentell realisierbaren Fällen ohne Bedeutung.

Mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Diffusion beschäftigt sich eine Arbeit von Frank (*53*). Bei kontinuierlicher Auffassung der Diffusion nämlich ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Diffusionswelle immer unendlich groß, weil schon nach beliebig kleinen Zeiten in beliebig großer Entfernung von der Ausgangsstelle die Konzentration nach der Diffusionsgleichung von Null verschieden ist. Nach der statistischen Auffassung ist dies nun aber offenbar nicht möglich, denn es muß schließlich eine endliche Zeit geben, nach der das erste Teilchen an die betreffende Stelle gelangt ist. Dies wird nun ebenfalls vermittels eines Quellenintegrals der Gleichung (10) erledigt und ergibt für die Geschwindigkeit des „Kopfes“ des Teilchenschwarmes, der zur Zeit Null in der Ebene $x = 0$ zusammengepreßt war

$$\gamma = 2 f(N) \sqrt{D}, \tag{52}$$

worin $f(N)$ eine gewisse transzendente Funktion bedeutet, die für große Werte des Argumentes übergeht in

$$f(N) = \sqrt{\log N}.$$

Man sieht hieraus, daß allerdings für unendlich großes N γ unendlich groß wird, daß dieses Wachsen aber äußerst langsam erfolgt. Für einen experimentell realisierbaren Fall ist z. B. $\gamma = 10^{-3}$ cm/sec. Denkt man sich die Teilchen zur Zeit Null nicht in einer Ebene konzentriert, sondern einen ganzen Halbraum mit konstanter Konzentration erfül-

lend, so folgt eine ähnliche, jedoch etwas kompliziertere Beziehung für γ.

Schließlich wird noch die Fortpflanzung des Konzentrationsmaximums eines Teilchenschwarmes, der sich zur Zeit Null in einer Ebene befand, nach einer, in der Theorie der Wärmeleitung bereits von Fourier angewandten Methode untersucht. Beobachtet man nämlich die Konzentration in einem Abstande x von dieser Ebene als Funktion der Zeit, so gehorcht die Zeit t, bei der das Maximum dieser Funktion liegt, folgender Beziehung:

$$x^2 \frac{1}{t} = 2D, \tag{53}$$

die äußerlich eine große Ähnlichkeit mit den Formeln für die Durchgangszeiten hat. Auch sie könnte zur Berechnung von D herangezogen werden. Bauer (*67*) hat diese Betrachtung erweitert für den Fall, daß die Anfangsverteilung der Teilchen einen Halbraum mit konstanter Konzentration erfüllt, und findet, daß dann nicht das Maximum der Konzentration, sondern das Maximum des Konzentrationsgefälles einer Gleichung von der Formel (53) genügt.

Denkt man sich bei dem Diffusionsvorgange die Teilchen geladen, so ist mit einer Konzentrationsveränderung auch ein Ladungstransport verbunden: man hat ein Konzentrationselement vor sich. Die Theorie des Konzentrationselements war bisher rein phänomenologisch und es ist sogar von Verfechtern der kinetischen Anschauung, z. B. A. H. Lorentz, angezweifelt worden, ob sich überhaupt die Theorie des Konzentrationselements auf Grund der Brownschen Bewegung entwickeln lasse. Daß dies sehr wohl möglich ist, zeigt Debye (*34*, *48*). Er leitet zunächst phänomenologisch die Gleichung der Brownschen Bewegung unter der Wirkung äußerer Kräfte ab und konstatiert, daß sie mit (17) übereinstimmt. Er nimmt nun an, es handele sich um einen völlig dissoziierten Elektrolyten und die wirksamen Kräfte seien allein die elektrostatischen Anziehungskräfte zwischen den Ionen. Man erhält so für die positiven und für die negativen Ionen je eine Differentialgleichung, zu der noch die Divergenzgleichung der Elektrostatik hinzukommt. Aus diesen Gleichungen gelingt es nun zunächst vermittels eines Kunstgriffes, die Diffusionsgleichung für den Elektrolyten herzuleiten und die Diffusionskonstante aus den Ionenbeweglichkeiten auszudrücken, in Übereinstimmung mit dem Nernstschen Gesetz:

$$D = \frac{kT}{2} \frac{p_1 + p_2}{p_1 \varrho_2 + p_2 \varrho_1}, \tag{54}$$

worin $\frac{1}{\varrho_1}$ und $\frac{1}{\varrho_2}$ die Ionenbeweglichkeiten darstellen, p_1 und p_2 die

Wertigkeiten der Ionen. Durch Elimination der Konzentration aus den Differentialgleichungen gewinnt man eine neue Beziehung, der man die Form des Ohmschen Gesetzes geben kann. Durch Identifizierung folgt daraus für den spezifischen Widerstand des Elektrolyten

$$R = \frac{1}{z\varepsilon^2\left(\frac{p_1}{\varrho_1} + \frac{p_2}{\varrho_2}\right)}, \tag{55}$$

worin z die Anzahl (positiver oder negativer) Elementarladungen im cm^3 bezeichnet und ε die Elektronenladung.

Für die Spannung zwischen zwei Punkten A und B mit den Konzentrationen Z_A und Z_B ergibt sich schließlich:

$$v = -\frac{kT}{\varepsilon}\,\frac{\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}}{\frac{p_1}{\varrho_1} + \frac{p_2}{\varrho_2}} \cdot \log\frac{Z_B}{Z_A}\,. \tag{56}$$

5. Sedimentation der Kolloide.

Das Problem der Sedimentation eines Kolloides, d. h. seiner Höhenverteilung in einem Gefäß mit völlig reflektierendem, ebenem Boden ist in allen Details durch Smoluchowski (*28*, *31*) und dem Referenten (*43*) theoretisch gelöst worden. Die betreffenden Formeln (18) lassen den Übergang von der völlig ungeordneten Bewegung bis zum Eintritt eines statistischen Gleichgewichts sehr gut verfolgen. Einer experimentellen Untersuchung ist dieser Übergang noch nicht unterzogen worden, der statistische Endzustand jedoch, die aerostatische Höhenverteilung (19) ist bereits früher durch die bekannten Perrinschen Untersuchungen erforscht und zur Berechnung von N herangezogen worden. Wie man das Sedimentationsgleichgewicht an einem Einzelteilchen allein untersuchen kann, haben wir weiter oben bereits gezeigt. Jedoch sind auch mit gleichkörnigen Suspensionen in neuerer Zeit durch Westgren eine Anzahl von Untersuchungen über das Sedimentationsgleichgewicht vorgenommen worden, hauptsächlich um zu erforschen, ob die betreffenden Kolloide tatsächlich dem Boyleschen Gesetz gehorchen und weiter, um genaue Werte für die Loschmidtsche Zahl zu gewinnen. Die Höhenverteilungsformel basiert nämlich bekanntlich darauf, daß zwischen den Teilchen keine Kräfte wirksam sind, so daß man aus Abweichungen von der exponentiellen Verteilung auf solche Kräfte schließen kann.

In einer Arbeit (*58*) benutzt Westgren *Au*- und *Se*-Hydrosole,

die nach der Keimmethode, also gleichkörnig hergestellt waren und untersucht sie mittels seiner mikroskopischen Kammer und dem Paraboloidkondensor, nachdem er die Sedimentation durch Zentrifugieren des Präparats gegen eine Kante beschleunigt hat. Die Formel (19) wird ausgezeichnet bestätigt. Aus ihr lassen sich nun unter Zugrundelegung von N und Kugelgestalt der Teilchen die Durchmesser derselben berechnen. Andererseits werden die Teilchen sämtlich gegen eine Kante zentrifugiert, die nun aber diesmal vertikal gestellt wird und es wird durch intermittierende Beobachtung gemessen, wie die Konzentration im Laufe der Zeit in horizontaler Richtung senkrecht auf die Wand fortschreitet. Die Theorie dieses Fortschreitens wird auf Grund der Diffusion gegeben, welche lehrt, wie man aus den Beobachtungen D und damit auch B berechnen kann. Schließlich wird noch zu weiterer Kontrolle die Fallgeschwindigkeit der Teilchen ermittelt, und zwar entweder direkt durch Messung des Herabsinkens eines geradlinigen Teilchenschwarmes, oder auch auf Grund eines graphischen Verfahrens durch Messung der Konzentration in verschiedenen Höhen, bevor sich noch das Sedimentationsgleichgewicht hergestellt hat. Aus der Fallgeschwindigkeit nun läßt sich vermittels des Stokes'schen Gesetzes abermals der Teilchendurchmesser berechnen, wobei sich zeigt, daß er mit dem aus der Sedimentation bestimmten gut übereinstimmt. Daraus kann man aber anderseits B berechnen und mit dem aus den Diffusionsversuchen folgenden vergleichen, was auch hier zu guter Übereinstimmung führt. Schließlich kann man sagen, daß auf diese Weise das Stokessche Gesetz genügend verifiziert ist und unter seiner Zugrundelegung aus den Meßergebnissen N aufs neue bestimmen. In ausgezeichneter Übereinstimmung mit den genauesten Werten ergibt sich diese Zahl zu $N = (60{,}6 \pm 2{,}0) \cdot 10^{22}$.

In einer späteren Arbeit (*20*, *21*) verlegt sich Westgren speziell auf eine möglichst exakte Berechnung dieser Größe. Die Beobachtungen werden an *Au*-Hydrosolen der Teilchengröße 65 bis 130 $\mu\mu$ auf dieselbe Weise, wie oben beschrieben, vorgenommen. Systematische Variation der Teilchengröße ergibt das Resultat, daß in der Tat die kinetische Energie der Brownschen Bewegung von dieser unabhängig ist. Die Teilchengröße wird einerseits durch direkte Auszählung nach Zsigmondy, anderseits durch Messung der Fallgeschwindigkeit ermittelt. Die Loschmidtsche Zahl kann man nun durch Kombination der Sedimentationsmessungen und der Zählung einerseits, der Sedimentations- und der Fallgeschwindigkeitsmessungen anderseits berechnen und erhält in beiden Fällen Zahlen zwischen 60,5 bzw. $60{,}4 \cdot 10^{22}$.

Schließlich hat Westgren (*35*) eine sehr geistreiche Methode ausgearbeitet, um zu konstatieren, ob die Teilchengröße in einem Kolloid wirklich konstant ist. Es wird zu diesem Zwecke das Kolloid gegen eine Kante einer Westgrenschen Kammer zentrifugiert und diese dann vertikal mit dieser Kante nach oben aufgestellt. Die Teilchen sinken nun herab und ordnen sich dabei wegen ihrer verschiedenen Fallgeschwindigkeit nach der Größe. Wird nun das Präparat um 90^0 gedreht und der Sedimentation überlassen, so verbleibt nunmehr nur noch die Aufgabe, aus der Höhenverteilung über verschiedenen Stellen des nunmehrigen Bodens auf die daselbst vorherrschende Teilchengröße zu schließen. Für die in den im Vorhergehenden besprochenen Arbeiten verwendeten Sole zeigte sich nach dieser Methode praktisch Gleichkörnigkeit.

Daß bei sehr hohen Konzentrationen doch im Sedimentationsgleichgewicht Abweichungen von der exponentiellen Verteilung auftreten, hat Costantin (*11*, *27*) an Gummiguttemulsionen, die nach der Perrinschen Methode gleichkörnig gemacht worden waren, gezeigt. Perrin hat eine Theorie der Erscheinung gegeben, wonach man die Sache so auffassen kann, als ob die Emulsion eben nicht dem mit den idealen Gasgesetzen äquivalenten van't Hoffschen Gesetz gehorchen würde, sondern dem van der Waalsschen. Es läßt sich nun durch Anwendung dieser Theorie auf die Beobachtungsdaten der Wert für die Loschmidtsche Zahl zu $60 \cdot 10^{22}$ bestimmen und außerdem ersehen, daß die Teilchen aufeinander Abstoßungskräfte ausüben müssen, da die Konstante a des van der Waalsschen Gesetzes negativ herauskommt. Es läßt sich dies aus der Guyschen Theorie der Teilchenladungen in Emulsionen erklären.

6. Koagulation von Kolloiden.

Die mathematische Behandlung der Koagulation war bis vor kurzem noch ein dunkler Punkt der Kolloidforschung; da es an einem geeigneten Ansatz fehlte, den Prozeß der Koagulation formelmäßig zu fassen, waren auch die Ergebnisse verschiedener Experimentatoren untereinander nicht im Einklang. Es ist das große Verdienst Smoluchowskis auch auf diesem Gebiete den ersten weiten Schritt zur theoretisch-mathematischen Behandlung des Vorganges getan zu haben. Auf eine Anregung von Zsigmondy hin wurden diese auf der Brownschen Bewegung der Kolloidteilchen basierenden grundlegenden Arbeiten unternommen und bilden die letzten Veröffentlichungen Smoluchowskis (*31*, *36*, *49*).

Der Mechanismus, von dem hier ansatzweise Gebrauch gemacht wird, ist der folgende: Um jedes Kolloidteilchen möge eine Wirkungssphäre existieren, welche die Eigenschaft hat, daß jedes andere Teilchen, das mit seinem Mittelpunkt in diese Sphäre hineinkommt, entweder unter allen Umständen haften bleibt (rasche Koagulation) oder doch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit (langsame Koagulation). Welche im speziellen die Kräfte sind, die das Anhaften der Teilchen hervorrufen, ist für die Theorie vorläufig gleichgültig. Im allgemeinen pflegt man anzunehmen, daß die um die Teilchen im Normalzustande befindliche Doppelschicht durch Abstoßungskräfte die Koagulation verhindert, solange sie nicht durch Zusatz von Elektrolyten zerstört ist.

Die Theorie beruht auf der Berechnung der Wahrscheinlichkeit a des Eintritts eines Teilchens in eine Wirkungssphäre vermittels Umformung der Differentialgleichung der Brownschen Bewegung in eine Form mit Kugelsymmetrie und Berechnung eines Quellenintegrals unter der Randbedingung, daß eben diese Wirkungssphäre eine adhärierende Wand ist. Für die „rasche Koagulation" findet so Smoluchowski folgende Formel. Bedeutet ν_0 die ursprüngliche Teilchenzahl, ν_1 die Zahl der einfachen Teilchen und $\Sigma\nu$ die Zahl sämtlicher Teilchenkomplexe zur Zeit t, so ist

$$\nu_1 = \frac{\nu_0}{\left(1 + \frac{t}{T}\right)^2}, \tag{57}$$

$$\Sigma\nu = \frac{\nu_0}{1 + \frac{t}{T}}. \tag{58}$$

T wird von Smoluchowski als „Koagulationszeit" bezeichnet, da sie für den Verlauf der Koagulation allein maßgebend ist, und sie kann aus der Formel berechnet werden:

$$T = \frac{1}{4\pi D R \nu_0}. \tag{59}$$

(R = Radius der Wirkungssphäre). Für die „langsame Koagulation" bleiben ebenfalls die Formeln (57) und (58) gültig; doch, da wir annehmen, daß in diesem Falle nur Berührung der Teilchen zur Koagulation führt und auch da nur ein gewisser Bruchteil aller Berührungen, so tritt an Stelle von (59) die folgende:

$$T = \frac{1}{8\pi D r \varepsilon \nu_0}. \tag{60}$$

Hiergegen sind jedoch von Burger (*44*) dieselben Bedenken vorgebracht worden, wie gegen Smoluchowskis Theorie der Brillouin-

schen Diffusionsversuche durch Einführung der betreffenden Randbedingung. Burgers Theorie läßt sich auch auf das hier vorliegende Problem einfach übertragen und liefert das Resultat, daß zwar die rasche Koagulation durch Formel (59) richtig wiedergegeben wird, dagegen für den Fall der langsamen Koagulation, besonders bei kleinem ε an Stelle von ε bei Smoluchowski zu setzen ist $\frac{\varepsilon k_1 R}{\varepsilon k_1 R + D}$, worin v die mittlere Partikelgeschwindigkeit bedeutet.

Eine experimentelle Prüfung von Smoluchowskis Koagulationstheorie ist zunächst von Zsigmondy (*50*, *59*) vorgenommen worden, wobei er sich auf die rasche Koagulation beschränkt, bei der innerhalb weiter Grenzen die Koagulationsgeschwindigkeit von der Elektrolytenkonzentration unabhängig ist, wie es die Theorie verlangt. Die Messungen geschehen mit gleichkörnigen *Au*-Hydrosolen. Vorversuche wurden zunächst in der Weise vorgenommen, daß das Fortschreiten der Koagulation an der Farbänderung des Kolloides beobachtet wurde; zur Messung gelangten jene Zeiten, innerhalb derer eine gerade noch merkbare Farbänderung konstatiert werden konnte. Es zeigt sich, daß diese Zeiten bei geringem Elektrolytzusatz von der Konzentration des Elektrolyten abhängen, bei gesteigerter Konzentration jedoch bis zu einem Minimum abnehmen und von da an konstant bleiben. Dabei findet man im Einklange mit der Theorie, daß diese Minimalzeit auch unabhängig von der Natur des beigesetzten Elektrolyten ist, abhängig dagegen von der Konzentration und dem Dispersitätsgrad des Kolloids.

Die genauen Messungen werden durchgeführt durch Zählung der primären (noch nicht koagulierten) Partikel, die im Ultramikroskop durch ihre grüne Farbe von den schon koagulierten gelben und braunen leicht zu unterscheiden sind. Um die Abnahme dieser Teilchen als Funktion der Zeit bequem messen zu können, wird der Kunstgriff angewendet, die Koagulation eine gewisse Zeit nach dem Einbringen des Elektrolyten durch plötzlichen Zusatz eines Schutzkolloids, in diesem Falle Gummiarabikum, zu unterbrechen. Nach Smoluchowski soll für ein und dasselbe Kolloid die Größe T eine Konstante sein, welche Forderung durch die Beobachtungsergebnisse gut erfüllt erscheint; aus T, der beobachtbaren Teilchengröße und der Konzentration läßt sich schließlich nach (59) der Radius der Wirkungssphäre bestimmen und ergibt sich bei allen verwendeten Hydrosolen in der Größenordnung des zwei- bis dreifachen Partikelradius, woraus sich schließen läßt, daß die Koagulation tatsächlich durch Anziehungskräfte zwischen den Par-

tikeln zustande kommen dürfte, die jedoch nur in so kleiner Entfernung vom Partikel wirksam sind, daß zur Koagulation fast Berührung notwendig ist.

Eine an diese Untersuchung sich anschließende Arbeit von Westgren und Reitstötter (*60*) verwendet dasselbe Material, jedoch in gröberer Dispersion, d. h. mit größeren Teilchen. Die Zählung erfolgt nicht im Spaltultramikroskop, sondern nach der Westgrenschen Kammermethode. Ferner wird nicht die Zahl der Primärteilchen, sondern die Gesamtzahl aller Teilchenkomplexe ermittelt, was experimentell einfacher ist, wobei man nur statt (57) Formel (58) anzuwenden hat. Die Teilchengröße wurde durch Auszählen und zur Kontrolle auch noch nach dem Stokesschen Gesetz bestimmt, was sich bei diesen grobkörnigen Kolloiden sehr leicht machen läßt, indem man sie in ein großes Gefäß bringt und das Herabsinken der Trennungsfläche zwischen Kolloid und Flüssigkeit im Laufe der Zeit beobachtet. Formel (59) zeigt sich gut erfüllt und das Verhältnis des Wirkungsradius zum Teilchenradius ungefähr konstant und gleich 2, woraus folgt, daß solche Teilchen zur Koagulation sich berühren müssen.

In neuester Zeit hat schließlich Westgren (*61*) seine Versuche auch auf die langsame Koagulation ausgedehnt. Die erhaltenen vorläufigen Resultate sind die folgenden: Bei gleichem Elektrolytzusatz ist die Koagulationsgeschwindigkeit unabhängig von der Teilchengröße. Verschiedene Elektrolyte können in bezug auf ihre Fällungswirkung nicht in eine Reihe gebracht werden. Was die Abhängigkeit von der Temperatur betrifft, so zeigt sich, daß diese nicht allein durch die Temperaturabhängigkeit der Brownschen Bewegung gedeutet werden kann, sondern auch die Wirksamkeit des Elektrolyten selbst wahrscheinlich von der Temperatur abhängt. Jedenfalls sieht man, daß Smoluchowskis Auffassung der langsamen Koagulation im ganzen und großen zutreffend ist, wenn auch erst die ersten Schritte auf diesem neuen Gebiet gemacht zu sein scheinen.

7. Beweglichkeitsbestimmungen aus der Brownschen Bewegung.

Durch die Einsteinsche Formel wird bekanntlich das mittlere Verschiebungsquadrat bei Brownscher Bewegung mit der Teilchenbeweglichkeit in Zusammenhang gebracht und es ist möglich, bei Kenntnis dieser Beweglichkeit, die Brownschen Verschiebungen vorauszuberechnen. Eine große Anzahl von Arbeiten zeigt uns nun, daß unter den verschiedensten Versuchsbedingungen die Einsteinsche Formel richtig ist, so daß der Gedanke nahe lag, wie es wohl zum

ersten Male von de Broglie ausgeführt wurde, umgekehrt aus den gemessenen Brownschen Verschiebungen die Teilchenbeweglichkeit zu bestimmen, aus der man wiederum unter Zugrundelegung eines bestimmten Widerstandsgesetzes auf die Größe des Teilchens schließen kann. Gerade diese Größenbestimmung an mikroskopisch nicht mehr auflösbaren Teilchen ist aber für den Experimentator von Wichtigkeit und spielt u. a. bei der Ehrenhaft-Millikanschen Methode der Ladungsbestimmung an Einzelteilchen eine große Rolle.

Fast allgemein wird bei diesen Messungen die Brownsche Bewegung der Teilchen, die ja gleichzeitig der Schwere unterliegen, vermittels eines Mikroskops oder Fernrohrs mit vertikalem Gesichtsfelde in der Art vorgenommen, daß der Durchgang der Teilchen durch die horizontalen Teilstriche eines Okularmikrometers mittels einer geeigneten Registriervorrichtung markiert wird. Die einzelnen gemessenen Zeiten sind dann untereinander nicht gleich, sondern schwanken infolge der Brownschen Bewegung um einen Mittelwert. Wie kann man aus ihnen auf die Größe der Brownschen Bewegung schließen?

E. Weiss hat als erster eine Formel angegeben, die, wie bereits früher erwähnt, mit (16) identisch ist und gestattet, bei Kenntnis der gemessenen Zeiten t, D zu berechnen. Die darin vorkommende Größe $\bar{t}$, die mittlere Fallzeit, ist dabei aus (14) zu berechnen. Die Tatsache, daß es sich bei dieser Meßmethode um „Erstdurchgänge" handelt, ist vor dem Erscheinen der Abhandlungen von Schrödinger und Smoluchowski nicht genügend berücksichtigt worden, was unter anderen Fletcher (*13*) verleitet hat, die im wesentlichen bereits in einer früheren Arbeit dieses Forschers enthaltenen Resultate auf jene Art der Messung unmittelbar zu übertragen. Smoluchowski hat gezeigt, daß die so gewonnene Theorie unrichtig ist, wenn die t wirklich Erstdurchgangszeiten sind. Obzwar nun die Fletchersche Formel nicht korrekt ist, sind doch die Abweichungen von der richtigen Formel sehr gering, so daß seine Auswertungen experimenteller Ergebnisse mit Hilfe dieser Formel im wesentlichen richtig bleiben. Dies geschieht in derselben Arbeit in Hinsicht auf Messungen an geladenen Öltröpfchen in Luft zwischen den Platten eines Kondensators nach Millikans Methode. Es gelingt so, unter Zugrundelegung des Stokes-Cunninghamschen Widerstandsgesetzes die Zahl N zu berechnen und es folgt aus einer sehr großen Zahl von Beobachtungen der Wert

$$N = (60{,}3 \pm 1{,}2) \cdot 10^{22},$$

wie man sieht, in bester Übereinstimmung mit anderweitigen Bestimmungen.

Fletchers Versuche sind später von Eyring (*26*) weitergeführt worden, derart, um aus den Beobachtungen direkt die Größe Ne, das Faraday der Elektrolyse zu bestimmen, das sich so in der Tat in Übereinstimmung mit elektrolytischen Messungen zu $Ne = 2{,}880 \cdot 10^{14}$ ergibt.

Von großem Interesse für die Theorie unserer Beweglichkeitsbestimmungen ist ferner das von Schrödinger (*24*) berechnete „Präzisionsmaß", die Genauigkeit des aus den Erstdurchgangszeiten berechneten D. Bezeichnet man mit n die Anzahl der Beobachtungen, so ist der mittlere Fehler von D für große n annähernd gleich $\sqrt{\frac{2}{n}}$, woraus man sieht, daß zu einer halbwegs genauen Beweglichkeitsbestimmung schon sehr viele Beobachtungen an einem individuellen Teilchen gemacht werden müssen. Die Arbeit enthält ferner noch eine Formel für die Wahrscheinlichkeit, daß ein Teilchen zu einem schon passierten Punkte zurückkehrt, was jedoch noch keiner experimentellen Prüfung unterzogen wurde.

Wie sehr geboten es jedoch erscheint, selbst bei einer so gut theoretisch fundierten Formel, wie (16) in der Anwendung auf eine endliche Statistik vorsichtig zu sein, hat der Referent in zwei Abhandlungen (*66*) gezeigt. Auf die beschriebene Weise wird die Bewegung von Hg-, Gummigutt- und Ölkugeln in Wasser in der Richtung der Vertikalen und außerdem an jedem der untersuchten Teilchen noch die Brownsche Bewegung in der Horizontalen durch Beobachtung der horizontalen, doppelseitigen Erstdurchgangszeiten gemessen, und auf die letztere Formel (22) angewendet. Es zeigt sich nun durchgängig bei allen Beobachtungsreihen, daß die aus den horizontalen Durchgangszeiten gemessenen D größer herauskommen als aus den vertikalen. Diese auffallende Tatsache ging schon aus einer älteren Untersuchung von Ettenreich hervor, ohne daß eine Erklärung dafür gegeben werden konnte. Ich habe nun gezeigt, daß die Anwendung von (16) auf ein endliches, wenn auch ziemlich großes Beobachtungsmaterial einen systematischen Fehler bei der Berechnung der D bedingt, und zwar im Sinne zu kleiner D, und habe eine Korrekturformel angegeben, aus der man zum richtigen Wert gelangen kann. In der Tat bringt die Anwendung der Korrektur die horizontalen und vertikalen D in Übereinstimmung. Das Beobachtungsmaterial wurde ferner ausgenützt, um unter Zugrundelegung des Stokesschen Fallgesetzes die Loschmidtsche Zahl zu bestimmen, wobei sich herausstellt, daß die aus den unkorrigierten Formeln (16) folgenden Werte für N un-

richtig sind, im Gegensatz zu den aus der korrigierten Formel (16) bzw. aus den horizontalen Durchgangszeiten berechneten.

In einer Fortsetzung dieser Arbeit wird die Untersuchung auf *Hg*- und Ölpartikel in Luft ausgedehnt, durch Beobachtung in der Ehrenhaftschen Anordnung. Entgegen einer früheren Vermutung zeigt sich, daß die mittlere Geschwindigkeit des Teilchens, die es unter dem Einflusse geeigneter elektrischer Felder erhält, auf die Größe der Brownschen Bewegung keinen Einfluß hat. Ein analoges Verhalten wird bei der Durchrechnung älterer Beobachtungen von Weiss und Frl. Vogel konstatiert. Dagegen stellt sich heraus, daß selbst bei ziemlich großer Beobachtungsanzahl die so gewonnenen Werte für die Beweglichkeit sehr ungenau sind, so daß es unmittelbar einleuchtet, daß die Methode der Beweglichkeitsbestimmung aus der Brownschen Bewegung dort, wo es auf eine genaue Bestimmung dieser Größe ankommt, wie z. B. zur Entscheidung der Frage nach der Existenz einer atomistischen Struktur der auf einem Teilchen haftenden elektrischen Ladungen, nicht anwendbar ist, wenn man nicht eine ungeheure Anzahl von Beobachtungen zur Verfügung hat.

Sehen wir von all diesen Schwierigkeiten bei der Beweglichkeitsbestimmung ab, so ist es immer noch eines Beweises bedürftig, daß die aus der Brownschen Bewegung errechneten Beweglichkeiten identisch sind mit denen gegenüber einer langsamen Translation. Dieser Beweis ist, wie aus den Ausführungen der vorhergehenden Kapitel hervorgeht, für Teilchen in Flüssigkeiten dadurch erbracht, daß die aus der Brownschen Bewegung bestimmten Beweglichkeiten mit den aus den Widerstandsgesetzen gefundenen übereinstimmen. Für Teilchen in Gasen hingegen, um die es sich ja in der Anwendung bei Ladungsbestimmungen hauptsächlich handelt, ist ein solcher Beweis deshalb viel schwieriger, weil es weder möglich ist, eine gleichkörnige Gassuspension, die zur Teilchenauszählung geeignet wäre, herzustellen, noch die Widerstandsgesetze mit derselben Sicherheit bekannt sind, wie in einer Flüssigkeit. Tatsächlich ergeben im allgemeinen die beiden Methoden der Beweglichkeitsbestimmung in Gasen verschiedene Werte für ein und dasselbe Partikel und auch hierin stimmen die Beobachtungen verschiedener Autoren nicht überein, so daß es schwer, wenn nicht unmöglich ist, sich aus dem derzeitigen Stand der Dinge ein einheitliches Bild über die hier statthabenden Gesetzmäßigkeiten zu machen. Es wird umfangreicher und spezieller Untersuchungen bedürfen, um die Verhältnisse einigermaßen zur Klärung zu bringen;

im folgenden sollen nur die wichtigsten der gefundenen Tatsachen Aufnahme finden.

Ehrenhaft und Konstantinowski (*12*, *15*, *22*, *62*) finden in mehreren Untersuchungen, daß die Beweglichkeit, berechnet aus dem Stokes-Cunninghamschen Widerstandsgesetz sich bei Metallpartikeln stets größer ergibt als aus der Brownschen Bewegung, während Versuche von Frl. Parankiewicz (*52*), sowie Berechnungen an den Meßergebnissen von Fletcher durch Zerner (*25*) für Ölpartikel das entgegengesetzte Verhalten konstatieren.

Dieser Sachverhalt ist vom Referenten (*66*) vollinhaltlich bestätigt worden. Während jedoch die oben genannten Forscher die Schuld der Nichtübereinstimmung allein auf eine Unrichtigkeit der Formeln für die Brownsche Bewegung schieben, scheint mir hierfür kein genügender Anlaß vorhanden, und ich halte es nicht für ausgeschlossen, daß das Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz unrichtig sei. Mitursache der Nichtübereinstimmung ist auf jeden Fall, wie aus meinen Ausführungen daselbst hervorgeht, die Verwendung der unkorrigierten Formel (16) und eine allmähliche Verdampfung der Ölpartikel.

Die Arbeit von Konstantinowski (*15*) enthält noch folgende bemerkenswerte Feststellungen: 1. Entnimmt man den Beobachtungen die Fallzeiten über die doppelte, dreifache bis achtfache Fallstrecke statt der einfachen, so sind die so jedesmal aus (16) berechneten D-Werte konstant, was offenbar der Konstanz der Größe $\frac{\overline{x^2}}{t}$ bei kräftefreier Brownscher Bewegung äquivalent ist und daher als „$\sqrt{t}$ Gesetz in Gasen“ bezeichnet wird. 2. Die Verteilung der Durchgangszeiten ist in genügender Übereinstimmung mit dem theoretischen Gesetz. 3. Der verfälschende Einfluß der Stoppfehler auf die Messung der Brownschen Bewegung wird nach einem Verfahren von Richtera ermittelt und gefunden, daß diese Fehlerquelle im allgemeinen gänzlich zu vernachlässigen ist.

Die inkorrekte Verwendung der Fletcherschen Korrektur wird in einer späteren Arbeit (*22*) verbessert, wobei sich zeigt, daß dadurch an den erhaltenen Resultaten nichts geändert wird.

Den erwähnten Unsicherheiten bei der Beweglichkeitsbestimmung aus der Brownschen Bewegung sucht Frl. Laski (*51*) zu entgehen, indem sie bloß den ungeordneten Charakter der Brownschen Bewegung, nicht aber ihren absoluten Betrag zur Berechnung heranzieht. Sie mißt an kleinen Hg-Kügelchen die Brownschen Verschiebungen in bestimmten Zeiten gleichzeitig in horizontaler und in vertikaler Rich-

tung, berechnet aus diesen die mittleren sekundlichen Verschiebungsquadrate und bildet ihre Differenz. Aus dieser läßt sich dann bei Kenntnis der „wahren Fallzeit" und Verwendung der Widerstandsformel für den gewöhnlichen Fall des Teilchens dessen Radius berechnen, der sich in Übereinstimmung mit dem aus der Farbe des seitlich abgebeugten Lichtes nach der Mieschen Theorie berechneten befindet. Im wesentlichen dürfte jedoch diese Art der Berechnung bloß zeigen, daß in der Tat die Brownsche Bewegung der Fallbewegung einfach superponiert ist. Kommt es einem jedoch nicht darauf an, dies zu zeigen, so scheint das Heranziehen der Formeln für die Brownsche Bewegung auf diesen Fall eine ganz unnötige Komplikation.

Die immerhin auffallende Tatsache, daß die Ladungen an kleinen Teilchen in Gasen in die Größenordnung des Elektrons fallen, wenn man die Beweglichkeit aus der Brownschen Bewegung entnimmt und die Nichtübereinstimmung im Falle der Verwendung der Widerstandsgesetze suchen Schidlof und Targonski in einer Reihe von Arbeiten zu begründen durch die Annahme, daß die Dichte der verwendeten Partikel stark von der des kompakten Materials abweiche. Auf eine Diskussion der Berechtigung dieser Annahme kann in diesem Zusammenhange nicht eingegangen werden. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Forscher sind die folgenden:

Targonski findet (*38*) bei einer kritischen Betrachtung der Meßergebnisse verschiedener Autoren, sowie seiner eigenen, daß nur dann aus Messungen der Brownschen Bewegung ein Wert für dar Elementarquantum herauskommt, der mit dem aus der Elektrolyse folgenden in Einklang steht, wenn das Verhältnis $\frac{l}{a}$ der mittleren freien Weglänge der Gasmoleküle zum Partikelradius groß ist, doch scheint diese Ansicht gegen spätere Ergebnisse derselben Autoren nicht aufrecht erhalten werden zu können. Es wird ferner die Vermutung ausgesprochen, daß die mittlere Teilchenbewegung, sowie ihre Ladung auf die Brownsche Bewegung einen systematischen Einfluß habe, was jedoch bei der geringen Zahl der herangezogenen Beobachtungsdaten sehr wenig beweiskräftig erscheint, um so mehr, als wie oben erwähnt, Referent gezeigt hat, daß ein solcher Einfluß nicht existiert.

In einer späteren Arbeit (*39*) messen Schidlof und Targonski die Ladung von Öl-, Zinn- und Cadmiumpartikeln aus ihrer Brownschen Bewegung unter verschiedenen Drucken und finden für die Elektronenladung $4{,}765 \cdot 10^{-10}$ im Mittel. Die Abweichungen der einzelnen

Werte voneinander sind nicht größer, als es das Schrödingersche Präzisionsmaß angibt. Dabei zeigt sich, daß es nichts ausmacht, daß die letzteren Partikel sicher nicht kugelig sind, da infolge der lebhaften Brownschen Rotationsbewegung keine Richtung bevorzugt wird. Die aus den Widerstandsgesetzen berechnete Dichte der Partikel ist auffallend klein und scheint von der Art der Herstellung der Partikel abzuhängen.

In einer weiteren Untersuchung (*40*) wird ferner das Verteilungsgesetz der Durchgangszeiten (13) auf eine Form gebracht, in der es auf alle Beobachtungen symmetrisch angewendet werden kann, was den Vorzug enthält, ein großes statistisches Material zur Prüfung der Gesetzmäßigkeit heranziehen zu können. Das Gesetz nimmt dabei, wie zu erwarten, die Gestalt des Gaußschen Fehlergesetzes an. Die Übereinstimmung mit der theoretischen Verteilung ist sehr gut. Der Formel ist die Annahme einer quantenhaften Verteilung der Elektrizität zugrunde gelegt, ohne daß jedoch dieses Quantum selbst, sondern bloß das Produkt Ne in die Formel eingeht. Der Schluß der Verfasser aus der erwähnten Übereinstimmung auf die Richtigkeit dieser Annahme scheint mir jedoch wenig zwingend, und es müßte erst erwiesen werden, ob nicht ohne diese Annahme dieselbe Übereinstimmung zu erzielen ist.

Durch die Tatsache, daß auch die an nicht kugeligen Teilchen beobachteten Durchgangszeiten das Verteilungsgesetz erfüllen, wird, wie ja auch schon aus einer früheren Untersuchung hervorgeht, erhärtet, daß solche Partikel ebensowohl zu Ladungsbestimmungen benutzt werden können als kugelige (*41*).

Eine Zusammenfassung ihrer Untersuchungen (*42*) geben Schidlof und Targonski in einer Arbeit in der noch einige, hier nicht angeführte Ergänzungen enthalten sind. So werden gewisse Abweichungen der experimentellen von der theoretischen Verteilung als systematische erkannt und einerseits dem Einflusse der Stoppfehler, anderseits den Abweichungen von der Kugelgestalt zugeschrieben. Jedoch lassen sich auf diese Weise nicht alle Anomalien befriedigend erklären. Leider sind die Untersuchungen nicht weiter geführt worden.

Beobachtungen an *Hg*-Partikeln in Gasen wurden auch von Frl. Snethlage in der bereits zitierten Arbeit (*46*) ausgeführt und aus ihnen die Loschmidtsche Zahl mit $N = 6{,}38 \cdot 10^{23}$, sowie Teilchenladungen in der in der Größenordnung des Elektrons bestimmt. Diese Resultate erscheinen aber sehr fraglich, denn die zur Bestimmung herangezogenen doppelseitigen Erstdurchgangszeiten werden nach einer

von der Verfasserin entwickelten, jedoch falschen Formel ausgewertet. Es wird ferner zu entscheiden gesucht, ob der Widerstand der Kugeln gegen die gleichförmige Fallbewegung derselbe sei, wie der gegen eine rasch oszillierende Bewegung von der Art der Brownschen, indem die geladenen Teilchen einem Wechselfelde von 2000 Volt ausgesetzt werden, unter dessen Einfluß sie schwingende Bewegungen ausführen, aus deren beobachtbarer Amplitude auf die Beweglichkeit geschlossen werden kann. Die Resultate scheinen darauf hinzuweisen, daß in der Tat der Widerstand gegen die oszillierende Bewegung kleiner ist als gegen die fortschreitende, was jedoch in Anbetracht des oben Gesagten zweifelhaft bleibt.

Damit bin ich am Schlusse meiner Darstellung angelangt. Wie man sieht, gibt es auf diesem für die moderne physikalische Forschung eminent wichtigen Gebiete, ungeachtet der schon erzielten Erfolge noch vieles zu klären, doch ist zu hoffen, daß, dank der fortgesetzten Mitarbeit zahlreicher Forscher, in Bälde das Problem seiner völligen Lösung entgegengebracht werden wird.

8. Literaturverzeichnis.

1913.

1. M. v. Smoluchowski, Krakauer Ber. **418**, 1913.
2. B. Iljin, Ztschr. f. phys. Chem. **83**, 592, 1913.

1914.

3. K. Seelis, Ztschr. f. phys. Chem. **86**, 682, 1914.
4. M. v. Smoluchowski, Wiener Ber. **123** (2a), 2381, 1914.
5. R. Lorenz u. W. Eitel, Ztschr. f. anorg. Chem. **87**, 357, 1914.
6. R. Lorenz u. W. Eitel, Ztsch. f. phys. Chem. **87**, 293, 434, 1914.
7. B. Iljin, Ztschr. f. phys. Chem. **87**, 366, 1914.
8. J. Nordlund, Ztschr. f. phys. Chem. **87**, 40, 1914.
9. A. Westgren, Ztschr. f. phys. Chem. **89**, 63, 1914.
10. J. Perrin, C. R. **158**, 1168, 1914.
11. R. Costantin, C. R. **158**, 1171, 1914.
12. F. Ehrenhaft, Wiener Ber. **123** (2a), 53, 1914.
13. H. Fletcher, Phys. Rev. **4**, 440, 1914.
14. K. Przibram, Phys. Zeitschr. **15**, 766, 1914.

1915.

15. D. Konstantinowski, Wiener Ber. **123** (2a), 1914; Ann. d. Phys. **46**, 261, 720, 1915.
16. Ph. Frank, Wiener Ber. **124** (2a), 1173, 1915.
17. M. v. Smoluchowski, Phys. Zeitschr. **16**, 321, 1915.
18. M. v. Smoluchowski, Wiener Ber. **124** (2a), 339, 1915.

19. M. v. Smoluchowski, Wiener Ber. **124** (2 a) 263, 1915.
20. A. Westgren, Inauguraldissertation Upsala 1915.
21. A. Westgren, Ztschr. f. anorg. Chem. **93**, 231, 1915.
22. D. Konstantinowski, Phys. Ztschr. **16**, 369, 1915.
23. M. v. Smoluchowski, Phys. Ztschr. **16**, 318, 375, 1915.
24. E. Schrödinger, Phys. Ztschr. **16**, 289, 1915.
25. F. Zerner, Phys. Ztschr. **16**, 10, 1915.
26. C. F. Eyring, Phys. Rev. (2) **5**, 412, 1915.
27. R. Constantin, Ann. de phys. et chem. (9) **3**, 101, 1915.
28. M. v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **48**, 1103, 1915.

1916.

29. J. D. van der Waals jun. u. Miss Aouda Snethlage, Proc. Amsterdam **18**, 1322, 1916.
30. A. Snethlage, Versl. K. Akad. v. Wetensch. **24**, 1539, 1916.
31. M. v. Smoluchowski, Phys. Ztschr. **17**, 557, 585, 1916.
32. A. Westgren, Ark. f. Mat., Astr. och Fys. **11**, No. 8, 1916.
33. A. Westgren, Ztschr. f. anorg. Chem. **95**, 39, 1916.
34. A. Westgren, Ark. f. Mat., Astr. och Fys. **11**, No. 14, 1916.
35. A. Westgren, Z. f. anorg. Chem. **94**, 193, 1916.
36. M. v. Smoluchowski, Kolloid-Ztschr. **18**, 48, 1916.
37. P. Debye, Mitteil. d. Deutsch. phys. Ges. Zürich Nr. 18, 19, 1916.
38. A. Targonski, Arch. de sc. phys. et nat. (4) **40**, 340, 1915; **41**, 181, 269, 357, 1916.
39. A. Schidlof u. A. Targonski, Arch. d. sc. phys. et nat. **41**, 506, 1916.
40. A. Schidlof u. A. Targonski, Arch. d. sc. phys. et nat. **41**, 4. Mai, 1916.
41. A. Schidlof u. A. Targonski, Arch. d. sc. phys. et nat. **42**, 63, 1916.
42. A. Schidlof u. A. Targonski, Phys. Ztschr. **17**, 376, 1916.

1917.

43. R. Fürth, Ann. d. Phys. **53**, 177, 1917.
44. H. C. Burger, Versl. K. Akad. van Wet. **25**, 1137, 1917.
45. Ph. Frank, Ann. d. Phys. **52**, 323, 1917.
46. A. Snethlage, Dissertation Amsterdam 1017; Versl. K. Akad. van Wet. **25**, 1173, 1917.
47. L. S. Ornstein, Versl. K. Akad. van Wet. **25**, 1324, 1917.
48. P. Debye, Phys. Ztschr. **18**, 144, 1917.
49. M. v. Smoluchowski, Ztschr. f. phys. Chem. **92**, 129, 1917.
50. R. Zsigmondy, Göttinger Ber. math.-phys. Klasse **1**, 1917.
51. G. Laski, Wiener Ber. **126** (2a), 601, 1917; Ann. d. Phys. **52**, 1, 1917.
52. J. Parankiewicz, Ann. d. Phys. **53**, 551, 1917.

1918.

53. Ph. Frank, Phys. Ztschr. **19**, 516, 1918.
54. L. S. Ornstein, Proc. Amsterdam **21**, 96, 1918.

55. L. S. Ornstein u. F. Zernike, Proc. Amsterdam **21**, 109, 1918.
56. L. S. Ornstein u. H. C. Burger, Proc. Amsterdam **21**, 922, 1918.
57. P. Ehrenfest, Proc. Amsterdam **20**, 680, 1918.
58. A. Westgren, Ark. f. Mat., Astr. och Fys. **13**, Nr. 14, 1918.
59. R. Zsigmondy, Ztschr. f. phys. Chem. **92**, 600, 1918.
60. A. Westgren u. I. Reitstötter, Ztschr. f. phys. Chem. **92**, 750, 1918.
61. A. Westgren, Ark. f. Kemi, Min. och Geol. **7**, Nr. 6, 1918.
62. F. Ehrenhaft, Ann. d. Phys. **56**, 1, 1918.
63. R. Bär, Arch. d. sc. phys. et nat. **46**, 334, 1918; Phys. Ztschr. **19**, 373, 1918.

1919.

64. P. Postma, Proc. Amsterdam **21**, 616, 1919.
65. R. Fürth, Phys. Ztschr. **20**, 303, 332, 350, 375, 1919.
66. R. Fürth, Ann. d. Phys. **59**, 409, 1919; **60**, 77, 1919.
67. H. Bauer, Phys. Ztschr. **20**, 339, 1919.
68. I. Parankiewicz, Phys. Ztschr. **20**, 75, 1919.

Prag, im Oktober 1919.

(Eingegangen 9. November 1919.)

Bericht über die Anwendung der Quantenhypothese auf die Rotationsbewegung der Gasmoleküle.

Von **A. Eucken.**

Mit 2 Figuren.

Inhalt.

Ihren Ursprung nahm die Quantenhypothese bekanntlich von der Erkenntnis, daß die beobachteten Strahlungsgesetze nicht ohne weiteres aus den gebräuchlichen elektrodynamischen und mechanisch-thermischen Vorstellungen zu entwickeln seien; wie Planck zeigte, wird man den Tatsachen weitgehend gerecht und kann gleichzeitig sämtliche sonstigen Voraussetzungen beibehalten, wenn man die Energie der strahlenden Oszillatoren nicht als beliebig teilbar, sondern als ein ganzes Vielfaches eines bestimmten endlichen Energiequantums ε_0 ansieht. Dieses Energiequantum ist der Eigenfrequenz ν_0 des Oszillators proportional, so daß für die Energie des einzelnen Oszillators gilt:

$$\varepsilon = n\varepsilon_0 = nh\nu_0, \tag{1}$$

wobei h universell ist und den Wert $6{,}55 \cdot 10^{-27}$ besitzt. Bei der von Einstein angebahnten und von Debye, Born u. a. durchgeführten Übertragung der Quantentheorie auf den Energieinhalt fester Körper bedurfte es keiner prinzipiellen Erweiterung der ursprünglichen Annahmen, da die strahlenden Oszillatoren und die Träger der Wärmebewegung im festen Körper identisch oder nahe verwandt sind: für beide ist das Vorhandensein bestimmter Eigenfrequenzen charakteristisch; sämtliche für diese Erscheinungsgebiete geltenden Berechnungen bauen sich daher auf der Beziehung (1) auf.

Um gewisse aus seiner ersten Theorie sich ergebende Härten zu mildern, legte Planck bekanntlich einer zweiten Theorie die Annahme zugrunde, daß die Energieabgabe eines Oszillators zwar quantenhaft erfolge, daß die Energieaufnahme aber kontinuierlich vor sich gehe. Als wichtigstes Ergebnis folgt aus dieser Theorie das Vorhandensein einer Nullpunktsenergie, d. h. die Oszillatoren besitzen hiernach einen von der Temperatur unabhängigen und daher auch beim absoluten Nullpunkt beibehaltenen Energiebetrag; abgesehen hiervon liefern beide Theorien für Oszillatoren die gleichen Formeln. Durch Strahlungsmessungen und Messungen des Energieinhalts fester Körper ließ sich keine Entscheidung zwischen beiden Theorien herbeiführen; denn in beiden Fällen handelt es sich stets um Differenzmessungen zwischen

zwei Temperaturen, so daß die Nullpunktsenergie stets herausfällt. Es ist häufig darauf hingewiesen worden, daß die Annahme einer Nullpunktsenergie durch andere fundamentale Erscheinungen, insbesondere durch die der Radioaktivität sehr nahe gelegt wird. Ob es sich hierbei indessen um eine Nullpunktsenergie im Sinne der zweiten Planckschen Theorie handelt, ist zweifelhaft.

Um die Grundlagen der Quantentheorie zu prüfen und zu vertiefen, insbesondere um die Frage nach dem Vorhandensein einer Nullpunktsenergie zu klären, galt es, die Quantentheorie auf andere Bewegungsformen auszudehnen, denen keine Eigenfrequenz wie dem Oszillator zukommt. In erster Linie kam hier die Rotation frei beweglicher Moleküle in Frage. Es ist das Verdienst von Nernst[1]), als erster auf diesen Punkt hingewiesen und hierdurch eine wesentliche Erweiterung der Quantentheorie angebahnt zu haben. In der Tat wurde auf diese Weise ein überaus fruchtbares Forschungsgebiet erschlossen, das zu zahlreichen experimentellen und insbesondere theoretischen Untersuchungen Anlaß gab.

Wie bei jeder Erweiterung oder Verallgemeinerung einer Theorie, so standen auch hier verschiedene, von vornherein mehr oder weniger gleich aussichtsvoll erscheinende Wege offen; es galt nun, an Hand des experimentellen Materials zu prüfen, welche dieser Möglichkeiten völlig ausscheiden, und welche für eine engere Wahl in Frage kommen. Denn eine endgültige Entscheidung kann im gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht getroffen werden.

Im Interesse einer möglichst scharfen Prüfung wird es sich empfehlen, sich nicht auf einen relativen Vergleich der theoretischen und empirischen Kurven zu beschränken, sondern die in den Formeln auftretenden Konstanten ihrem Absolutwert nach zu ermitteln. Wie aus dem Folgenden hervorgeht (vgl. S. 374ff.), kommt in den Formeln außer einigen universellen, hinreichend sicher bekannten Konstanten als einzige individuelle Konstante das Trägheitsmoment der Moleküle vor. Es soll daher versucht werden, zunächst die Trägheitsmomente einiger Moleküle zusammenzustellen, soweit sie ohne spezielle Annahmen über die Quantelung der Rotationsbewegung mit einiger Sicherheit ermittelt werden können (Abschnitt I).

Die Rotationsbewegung und ihre Quanteneffekte werden durch folgende Erscheinungen der Beobachtung mehr oder weniger direkt zugänglich:

---

1) Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 270, 1911.

1. Durch die Rotationswärme, d. h. denjenigen Anteil der Molekularwärme der Gasmoleküle, der von der Rotation herrührt.

2. Durch gewisse Spektralerscheinungen im ultraroten Gebiet und höchstwahrscheinlich auch durch die Bandenspektren im sichtbaren und ultravioletten Gebiet.

3. Durch die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität paramagnetischer Gase.

Punkt 1 und 2 werden im Abschnitt II und III besprochen. Auf Punkt 3 soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden, da für die Suszeptibilität des O_2, des einzigen in Frage kommenden Gases, das normale Curie-Langevinsche Gesetz exakt gilt, und somit hier kein Quanteneffekt nachgewiesen ist. Zwar zeigen eine Anzahl fester Körper einen Temperaturverlauf der Suszeptibilität, der verschiedentlich als ein Quanteneffekt angesprochen worden ist, und aus dem weitergehende Schlüsse speziell auf das Vorhandensein einer Nullpunktsenergie gezogen worden sind[1]). Doch mußte bei diesen Theorien angenommen werden, daß die Moleküle wie im Gaszustand frei beweglich (drehbar) seien. Diese Auffassung steht nun mit den sonstigen Vorstellungen über den Aufbau fester Körper aus einzelnen, in Gitterpunkten angeordneten Atomen wenig in Einklang. Da zudem die quantentheoretisch zu berechnenden Formeln in diesem Falle zwei individuelle Konstanten (außer dem Trägheitsmoment das magnetische Moment der Moleküle) enthalten, die sich beide nicht anderweitig bestimmen lassen, kann man in einer Übereinstimmung zwischen den Formeln und den Beobachtungen kaum einen vollgültigen Beweis zugunsten der Theorie erblicken.

Die Auffassung, daß der tatsächliche Temperaturverlauf der Suszeptibilität kondensierter Körper bei tiefen Temperaturen nicht als Quanteneffekt anzusprechen sei, erhält eine Stütze durch Messungen, die A. Perrier und K. Onnes[2]) an flüssigen $O_2 - N_2$-Mischungen anstellten und deren Ergebnis die Autoren wie folgt zusammenfassen:

„Die Abweichungen vom Curie-Langevinschen Gesetz, die der reine flüssige Sauerstoff bei tiefen Temperaturen zeigt, sind kein unmittelbarer Temperatureffekt, sondern sind entweder eine Folge der Dichtezunahme oder der Verkleinerung der Molekularabstände.“

---

1) A. Smekal, Ann. d. Phys. 57, 376, 1919; F. Reiche, Ann. d. Phys. 54, 401, 1917; daselbst ältere Literatur.

2) Comm. Phys. Lab. Leiden Nr. 139.

I. Ermittelung der Trägheitsmomente einiger Moleküle.

1. Aus dem Abstand ultraroter Doppelbanden.

Rotiert ein linearer Oszillator von der Frequenz ν_0' mit einer Tourenzahl ν um eine Achse senkrecht zur Schwingungsrichtung, so treten nach Lord Rayleigh[1]) periodische Intensitätsschwankungen der Oszillatorenschwingung auf, die sich als Schwebungen auffassen und in bekannter Weise durch die Superposition von zwei verschiedenen Schwingungen von der Frequenz $\nu_0' + \nu$ und $\nu_0' - \nu$ darstellen lassen; daher wird hier an Stelle der Grundschwingung ν_0' ein Dublett:

$$\left.\begin{array}{l} \nu_1' = \nu_0' + \nu \\ \nu_2' = \nu_0' - \nu \end{array}\right\} \qquad (2)$$

zur Beobachtung gelangen.

Überträgt man die Vorstellung auf ein zweiatomiges Gas, so wird die Maxwellsche Verteilung der ν-Werte bewirken, daß die beiden Schwingungen ν_1' und ν_2' nicht scharf, sondern stark verbreitert sind, und zwar gilt für die Rotationsgeschwindigkeit ω von zweiatomigen Molekülen (zwei rotatorische Freiheitsgrade) folgendes Verteilungsgesetz:

$$dN = \frac{N_0 J}{kT} e^{-\frac{J\omega^2}{2kT}} \omega\, d\omega,$$

wenn J das Trägheitsmoment bedeutet. Das Maximum dieser Funktion hat vom Nullpunkt den Abstand

$$\omega_m = 2\pi\nu_m = \sqrt{\frac{kT}{J}}, \qquad (3)$$

wie sich durch Nullsetzen des Differentialquotienten ergibt. Daraus folgt für die beiden Maxima ν_1' und ν_2' der Doppelbande mittels (2):

$$\pi(\nu_1' - \nu_2') = \pi c \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} = \sqrt{\frac{kT}{J}}. \qquad (4)$$

Aus dem Abstand der beiden Maxima einer Doppelbande ergibt sich somit das Trägheitsmoment des Moleküls, falls die Bande wirklich unter der Rayleighschen Annahme zustande kommt.

Bei einer Anzahl Gase existieren nun im kurzwelligen ultraroten Gebiet in der Tat Doppelbanden, für die die Voraussetzungen der Gleichung (2) offenbar zutreffen, worauf Bjerrum[2]) zuerst hinwies.

---

1) Phil. Mag. (5) **34**, 407, 1892.
2) Nernst-Festschrift 90, 1912.

Dies läßt sich leicht durch die Temperaturabhängigkeit des Abstandes der Doppelbanden zeigen.

Nach (4) muß nämlich der Abstand bei steigender Temperatur proportional $\sqrt{T}$ zunehmen. Daß diese Bedingung erfüllt ist, wurde von E. v. Bahr[1]) am CO für ein engeres Temperaturintervall gezeigt, und geht besonders deutlich aus Messungen hervor, die Paschen[2]) an der Wasserdampfbande 6,3 μ in dem Intervall 17—1430° C anstellte[3]).

Leider ist gerade die Zahl der zweiatomigen Gase, die eine ultrarote Doppelbande besitzen, recht gering; das Ergebnis der in Frage kommenden Messungen und ihrer Berechnung nach (4) ist in Tabelle I enthalten:

Tabelle I.

Gas	Doppelbande	$J \cdot 10^{40}$	Atomabstand $\cdot 10^8$
HCl	3,40; 3,55 μ	2,9	1,34
HBr	3,84; 4,01 μ	3,6	1.49
CO	4,62; 4,74 μ	14,7	1,14

Es sei ausdrücklich hervorgehoben, daß man bei dieser Berechnung des Trägheitsmomentes noch durchweg auf dem Boden der klassischen Theorie bleibt. Zwar ist das Verfahren insofern nicht streng, als die Verteilung nicht, wie es das Maxwellsche Gesetz fordert, vollkommen kontinuierlich, sondern bereits merklich quantenhaft ist, doch wird das Ergebnis zweifellos richtig ausfallen, so lange die Quanten nicht allzu groß sind, und die allgemeine Gestalt des Verteilungsgesetzes noch erhalten bleibt; bei den bisher beobachteten ultraroten Doppelbanden scheint dies tatsächlich der Fall zu sein[4]).

Die Ausdehnung der Formel (4) auf mehratomige Gase bereitet Schwierigkeiten, insbesondere wäre hier das Auftreten der Grundfrequenz ν_0' neben den Frequenzen $\nu_0' \pm \nu$ zu erwarten, was indessen nach den Beobachtungen nicht der Fall ist. Setzt man sich vorläufig mit Mandersloot[5]) über diese Schwierigkeit hinweg, indem man auch

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 726, 1913.

2) Wied. Ann. **58**, 336, 1894.

3) Eine Wiedergabe der betr. Tabelle findet sich in einer Arbeit von Mandersloot, dieses Jahrbuch **13**, 50, 1916.

4) E. Kemble (Phys. Rev. [2] 8, 689, 1916) prüfte das Verteilungsgesetz an dem Intensitätsverlauf der Doppelbande 4,7 μ des CO und fand es gut bestätigt.

5) Dieses Jahrbuch **13**, 45, 1916.

hier nur Rotationen senkrecht zur Schwingungsachse annimmt, so kann man für einige mehratomige Gase Trägheitsmomente berechnen (die betreffenden Zahlen finden sich in Tabelle VII, Spalte 2 und sind eingeklammert), die zwar nur den Charakter roher Mittelwerte besitzen, aber trotzdem keineswegs wertlos sind, da ihre Richtigkeit in bezug auf ihre engere Größenanordnung wohl gewährleistet ist.

Nach dem hier beschriebenen Gedankengang ist zuerst von Bjerrum[1]) ein molekulares Trägheitsmoment (HCl) ermittelt worden. Bjerrum ging unmittelbar von der Gleichung $\frac{J}{2}\overline{\omega^2} = kT$ aus, vernachlässigte aber den Unterschied zwischen $\sqrt{\overline{\omega^2}}$ und ω_m in (3) und wurde daher zu einem um den Faktor 2 falschen Ergebnis geführt; die Berechnung ist dann von Mandersloot[2]) und Kemble[3]) richtiggestellt worden. Übrigens arbeitete bereits E. v. Bahr[4]) mit der der Gleichung (4) zugrunde liegenden Vorstellung, ohne jedoch Absolutwerte der Trägheitsmomente anzugeben.

2. Aus den Dimensionen des Molekülmodells.

Ein quantitativ zutreffendes Molekülmodell würde ohne weiteres die richtigen Trägheitsmomente liefern. Auf Grund der Bohrschen Atommodelle, der Berechnungen von Debye und Sommerfeld sowie der Überlegungen Kossels sind wir nun der Kenntnis der tatsächlichen Konstitution und Dimension der Moleküle zweifellos erheblich näher gekommen. Insbesondere schien das Bohr-Debyesche Wasserstoffmolekülmodell sich zu bewähren, da es die richtige Dispersionskurve des H_2 liefert[5]). Indessen lassen sich gegen das Modell eine Reihe so schwerwiegender Einwände erheben[6]), daß man es gegenwärtig kaum mehr als richtig ansprechen wird.

Noch schwieriger liegen die Verhältnisse bei den Molekülmodellen anderer zweiatomiger Gase, da hier die Anzahl der von vornherein gleichberechtigten Möglichkeiten erheblich größer ist, als beim H_2.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 640, 1914.
2) Dieses Jahrb. **13**, 45, 1916.
3) E. Kemble, Phys. Rev. (2) **8**, 689, 1916.
4) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 710, 1913.
5) P. Debye, Münchener Akad. Ber. **1915**, 1.
6) A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, Braunschweig 1919, S. 533. W. Lenz, Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 632, 1919. W. Nernst, Die theoretischen und experimentellen Grundlagen des neuen Wärmesatzes, Halle 1918, S. 153.

Gerda Laski[1]) traf eine Auswahl aus diesen Möglichkeiten, indem sie prüfte, welches von den Modellen die richtige kurzwellige ultrarote (intramolekulare) Frequenz liefert. Ihre Berechnungen machen es wahrscheinlich, daß die Atome des N_2, CO und O_2 Moleküls von einem zweiquantigen Ring zusammengehalten werden, der beim N_2 und CO aus 8, beim O_2 aus 10 Elektronen besteht; außerdem befinden sich in unmittelbarer Nähe der Atomkerne noch kleine, aus drei Elektronen bestehende Ringe.

Die aus diesen Molekülmodellen sich ergebenden Trägheitsmomente sind in Tabelle VII, Spalte 3 angegeben; man wird aber nach dem Gesagten auf diese Zahlen nur mit Vorsicht weitere Schlußfolgerungen aufbauen; eher wird man sie umgekehrt als Argumente für oder gegen ein Molekülmodell verwenden können.

3. Aus der Dampfdruckkurve und der chemischen Konstante.

Das auf Anregung von Nernst durch A. Langen ausgearbeitete Verfahren[2]) liefert vorläufig nur Relativwerte für die Trägheitsmomente[3]) und beruht auf folgenden Voraussetzungen:

1. Sämtliche zwei- und mehratomigen Gase verlieren infolge eines Quanteneffektes, der im einzelnen nicht näher bekannt ist, bei hinreichend tiefen Temperaturen in der gleichen Weise wie der H_2 ihre Rotationswärme (vgl. S. 372), verhalten sich also in diesem Gebiet thermisch wie einatomige Gase.

2. Der Verlauf des Temperaturabfalles der Rotationswärme (C_r) ist bei allen Substanzen der gleiche und hängt bei einem zweiatomigen Gase nur von einer individuellen Konstante, dem Trägheitsmoment ab. Wie aus dem folgenden Abschnitt hervorgeht, stimmen sämtliche, auch an sich grundverschiedenen Theorien darin überein, daß in der Tat allein das Trägheitsmoment als individuelle Konstante, und zwar stets mit der Temperatur zu einem Produkt verbunden auftritt. Es werde somit gesetzt:

$$C_r = f(JT), \tag{5}$$

1) Phys. Zeitschr. **20**, 269, 550, 1919; einige bisher noch nicht veröffentlichte Angaben verdanke ich einer brieflichen Mitteilung von Frl. Laski.

2) Zeitschr. f. Elektroch. **25**, 25, 1919.

3) Den umgekehrten Weg ging O. Sackur (Ann. d. Phys. **40**, 97, 1913); er versuchte auf Grund gastheoretisch ermittelter, in Wirklichkeit recht ungenauer Trägheitsmomente die chemischen Konstanten einiger Moleküle zu berechnen.

eine Beziehung, die durchaus dem Wienschen Verschiebungsgesetz entspricht und wohl kaum eine willkürliche Einschränkung bedeutet, falls man überhaupt auf dem Boden der Quantentheorie steht und eine Verwandtschaft zwischen den Strahlungsgesetzen und den für die Rotationsenergie gültigen Gesetzen annimmt. Übrigens läßt sich vermutlich (5) ebenso wie das Verschiebungsgesetz rein thermodynamisch beweisen. Bei drei- und mehratomigen Gasen besitzt das Molekül mehrere Hauptträgheitsmomente, indessen wird es statthaft sein, in erster Annäherung gleichfalls mit einem (mittleren) Trägheitsmoment zu rechnen.

3. Die „chemische Konstante" der Gase läßt sich für die tiefsten Temperaturen, bei denen die Rotationswärme den Wert Null erreicht hat, nach der für einatomige Substanzen berechneten und an der Erfahrung, wenn auch an einem beschränkten Beobachtungsmaterial bisher gut bewährten Formel:

$$i = -1{,}608 + 1{,}5 \log M \tag{6}$$

berechnen, wobei für M hier das Molekulargewicht einzusetzen ist.

Für den Dampfdruck p gilt dann (in der üblichen Bezeichnungsweise) die integrierte Clausius-Clapeyronsche Gleichung:

$$\ln p = -\frac{\lambda_0}{RT} + 2{,}5 \ln T + \frac{1}{R}\int\limits_0^T \frac{dT}{T^2}\int\limits_0^T (C_r - c)\, dT + i,$$

wobei die in der ursprünglichen Differentialgleichung auftretende Verdampfungswärme λ durch

$$\lambda = \lambda_0 - \frac{5}{2} RT - \int\limits_0^T (C_r - c)\, dT$$

ersetzt war [1]).

Eliminiert man nun aus diesen beiden Gleichungen λ_0 wieder, so folgt:

$$\lg p = -\frac{\lambda}{RT} + \frac{1}{RT}\int\limits_0^T (C_r - c)\, dT + \frac{1}{R}\int\limits_0^T \frac{dT}{T^2}\int\limits_0^T (C_r - c)\, dT + 2{,}5 \lg T + \frac{5}{2} + i. \tag{7}$$

1) Vgl. W. Nernst, Theoretische Chemie. 7. Aufl. Stuttgart 1913, S. 62.

Diese Formel gestattet folgende Anwendung: Ist der Dampfdruck und die Verdampfungswärme bei einer Temperatur (bzw. der Dampfdruck bei mehreren naheliegenden Temperaturen), der gesamte Temperaturverlauf der Molekularwärme c der kondensierten Phase, sowie nach Formel (6) die chemische Konstante i bekannt, so bleibt die Rotationswärme C_r als einzige Unbekannte übrig. Da dieselbe unter dem Integralzeichen vorkommt, ist ihre Berechnung nicht ohne Voraussetzung 2 möglich. A. Langen nahm provisorisch an, daß der Abfall der Rotationswärme bei sämtlichen Gasen durch die bekannte, ursprünglich für monochromatische Resonatoren geltende Planck-Einsteinsche Formel, die bei der beobachteten H_2-Kurve wenigstens roh bestätigt wurde:

$$C_r = \frac{R e^{\frac{\Theta}{T}} \left(\frac{\Theta}{T}\right)^2}{\left(e^{\frac{\Theta}{T}} - 1\right)^2} \tag{8}$$

hinreichend genau dargestellt werde; $\Theta = \frac{h\nu_0}{k}$ stellt eine individuelle Konstante dar und kann als diejenige „charakteristische" Temperatur aufgefaßt werden, bei der der Abfall der Rotationswärme unter den klassischen Wert gerade merklich zu werden beginnt. Als Endergebnis berechnet A. Langen auf diese Weise eine Anzahl Werte für Θ (vgl Tabelle II), die, wie aus einem Vergleich von (5) und (8) hervorgeht, den Trägheitsmomenten umgekehrt proportional sein müssen.

In einem Falle (O_2) wurde die Rechnung von A. Langen nicht allein auf Dampfdruckmessungen begründet, sondern auf bekannte chemische Gleichgewichte. Auf Grund des Nernstschen Wärmetheorems lassen sich bekanntlich chemische Gleichgewichte aus rein thermischen Daten (Wärmetönung, spezifische Wärme sämtlicher Komponenten im ganzen Temperaturgebiet) und den „chemischen Konstanten" berechnen. Umgekehrt können daher aus einem chemischen Gleichgewicht, ebenso wie bei dem Dampfdruck, Rückschlüsse auf den Temperaturverlauf der Molekularwärme einer Komponente gezogen werden, wenn alles übrige bekannt ist. Die beim O_2 nach verschiedenen Methoden berechneten Θ-Werte, deren Mittelwert in der Tabelle eingeklammert angegeben ist, stimmen leidlich untereinander überein. Der nicht eingeklammerte Θ-Wert ergibt sich allein aus den Dampfdruckmessungen, er beansprucht vielleicht eine etwas größere Wahrscheinlichkeit für sich als der Mittelwert.

Tabelle II.

Gas	$[T]_{\frac{1}{2}}$	Θ	$J \cdot 10^{40} = \frac{65 \cdot 10^{40}}{\Theta}$
H_2	144	430	0,143
NH_3	22,5	67,5	0,965
HO_2	10	30,0	2,15
CO_2	2,4	7,23	9,0
N_2	1,4	4,17	14,7
CO	1,4	4,17	[14,7]
O_2	(0,25)	(0,74)	(88)
	0,46	1,35	48
NO	0,18	0,54	120

Nach (8) läßt sich dann ferner die Temperatur angeben, bei der die Rotationswärme auf die Hälfte ihres ursprünglichen Wertes gesunken ist. Wie man erkennt, tritt der Abfall der Rotationswärme bei sämtlichen Gasen außer beim H_2 bei so tiefer Temperatur ein, daß wohl kaum eine Hoffnung besteht, ihn durch direkte Versuche nachweisen zu können.

Die Trägheitsmomente der Gase in Tabelle II lassen sich nun aus der Beziehung $J\Theta = \text{const.} = 65 \cdot 10^{40}$ ermitteln, da nach Tabelle I für ein Gas, nämlich das CO, das Trägheitsmoment glücklicherweise als bekannt angesehen werden darf[1]).

Daß das Trägheitsmoment des O_2 erheblich größer ausfällt als das des N_2 und CO, muß, wie bereits A. Langen bemerkt, als auffallend bezeichnet werden. Noch befremdender ist indessen der für CO_2 resultierende Wert, der (vgl. Tab. VII) mit dem aus dem Abstand der Doppelbanden sich ergebenden Wert nicht einmal der Größenordnung nach übereinstimmt und zu einer Nachprüfung herausfordert. Übrigens beansprucht auch der Doppelbandenwert hier kein allzu großes Vertrauen, denn der aus ihm folgende Trägheitsradius ($1{,}54 \cdot 10^{-8}$ cm) ist bereits nahezu ebenso groß wie der Molekülhalbmesser ($1{,}6 \cdot 10^{-8}$), den die kinetische Gastheorie liefert[2]). Offenbar müßte der Trägheitsradius stets merklich kleiner sein als der nach der Gastheorie gefundene Molekülhalbmesser.

1) A. Langen berechnete die Relativwerte einiger Trägheitsmomente in etwas anderer Weise.

2) Vgl. A. Eucken, Phys. Zeitschr. 14, 331, 1913.

Dagegen ist beim H_2O die Übereinstimmung des Doppelbandenwertes und des aus den Langenschen Rechnungen folgenden Wertes sehr bemerkenswert.

II. Rotationswärme.

1. Experimentelles.

Ein Abfall der Rotationswärme unter den klassischen Wert konnte bisher erst bei einem Gase, dem H_2, direkt nachgewiesen werden[1]), in diesem Falle gelang es, den ganzen Verlauf der Kurve bis zum völligen Verschwinden der Rotationswärme zu verfolgen.

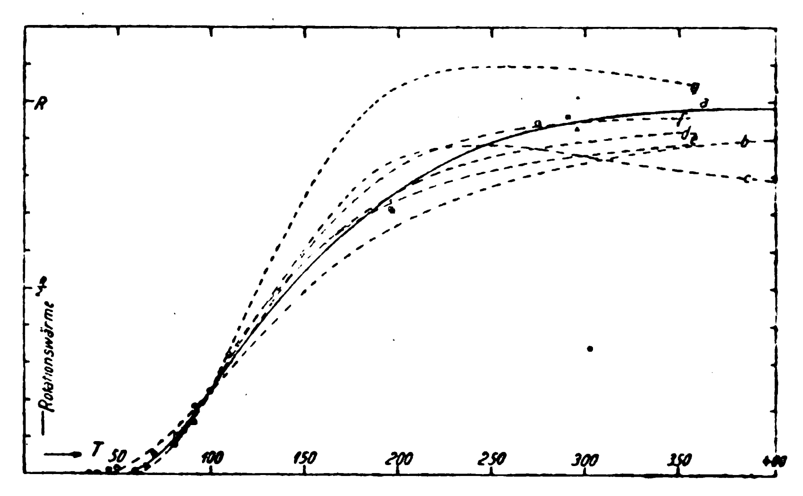


Fig. 1.

⊙ Beobachtungen von Eucken
⊡ „ „ Scheel und Heuse
——— Wahrscheinlicher Verlauf
– – – – Verlauf nach verschiedenen Theorien.

Die Messung erfolgte nach der Methode der elektrischen Heizung (Vakuum-Kalorimeter), wobei sich der H_2 unter Druck in einem dünnwandigen Stahlgefäß befand. Die Methode arbeitete um so günstiger, je tiefer die Temperatur war, einesteils wegen der starken Abnahme der spez. Wärme des Stahls und ferner, weil das Gefäß hier mehr Gas aufnahm, wenn man es bis zu einem bestimmten Druck füllte. Der wahrscheinlichste Verlauf der Rotationswärme wird durch Kurve *a* der Fig. 1 dargestellt, während Kurve *b* den Verlauf der Planck-Ein-

1) A. Eucken, Berl. Akad. Ber. **1912**, 141.

steinschen Formel (8) mit $\Theta = 450$ wiedergibt. Wie man erkennt, ist der tatsächliche Anstieg der Rotationswärme merklich steiler als der der Planck-Einsteinschen Kurve, wenn man letztere auch in allererster Annäherung zur Darstellung des tatsächlichen Kurvenverlaufes verwenden kann. Die Beobachtungen sind bei tiefen Temperaturen, etwa bis 100° abs. genügend dicht und trotz einiger Unregelmäßigkeiten zur Prüfung theoretischer Ansätze bisher noch hinreichend genau, da das Aufbiegen der Kurve, worauf es ankommt, deutlich zu erkennen ist. Die Messung bei 196° fügt sich indessen in den Kurvenverlauf schlecht ein. Da bei dieser Temperatur die Wärmekapazität des H_2 nur etwa 12 Proz. der gesamten gemessenen Wärmekapazität (Gefäß und H_2) betrug, erscheint ein Fehler der gesamten spez. Wärme des H_2 bis etwa 2 Proz. und dementsprechend ein Fehler bis etwa 5 Proz. bei der Rotationswärme nicht ausgeschlossen. Einzelne Punkte der von Eucken gefundenen Kurve wurden später von Scheel und Heuse (C_p-Bestimmung nach einer Strömungsmethode[1]) sowie von Shields (C_p/C_v Bestimmung nach Lummer und Pringsheim[2]) gut bestätigt. Merkwürdigerweise fanden Scheel und Heuse auch bei 197° nahezu denselben Punkt wie Eucken, doch sind, wie Scheel und Heuse selbst bemerken, und wie aus dem gefundenen, nahezu 4 Proz. betragenden Unterschied der nahe als gleich zu erwartenden Molekularwärmen für O_2 und Luft hervorgeht, ihre Messungen bei etwa 200° zweifellos erheblich unsicherer als bei den übrigen Temperaturen. Daher ist eine Nachprüfung der H_2-Kurve an diesem Gebiet erwünscht.

Bei anderen Gasen konnte (in Übereinstimmung mit den Ergebnissen A. Langens) ein Abfall der Rotationswärme nicht sicher nachgewiesen werden. Scheel und Heuse maßen bei einer Anzahl zweiatomiger Gase N_2, O_2 CO, Luft) C_p bis zu 92° hinab und fanden bei einer Atmosphäre Druck anstatt einer Abnahme zunächst eine Zunahme von C_p um einige Prozent. Nun ist allerdings eine Reduktion der beobachteten Werte auf den idealen Gaszustand erforderlich, wodurch die beobachteten C_p-Werte erniedrigt werden. Unter Zugrundelegung der D. Berthelotschen Zustandsgleichung finden Scheel und Heuse für die Korrektion etwa 5 Proz., so daß sich die Zunahme der Molekularwärme nunmehr in eine geringe Abnahme verwandeln würde. Indessen haftet dieser Korrektion eine beträchtliche Ungenauigkeit an, da direkte Messungen der Zustandsgrößen in diesem Gebiet fehlen, so

1) Ann. d. Phys. **40**, 484, 1913.
2) Phys. Rev. (2) **10**, 525, 1917.

daß der von Scheel und Heuse angegebene Abfall der Rotationswärme nicht als sichergestellt gelten kann.

Eine Untersuchung Schreiners[1]) bezweckte, die spez. Wärme einiger Gase bei tiefen Temperaturen und geringem Druck aus dem Wärmeleitvermögen zu bestimmen. Sein Befund — ein starker Abfall der Molekularwärme sämtlicher untersuchter Gase — steht indessen derart in Widerspruch zu den Messungen Scheels und Heuses und den Ergebnissen A. Langens, daß er einer Nachprüfung bedarf und zunächst nicht zu weiteren Schlußfolgerungen verwandt werden kann.

2. Theorien.

Eine auch nur annähernd erschöpfende Darstellung und Würdigung der bisherigen verallgemeinerten Quantentheorien, insbesondere der Versuche, die ursprünglich nur für einen Freiheitsgrad geltende Theorie auf mehrere Freiheitsgrade auszudehnen, ist an dieser Stelle nicht beabsichtigt. Nur diejenigen Berechnungen, die sich unmittelbar an der Erfahrung prüfen lassen, sind in den Bereich dieser Zusammenstellung gezogen worden und sollen hier so weit skizziert werden, daß ihre charakteristischen Grundannahmen und Ergebnisse hervortreten.

Ein Versuch von M. Trautz[2]), den Temperaturverlauf der Molekularwärme des H_2 durch die Umwandlung zweier isomerer H_2-Modifikationen (einer „Wärme“- und einer „Kälte“-Modifikation) zu deuten, fällt bereits außerhalb des Titels der vorliegenden Zusammenstellung. Da gerade die Quantenhypothese zur Entdeckung des Abfalls der Molekularwärme des H_2 geführt hat, wird man sich nur ungern und auf zwingende Gründe hin entschließen, die Quantenhypothese nachträglich durch eine rein chemische Hypothese zu ersetzen. In der bloßen Tatsache, daß es mit Hilfe zweier frei verfügbarer Konstanten gelingt, die Berechnungen den Beobachtungen gut anzupassen, wird man schwerlich einen derartigen Grund erblicken können. Die übrigen, untereinander zum Teil recht verschiedenen Theorien stehen sämtlich auf dem Boden der Quantentheorie.

a) Berechnungen von Nernst und Krüger.

Bei einer Übertragung der ursprünglich für Resonatoren geltenden Theorie auf frei bewegliche Rotatoren konnte man zunächst daran denken, dem Rotator ebenso wie dem Oszillator eine bestimmte Eigen-

1) Arkiv for Math. og Naturwidenskab **34**, 9, 1916.
2) Heidelb. Akad. Ber. **1913**, 2. Abh., **1917**, 3. Abh.

frequenz zuzuschreiben und für die Rotationswärme wenigstens in erster Annäherung (8) unverändert gelten zu lassen, obgleich diese Auffassung nach den Versuchsergebnissen beim Wasserstoff zum mindesten ungenau ist.

Es entsteht nun die Frage, wie bei dem an sich frei beweglichen Rotator eine bestimmte Eigenfrequenz (Tourenzahl) ν_0 zustande kommt. Nernst[1]) setzt für das fragliche Energiequantum ebenso wie bei den Oszillatoren

$$\varepsilon_0 = h\nu_0;$$

ferner setzt Nernst:

$$\varepsilon_0 = \frac{J}{2}(2\pi\nu_0)^2, \tag{9}$$

so daß für ν_0 folgt:

$$\nu_0 = \frac{h}{2\pi^2 J}.$$

F. Krüger[2]) betrachtet das H_2-Molekül entsprechend dem Bohr-Debyeschen Modell als einen symmetrischen Kreisel, der nach der allgemeinen Kreiseltheorie Präzessionsschwingungen von der Frequenz

$$\nu_0 = \frac{C\psi'}{(A - C)\cos\varphi}$$

ausführt. Die in der Formel auftretenden Größen (C das Trägheitsmoment, ψ' die Winkelgeschwindigkeit um die Figurenachse, A das Trägheitsmoment senkrecht zur Figurenachse) lassen sich nach dem Debyeschen Modell im absoluten Maße berechnen. Der Öffnungswinkel des Präzessionskegels φ kann bei tiefen Temperaturen als klein angesehen werden, so daß $\cos\varphi = 1$ gesetzt werden kann und man in der Tat eine bestimmte Präzessionsfrequenz ν_0 erhält. Die Moleküle würden hiernach keine freien Rotatoren darstellen, sondern die gesamte den Freiheitsgraden der Rotation entsprechende Energie wäre in den Präzessionsschwingungen aufgespeichert. Der unmittelbaren Anwendung von (8) würde daher bei tiefen Temperaturen nichts im Wege stehen. Bei steigender Temperatur nimmt φ endliche Werte an, ν_0 nimmt dementsprechend zu. Der Verlauf der durch (8) dargestellten Kurve wird dadurch etwas modifiziert und zwar wird er, wie die Rechnung lehrt und wie leicht zu übersehen, noch flacher, also mit den Be-

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **18**, 97, 1916.
2) Ann. d. Phys. **50**, 346; **51**, 450, 1916.

obachtungen noch schlechter vereinbar. Durch Einführung einer Nullpunktsenergie (im Sinne Einsteins und Sterns) gelang es Krüger, den Kurvenverlauf erheblich zu verbessern, doch entfernt sich dann der Absolutwert des resultierenden Trägheitsmoments von dem wirklichen, falls man die berechnete Kurve den Beobachtungen möglichst gut anpaßt. Bei höheren Temperaturen überschlagen sich die Moleküle, d. h. die Präzessionsschwingungen gehen in Rotationen über; nach den Berechnungen Krügers tritt dies aber erst bei Temperaturen ein, bei denen die Rotationswärme bereits den klassischen Wert R erreicht hat.

Allein schon wegen der sich mehrenden Bedenken gegen das Bohr-Debyesche H_2-Modell, mit dem die Krügersche Rechnung steht und fällt, wird man auf sie zurzeit nicht mehr allzuviel Gewicht legen können. Der (allgemeineren) Nernstschen Auffassung müssen die in Abschnitt III besprochenen optischen Beobachtungen entgegengestellt werden, aus denen das tatsächliche Vorhandensein nicht einer, sondern zahlreicher Rotationsfrequenzen unmittelbar hervorgeht.

b) Berechnung von Einstein und Stern.

Einstein und Stern[1]), deren Berechnung den ersten Versuch einer quantitativen theoretischen Deutung der beobachteten H_2-Kurve darstellt, gehen gleichfalls von (9) aus, nur bedeutet bei ihnen der Ausdruck $\frac{J}{2}(2\pi\nu)^2$ nicht das Energiequantum ε_0, sondern die durchschnittliche Energie eines Rotators. Andererseits wird für die Energie die unveränderte Gültigkeit der bekannten Planckschen Energieformel für Oszillatoren angenommen, die im Sinne der 2. Planckschen Theorie um die Nullpunktsenergie $\frac{h\nu}{2}$ zu vermehren wäre. Man erhält somit für die Rotationsenergie eines Mols die Gleichungen:

$$E_r = N\frac{J}{2}(2\pi\bar{\nu})^2 \qquad (9a)$$

und

$$E_r = \frac{Nh\bar{\nu}}{e^{\frac{h\bar{\nu}}{kT}} - 1} \qquad (10)$$

1) Ann. d. Phys. 46, 551, 1913.

oder

$$E_r = \frac{N h \bar{\nu}}{e^{\frac{h \bar{\nu}}{kT}} - 1} + \frac{h \bar{\nu}}{2}, \tag{10a}$$

in denen $\bar{\nu}$ eine mittlere Frequenz bedeutet.

Vereinigt man (9) und (10) bzw. (10a), so ergibt sich zunächst ein Zusammenhang zwischen T und $\bar{\nu}$, d. h. im Gegensatz zu dem Fall gewöhnlicher monochromatischer Oszillatoren verändert sich hier $\bar{\nu}$ mit der Temperatur, und zwar wächst $\bar{\nu}$ nach (10) mit steigender Temperatur zunächst sehr stark, allmählich aber weniger (schließlich $\sim \sqrt{T}$), während es nach (10a) zuerst konstant ist und dann nach und nach stärker zunimmt. Diese Verschiedenheit bewirkt, daß die für C_r resultierenden Kurven völlig voneinander abweichen. Während die aus (10) folgende Kurve von vornherein ausscheidet, läßt sich die aus (10a) ergebende Kurve recht gut den Beobachtungen anpassen. (Fig. 1, Kurve *c*.)

Die Temperaturabhängigkeit von $\bar{\nu}$ hat übrigens die merkwürdige Folge, daß die Nullpunktsenergie $\frac{h\bar{\nu}}{2}$ nicht konstant bleibt, sondern wächst. Gerade durch diese Zunahme der Nullpunktsenergie wird offenbar der gegenüber (8) steilere Anstieg der C_r-Kurve erzielt.

Es zeigt sich also, daß der Temperaturverlauf der Rotationswärme im Gegensatz zu der spez. Wärme schwingender Gebilde zur Frage nach dem Vorhandensein einer Nullpunktsenergie herangezogen werden kann. Dieses Ergebnis ist wohl nicht auf die Einstein-Sternsche Berechnungsweise beschränkt, es rührt offenbar daher, daß für den Rotator $\bar{\nu}$ stets infolge (9a) temperaturabhängig sein muß, während es beim Oszillator starr ist. Bei der Mittelwertsbildung von $\bar{\nu}$ bzw. $\bar{\nu}^2$ fällt es natürlich ins Gewicht, ob eine Nullpunktsenergie vorhanden ist oder nicht.

c) Berechnungen von Ehrenfest und Reiche. (1. Plancksche Theorie.)

Die Schwäche der Einstein-Sternschen Berechnung liegt darin, daß sie sogleich mit einem Ansatz für die durchschnittliche Energie des einzelnen Rotators beginnt und nicht auf die Energie des einzelnen Rotators zurückgreift. Bei den folgenden Theorien ist diese Unge-

nauigkeit vermieden worden; sie gehen sämtlich im Prinzip von den nachstehenden Ansätzen aus, die in dieser Gestalt zunächst für einen Freiheitsgrad und die erste Plancksche Theorie gelten, aber später leicht modifiziert werden können. Setzt man für das Energiequantum

$$\varepsilon_0 = \frac{h\nu}{2}, \tag{1a}$$

und die Energie des einzelnen Rotators einerseits:

$$\varepsilon = n\varepsilon_0 = \frac{nh\nu}{2}, \tag{11}$$

andererseits:

$$\varepsilon = \frac{J}{2}\omega^2 = \frac{J}{2}(2\pi\nu)^2, \tag{12}$$

so folgt aus (11) und (12) unmittelbar:

$$\nu = \frac{nh}{4\pi^2 J}, \tag{13}$$

$$\varepsilon = \frac{n^2 h^2}{8\pi^2 J}. \tag{14}$$

Die Energie der einzelnen Rotatoren wächst daher proportional n^2, während die der Resonatoren nur proportional n ist.

Will man den Begriff des Energiequantums umgehen und sich des allgemeineren und häufig bequemer anwendbaren Impulsansatzes bedienen, so hat man zu setzen:

$$\text{Drehimpuls} = \frac{d\varepsilon}{d\omega} = 2\pi\nu J = \frac{nh}{2\pi},$$

woraus gleichfalls (13) und (14) folgen. Die Berechtigung des Zahlenfaktors $^1/_2$ in (1a) ist zuweilen bestritten worden[1]); er läßt sich verstehen durch die Überlegung, daß der eindimensionale Rotator nur kinetische Energie enthält, während der eindimensionale Oszillator, für den (1) gilt, neben der kinetischen Energie den gleichen Betrag potentieller Energie besitzt. Übrigens halten neuerdings fast sämtliche Autoren an ihm fest. Eine endgültige Entscheidung vermag auch hier nur die Erfahrung zu liefern. Soweit sich bis jetzt übersehen läßt, spricht dieselbe durchaus zu seinen Gunsten.

Von der durch (14) dargestellten Energie des einzelnen Rotators ist nun der Mittelwert für sämtliche Rotatoren zu bilden. Man bedient sich hierzu allgemein der Boltzmann-Gibbsschen Verteilungsfunktion für die Häufigkeit w_n des $n$ten Zustandes:

1) N. Bjerrum, Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 642, 1914.

$$w_n = \frac{N e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}{\sum\limits_0^\infty e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}, \tag{15}$$

obgleich es recht zweifelhaft ist, ob die unveränderte Übertragung dieser, letzten Endes auf klassisch-mechanischen Grundlagen beruhenden Formel auf quantenhafte Vorgänge von vornherein berechtigt ist. Man erhält dann für die Rotationsenergie eines Mols:

$$E_r = \Sigma w_n \varepsilon_n = \frac{\Sigma \varepsilon_n e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}{\Sigma e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}} = \frac{N h^2}{8 \pi^2 J} \frac{\Sigma n^2 e^{-\frac{n^2 h^2}{8 \pi^2 J k T}}}{\Sigma e^{-\frac{n^2 h^2}{8 \pi^2 J k T}}}. \tag{16}$$

Dabei ist die Summation zunächst über alle n, also von $n = 0$ bis $n = \infty$ zu erstrecken. Setzt man zur Abkürzung

$$\sigma = \frac{h^2}{8 \pi^2 J k T}, \tag{17}$$

sowie

$$\Sigma e^{-\sigma n^2} = Q \tag{18}$$

und beachtet, daß im Zähler das Differential des Nenners erscheint, so läßt sich (16) schreiben:

$$E_r = -\frac{N h^2}{8 \pi^2 J} \frac{d \lg Q}{d \sigma} \tag{19}$$

und für die Rotationswärme folgt:

$$C_r = R \sigma^2 \frac{d^2 \lg Q}{d \sigma^2}. \tag{20}$$

Der hier angedeutete Gang der Rechnung wurde zunächst von Ehrenfest[1]) angegeben und gilt, wie erwähnt, für Rotatoren mit einem Freiheitsgrad; das Ergebnis ist daher für zweiatomige Moleküle (zwei Freiheitsgrade) mit 2 zu multiplizieren. Die Rechnung, auch die äußere Gestalt der Endformel, bleibt indessen unverändert, wenn man anstatt von (14) von anderen Ansätzen ausgeht. Nur die Bedeutung der mit Q bezeichneten Summe in (18) ändert sich dann von Fall zu Fall.

Die numerische Auswertung von (20) ist im allgemeinen mühsam, in der Regel bleibt nichts übrig, als auf (16) zurückzugreifen, die Reihen explizit hinzuschreiben und den Ausdruck dann zu differentieren[2]). Nur in einzelnen Fällen, z. B. bei dem einfachsten Ehrenfestschen Ansatz gelingt es, Q durch eine bekannte geschlossene Funktion (die Jacobische Thetafunktion ϑ_3) zu ersetzen.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 451, 1913.
2) F. Reiche, Ann. d. Phys. **58**, 657, 1919.

Sämtliche Kurven, die sich aus (20) ergeben, steigen unabhängig von der speziellen Gestalt von Q bei tieferen Temperaturen steil an, und zwar ist stets

$$C_v \sim A\sigma^2 e^{-B\sigma}. \tag{21}$$

Die Konstanten A und B hängen von Q ab; bei den bisher ausgerechneten Fällen schwankt das Verhältnis $\frac{A}{B^2}$ nur zwischen 1,5 und 3, so daß der Kurvenverlauf in diesem Gebiet stets nahezu der gleiche ist. Erst bei höheren Temperaturen treten auffallende Unterschiede der verschiedenen Kurven hervor.

Speziell die Ehrenfestsche Kurve durchläuft bei $\sigma = 0{,}45$ ein Maximum ($C_v = 0{,}89\,R$), bei $\sigma = 1$ ein Minimum, um sich dann erst asymptotisch dem Grenzwert R von unten zu nähern. (Vgl. Fig. 1, Kurve *d.*)

Es lag nahe, die Ursache dieses unbefriedigenden Ergebnisses zunächst darin zu suchen, daß man die Rechnung mit einem Freiheitsgrad durchführte und erst nachträglich durch eine Multiplikation mit 2 dem zweiten Rechnung trug. Von verschiedenen Seiten ist daher versucht worden, (14) durch einen allgemeineren, für mehrere Freiheitsgrade gültigen Ausdruck zu ersetzen. Im Hinblick speziell auf die Rotation der Gasmoleküle kam es darauf an, die Quantenansätze in den Ausdruck für die Energie eines symmetrischen oder womöglich sogar asymmetrischen Kreisels einzuführen. Geht man zunächst von rechtwinkligen Koordinaten aus, so wird die kinetische Energie des asymmetrischen Kreisels durch den Ausdruck

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{p_x^2}{J} + \frac{p_y^2}{K} + \frac{p_z^2}{L}\right)$$

dargestellt, wenn p_x, p_y, p_z die Impulskomponenten, J, K, L die Trägheitsmomente darstellen. Der Ausdruck ist insofern unbefriedigend, als er nur für den Augenblick gilt, in dem die Hauptträgheitsachsen gerade mit dem gewählten festen Koordinatensystem übereinstimmen, er würde ohne weiteres zu dem Quantenausdruck führen:

$$T = \frac{h^2}{8\pi^2}\left(\frac{n_1^2}{J} + \frac{n_2^2}{K} + \frac{n_3^2}{L}\right),$$

der an Stelle von (14) zu treten hätte, allerdings auch nicht weiter als dieser führt, da er ohne weiteres in drei einzelne voneinander unabhängige Terme zerfällt, die mit (14) identisch sind.

Es sind daher Koordinaten zu wählen, die von der zufälligen Lage des Kreisels im Raum unabhängig sind. Als solche bieten sich die Eulerschen Winkel dar. Drückt man aber die Energie des Kreisels

in diesen Koordinaten aus, so läßt sich die Quantelung nicht ohne weiteres vornehmen, da die Impulsmomente zunächst nicht getrennt, wie in obiger Beziehung, auftreten. Dies gelingt erst auf Umwegen und durch längere Berechnungen[1]). Als Endergebnis für die Energie eines symmetrischen Kreisels erhält man:

$$\varepsilon = \frac{h^2}{8\pi^2}\left\{\frac{(n_1+n_2)^2-n_3{}^2}{J}+\frac{n_3{}^2}{L}\right\}, \text{ wenn } n_2 > n_3,$$

oder

$$\varepsilon = \frac{h^2}{8\pi^2}\left\{\frac{(n_1+n_3)^2-n_3{}^2}{J}+\frac{n_3{}^2}{L}\right\}, \text{ wenn } n_2 < n_3.$$

Dabei beziehen sich L und n_3 auf die Figurenachse, J, n_1 und n_2 auf die übrigen Achsen. Bei zweiatomigen Gasmolekülen findet bekanntlich keine Drehung um die Figurenachse statt (wenn man eine Nullpunktsenergie annimmt, wäre dieselbe als unveränderlich anzusehen und würde für die Molekularwärme nicht ins Gewicht fallen), man hat daher $n_3 = 0$ zu setzen und erhält für ein zweiatomiges Gasmolekül:

$$\varepsilon = \frac{h^2(n_1+n_2)^2}{8\pi^2 J} \tag{14a}$$

an Stelle von (14).

Der Ausdruck (18) stellt sich nunmehr als eine Doppelsumme dar:

$$Q = \sum_{n_1}\sum_{n_2} e^{-\sigma(n_1+n_2)^2},$$

die sich indessen, wenn man $n_1 + n_2 = n$ setzt, wieder als eine einfache Summe

$$Q = \sum_0^\infty (n+1)\, e^{-\sigma n^2} \tag{15a}$$

schreiben läßt, da bei der Ausrechnung der Doppelsumme jedes Glied $e^{-\sigma n^2}$ $(n+1)$ mal vorkommt.

Es besteht indessen auch eine gewisse Berechtigung, die der Präzession entsprechenden Quantenzahlen n_2 doppelt zu zählen[2]), da bei einem bestimmten Nutationswinkel (n_1) die Präzession sowohl im positiven wie im negativen Sinne laufen kann. In diesem Falle erhält man:

$$Q = \sum_0^\infty (2n+1)\, e^{-\sigma n^2}. \tag{18b}$$

Die aus (18a) und (18b) folgenden Kurven für die Rotationswärme

1) K. Schwarzschild, Berl. Akad. Ber. **1916**, 548; P. S. Epstein, Ann. d. Phys. **50**, 489, 1916; F. Reiche, Phys. Zeitschr. **19**, 394, 1918; Ann. d. Phys. **58**, 657, 1919; M. Planck, Berl. Akad. Ber. **1918**, 1166.

2) F. Reiche, l. c. S. 660ff.

zeigen qualitativ genau den gleichen Verlauf wie die Ehrenfestsche. Es ergibt sich somit, daß es für das Endresulat wenig ins Gewicht fällt, ob man die Energie eines Freiheitsgrades quantelt und das Endergebnis nachträglich der wirklichen Zahl von Freiheitsgraden anpaßt, oder ob man gleich zu Beginn der Rechnung die mehrdimensionalen Elementargebilde quantelt. Zwar ist die letztere Methode zweifellos theoretisch die befriedigendere, doch kommt man der Wirklichkeit keineswegs immer dadurch näher, daß man dieser Richtschnur folgt. Jedenfalls darf man nicht aus dem Auge verlieren, daß die ursprüngliche, für Oszillatoren geltende, gut bestätigte Theorie Plancks gleichfalls nach der ersten Methode arbeitet, obgleich die Schwingungen der Atome im festen Körper sicherlich räumlich sind.

Das Ergebnis der Einstein-Sternschen Berechnung legt die Vermutung nahe, daß die Annahme einer Nullpunktsenergie zu besseren Ergebnissen führen wird. Eine Nullpunktsenergie ist nun aber nicht an die zweite Plancksche Theorie gebunden, sondern läßt sich auch in anderer Weise, wenn auch vielleicht etwas gewaltsamer einführen. Z. B. kann angenommen werden: Die erste Plancksche Theorie behält ihre Gültigkeit, nur wird das letzte Energiequantum ($n = 1$) nicht abgegeben; es wären somit alle Zustände, für die $n = 0$, auszuschließen [1]). Übrigens ist diese Annahme keineswegs neu; sie bildet eine der Hauptgrundlagen der Bohrschen Atommodelle. Bei Vorhandensein zweier Freiheitsgrade kann man sogar noch etwas weiter gehen, indem man nicht nur die Zustände $n_1 + n_2 = n = 0$ ausschließt, sondern außerdem noch sämtliche Zustände für die $n_2 = 0$ ist.

Führt man diese Beschränkungen mit Reiche ein, dessen systematische Untersuchung die Klärung der hier obwaltenden Verhältnisse sehr gefördert hat, so erhält man an Stelle von (18a) und (18b)

$$Q = \sum_1^\infty (n+1)\, e^{-\sigma n^2} \qquad (18c)$$

bzw.

$$Q = \sum_1^\infty (2n+1)\, e^{-\sigma n^2}, \qquad (18d)$$

1) Führt man diese Annahme in die Plancksche Berechnung der Energie eines monochromatischen Oszillators ein, so erhält man wiederum Gleichung (10), aber vermehrt um die Nullpunktsenergie $h\nu$. Die für die Strahlungserscheinungen und die spezifischen Wärmen fester Körper erprobten Formeln bedürften hiernach keiner Änderung.

wenn man zunächst nur den Zustand $n_1 + n_2 = 0$ ausschließt, und weiterhin

$$Q = \sum_1^\infty n e^{-\sigma n^2}, \tag{18e}$$

wenn man außerdem sämtliche Zustände, bei denen $n_2 = 0$, streicht.

Dieser geringfügig erscheinende Eingriff verändert den Charakter der Kurven vollständig: während man vorher für die Rotationswärme Kurven mit einem Maximum und Minimum erhält, steigen sie nunmehr monoton an und nähern sich somit sehr der Wirklichkeit. Zwar steigt die aus (18c) (auf Fig. 1 durch *e* dargestellt) und mehr noch die aus (18d) folgende Kurve zu flach an, doch gibt die aus (18e) folgende Kurve (Fig. 1 *f*) den beobachteten Verlauf einigermaßen richtig wieder, wenn auch bei ca. 200° die Größe der Abweichung die Versuchsfehler übersteigen dürfte.

Es lag nahe, die Beschränkung, den Zustand $n = 0$ auszuschließen, auch in die Ehrenfestsche Berechnung einzuführen. Man wird auf diese Weise zu der bis auf den Faktor 2 gleichen Kurve geführt, wie sie Epstein[1]), von anderen Grundlagen ausgehend, erhielt. Die Kurve zeigt bei tiefen Temperaturen den gleichen Verlauf wie Kurve *f*, steigt aber bei höheren Temperaturen zu steil an und überschreitet stellenweise sogar ebenso wie Kurve *g* den klassischen Wert.

d) Berechnungen von Holm, Planck, Rotszayn (2. Plancksche Theorie).

Der Unterschied der zweiten Hypothese Plancks gegenüber der ersten besteht wie erwähnt darin, daß die Energie sich von Molekel zu Molekel nicht sprungweise, sondern kontinuierlich ändert; indessen zeigt die Energieverteilungskurve in bestimmten Punkten Diskontinuitäten ihres Differentialquotienten. Faßt man die Gebiete von einer bis zur nächsten Diskontinuität ins Auge, so stellen dieselben Elementargebiete dG einer bestimmten — sei es gleichen, sei es sprungweise veränderlichen — Wahrscheinlichkeit dar. Man hat nun zunächst die Mittelwerte der Energie innerhalb der einzelnen Elementargebiete G_n zu bilden:

1) Verh. d. D. Phys. Ges. 18, 398, 1916. Auf diese Berechnungen soll hier nicht näher eingegangen werden, einerseits weil sie aufs engste mit dem Bohr-Debyeschen H_2-Modell verknüpft sind, andererseits weil das Ergebnis fehlerhaft ist; bei hohen Temperaturen erhält Epstein nämlich für C_r $\frac{R}{2}$ anstatt R.

$$\bar{\varepsilon}_n = \frac{\int_{\varepsilon_n}^{\varepsilon_{n+1}} \varepsilon \, dG}{G_n}. \tag{21}$$

Erst diese werden dann an Stelle von (14) zur Mittelwertsbildung für die Energie sämtlicher Moleküle verwandt.

Die Größe des gesamten Phasenraumes $[G]_n$ vom 0ten bis $n$ten Elementargebiet wird bestimmt durch den Fundamentalansatz der verallgemeinerten zweiten Planckschen Theorie[1]):

$$[G]_n = \int\int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=\varepsilon_n} \ldots \int d\varphi_1 \, d\varphi_2 \ldots d\varphi_f \, d\psi_1 \, d\psi_2 \ldots d\psi_f = (nh)^f, \tag{22}$$

($\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_f$ bedeuten die Koordinaten, $\psi_1, \psi_2 \ldots \psi_f$ die dazugehörigen Impulse). Für das Differential dG innerhalb eines Elementargebietes gilt dementsprechend:

$$dG = \int\int_{\varepsilon}^{\varepsilon+d\varepsilon} \ldots \int d\varphi_1 \ldots d\varphi_f \, d\psi_1 \ldots d\psi_f.$$

Innerhalb der Elementargebiete läßt sich G somit als Funktion von ε oder ε als Funktion von G darstellen, wodurch die Mittelwertsbildung nach (21) ausführbar wird.

Für einen eindimensionalen Rotator gestaltet sich die Rechnung so einfach, daß sie hier kurz wiedergegeben werden kann:

$$\varepsilon = \frac{J}{2}\omega^2 = \frac{J}{2}\dot{\varphi}^2$$

$$\psi = J\dot{\varphi},$$

daher

$$\psi = \sqrt{2J\varepsilon}, \quad d\psi = \sqrt{\frac{J}{2\varepsilon}} \, d\varepsilon$$

$$dG = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon+d\varepsilon} d\varphi \, d\psi = 2\pi \sqrt{\frac{J}{2\varepsilon}} \, d\varepsilon,$$

da die Energie konstant bleibt, während φ von 0 bis 2π läuft.

Es folgt somit:

$$[G]_n = \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=\varepsilon_n} dG = 2\pi\sqrt{2J\varepsilon_n} = nh,$$

und man erhält für die $n$te Phasenzelle

$$G_n = [G]_{n+1} - [G]_n = (n+1)h - nh = h.$$

Für die Energie an den Grenzen der Phasengebiete ergibt sich dann (in Übereinstimmung mit (14))

$$\varepsilon_n = \frac{n^2 h^2}{8\pi^2 J}.$$

1) M. Planck, Verh. d. D. Phys. Ges. 17, 407, 1915.

Die mittlere Energie innerhalb der Phasengebiete berechnet sich nach (21) zu:

$$\overline{\varepsilon_n} = \frac{1}{h}\int\limits_{\varepsilon_n}^{\varepsilon_{n+1}} \varepsilon\, d\, G = \frac{h^2}{8\pi^2 J}\left(n^2 + n + \frac{1}{3}\right),$$

so daß man für Q erhält:

$$Q = \sum_0^\infty e^{-\left(n^2+n+\frac{1}{3}\right)\sigma} \quad \text{oder auch} \quad Q = \sum_1^\infty e^{-(n'^2-n')\sigma}, \tag{18b}$$

da das Glied $e^{-\frac{1}{3}\sigma}$ sich bei der späteren zweimaligen logarithmischen Differentiation heraushebt. Die für C_r sich ergebende Kurve wurde bereits 1914 von Holm[1]) errechnet; sie stimmt bei tiefen Temperaturen gut mit den Beobachtungen überein, scheint aber bei höheren Temperaturen zu steil anzusteigen.

Die Berechnung der Rotationswärme für zwei Freiheitsgrade ergibt sich auf Grund des allgemeinen Planckschen Ansatzes von selbst. Während dem eindimensionalen Rotator die Elementargebiete G_n gleich groß und zwar gleich h waren, ergibt sich hier als Folge von (22) eine Abhängigkeit von n:

$$G_n = [G]_{n+1} - [G]_n = (2n + 1)\, h^2.$$

Die Rechnung liefert zunächst für die Energie an den Grenzen der Phasenzellen wiederum unverändert (14) und dann schließlich für Q den Ausdruck

$$Q = \sum_0^\infty (2n + 1)\, e^{-\left(n^2+n+\frac{1}{3}\right)\sigma}.$$

Die resultierende Kurve ist ähnlich wie die vorhergehende; sie erreicht nach der numerischen Rechnung Reiches den oberen Grenzwert R von obenher nach Durchlaufen eines flachen bei etwa 1,1 R liegenden Maximums (Fig. 1, Kurve g).

Bei dieser Berechnungsart Plancks werden die beiden Freiheitsgrade als eng zusammengehörig, als kohärent behandelt. Nimmt man indessen die Formel (14a) zum Ausgangspunkt (an Stelle von (14)) und verbindet sie mit der zweiten Planckschen Theorie, so hat man die beiden Freiheitsgrade als inkohärent zu behandeln[2]):

1) Ann. d. Phys. 42, 1311, 1913, vgl. ferner Weyssenhoff, Ann. d. Phys. 51, 285, 1916, bei dem indessen in dem Ausdruck für σ der Faktor $\frac{1}{32}$ auftritt, anstatt $\frac{1}{8}$, so daß das von ihm angegebene Trägheitsmoment viermal kleiner ist als bei Holm.

2) S. Rotszayn, Ann. d. Phys. 57, 81, 1918.

Man teilt hierzu den gesamten Phasenraum G in zwei Teile derart, daß

$$dG = dg_1\, dg_2$$

und setzt, entsprechend dem allgemeinen Planckschen Ansatz (22) einzeln

$$g_1 = hn_1,$$
$$g_2 = hn_2,$$

dann wird aus (14a)

$$\varepsilon = \frac{(g_1 + g_2)^2}{8\pi^2 J}.$$

Diese Gleichung gilt natürlich zunächst für die Grenzen der Elementargebiete, bleibt aber, wie man sich leicht überzeugt, auch für die Zwischengebiete bestehen.

Für die mittlere Energie des Elementargebietes zwischen n_1 und $n_1 + 1$, sowie n_2 und $n_2 + 1$ erhält man dann nach (21)

$$\bar{\varepsilon}_{n_1, n_2} = \frac{\int\int \varepsilon\, dg_1\, dg_2}{\int\int dg_1\, dg_2} = \frac{1}{h^2 8\pi^2 J} \int\int (g_1 + g_2)^2\, dg_1\, dg_2.$$

Die Ausrechnung ergibt:

$$\bar{\varepsilon}_{n_1, n_2} = \frac{1}{6}\sigma k T + \sigma k T (n_1 + n_2 + 1)^2.$$

Bei Einführung dieses Ausdrucks in (16) hebt sich das Glied $\frac{1}{6}\sigma k T$ heraus und man erhält, indem man $n_1 + n_2 + 1 = n$ setzt und die Grenzen beachtet:

$$Q = \sum_1^{\infty} n e^{-\sigma n^2},$$

also den gleichen Ausdruck wie Reiche in (18e).

c) Ergebnis.

Einen Überblick über die Ergebnisse bietet außer Fig. 1 die nebenstehende Tabelle III, die im einzelnen nach den vorhergehenden Ausführungen wohl keiner weiteren Erläuterung bedarf. Der zurzeit wahrscheinlichste Wert für das Trägheitsmoment des Wasserstoffmoleküls liegt nach Tabelle II etwa bei $0{,}14 \cdot 10^{-40}$.

Sieht man von den Theorien ab, die eine einfache Übertragung der Formel (8) auf Rotatoren darstellen, da ihr Verlauf mit den Messungen nicht gut vereinbar ist, auch das resultierende Trägheitsmoment ziemlich unrichtig zu sein scheint, so zeigt sich, daß sämtliche Formeln ausscheiden, die keine Nullpunktsenergie enthalten. Aber auch die Ergebnisse der verschiedenen Ansätze mit einer Nullpunktsenergie

Tabelle III.

Autor	Grundlagen der Rechnung: Zahl der Freiheitsgrade	Grundlagen der Rechnung: 1. oder 2. Plancksche Theor.	Grundlagen der Rechnung: Nullpunktsenergie?	Energie ε eines einzelnen Rotators	$Q(\sigma)$	Vergleich mit der Erfahrung: $J \cdot 10^{40}$	Vergleich mit der Erfahrung: Kurvenverlauf nach der Berechnung ist:
Einstein-Stern 1913	1	—	ja	—	—	0,147	annähernd richtig
Nernst 1916	1	1.	nein	$\frac{h^2 n}{2\pi^2 J}$	$\sum_0^\infty e^{-n\sigma}$	0,356	zu flach
Krüger 1916, Kurve II u. III	1	1.	nein	—	—	0,33—0,36	zu flach
Krüger 1916, Kurve V	1	—	ja	—	—	ca. 0,47	annähernd richtig
Ehrenfest 1913	1	1.	nein	$\frac{h^2 n^2}{8\pi^2 J}$	$\sum_0^\infty e^{-n^2\sigma}$	0,569	unrichtig (Maximum und Minimum)
Eucken 1919	1	1.	ja	$\frac{h^2 n^2}{8\pi^2 J}$	$\sum_1^\infty e^{-n^2\sigma}$	0,21	zu steil, nähert sich von oben her d. Grenzwert R
Holm 1913	1	2.	ja	$\frac{h^2(n^2+n+\frac{1}{3})}{8\pi^2 J}$	$\sum_1^\infty e^{-(n^2-n)\sigma}$	0,136	zu steil
Reiche 1919, Kurve I	2	1.	nein	$\frac{h^2(n_1+n_2)^2}{8\pi^2 J}$	$\sum_0^\infty (2n+1)e^{-n^2\sigma}$	—	unrichtig
Reiche 1919, „ II	2	1.	nein	„	$\sum_0^\infty (n+1)e^{-n^2\sigma}$	—	unrichtig
Reiche 1919, „ III	2	1.	ja	„	$\sum_1^\infty (2n+1)e^{-n^2\sigma}$	0,22	etwas zu flach
Reiche 1919, „ IV	2	1.	ja	„	$\sum_1^\infty (n+1)e^{-n^2\sigma}$	0,23	etwas zu flach
Reiche 1919, „ V	2	1.	ja	„	$\sum_1^\infty n e^{-n^2\sigma}$	0,21	annähernd richtig
Planck 1915	2 kohärent	2.	ja	$\frac{h^2(n^2+n+\frac{1}{2})}{8\pi^2 J}$	$\sum_0^\infty (2n+1)e^{-(n^2+n+\frac{1}{2})\sigma}$	0,125	zu steil, nähert sich von oben her d. Grenzwert R
Rotszayn 1918	2 inkohärent	2.	ja	$\frac{h^2(n_1+n_2+1)^2}{8\pi^2 J}$	$\sum_1^\infty n e^{-n^2\sigma}$	0,21	annähernd richtig

sind keineswegs gleichwertig. Brauchbar ist die Rotszayn-Reichesche Formel, wenn auch das Trägheitsmoment vielleicht etwas zu hoch ausfällt. Noch besser ist indessen die Übereinstimmung der Einstein-Sternschen Kurve, namentlich was den Absolutwert des Trägheitsmomentes anlangt. Aber auch das Ergebnis Holms ist beachtenswert.

Sieht man ferner zunächst von der der zweiten Planckschen Theorie zugrunde liegenden Auffassung ab, so läßt sich das Vorhandensein einer Nullpunktsenergie (im Sinne Bohr-Reiches) wohl am einfachsten als ein Versagen der Boltzmann-Gibbsschen Gleichung (15) für quantenhafte Energieverteilung deuten. Doch wird man bei einem einfachen Ausschluß eines bestimmten Zustandes ($n = 0$) nicht stehen bleiben können. Um zu einer verfeinerten Lösung zu gelangen, bietet die Einstein-Sternsche Rechnungsweise vielleicht einen Fingerzeig: dieselbe operiert von vornherein mit einer durchschnittlichen Frequenz, und es scheint nun, als ob diese Rechnung unter Zuhilfenahme der Planckschen Formel zufällig automatisch genau den richtigen Wert für diese durchschnittliche Frequenz lieferte; man sollte daher umgekehrt versuchen hieraus, etwa mit Hilfe des Ansatzes (14), wenigstens einen Anhalt über die wirkliche, quantenhafte Energieverteilungskurve zu gewinnen, die an Stelle von (15) zu treten hätte. Zugunsten der Auffassung, daß (15) einer Modifikation bedarf, läßt sich das Ergebnis einer kritischen Untersuchung der experimentellen Grundlagen des Planckschen Strahlungsgesetzes deuten, die von Nernst und Wulf[1]) ausgeführt wurde und wahrscheinlich macht, daß das gegenwärtige Plancksche Gesetz der Wirklichkeit nicht exakt entspricht. Es liegt nahe, auch hier die Ursache in einem unrichtigen Ansatz des Energieverteilungsgesetzes zu suchen; man käme dann vermutlich mit einer verhältnismäßig geringfügigen Änderung der Planckschen Formeln aus und könnte vor allem an dem universellen Wirkungsquantum h festhalten, dessen Realität auf Grund von zum Teil auf ganz anderen Gebieten liegenden Erscheinungen wohl gesichert ist.

Bei der zweiten Planckschen Theorie braucht die Nullpunktsenergie zwar nicht gewaltsam eingeführt zu werden, sondern ergibt sich als eine natürliche Folge einer kontinuierlichen Absorption und diskontinuierlichen Emission. Sie bedingt daher auch einen erheblich milderen Eingriff in das Gibbs-Boltzmannsche Prinzip. Eine Entscheidung für oder gegen die zweite Plancksche Hypothese vermag die Theorie der Rotationswärme nicht zu erbringen, da in der Berech-

1) Verh. d. D. phys. Ges. 21, 294, 1919.

nung, je nach den sonstigen Annahmen, beide Auffassungen zu sehr ineinander übergehen oder sogar zu identischen Endformeln führen [1]).

III. Spektrum.

Wenn die Atome eines Gasmoleküls elektrisch geladen sind, wie etwa beim *HCl*, so entstehen unmittelbar durch die Rotation der Moleküle elektromagnetische Wellen, die im allgemeinen im langwelligen ultraroten Spektralgebiet liegen. Das auf diese Weise unmittelbar erzeugte Spektrum, das sogenannte Rotationsspektrum, zeigt bereits auf den ersten Blick eine quantenhafte Struktur, denn es besteht bei hinreichend geringem Druck des Gases aus einer Anzahl diskreter scharfer Linien und nicht, wie man bei der kontinuierlichen Verteilung der Rotationsgeschwindigkeiten zu erwarten hätte, aus einem einzigen, sehr breiten Band. Ebenso liegen die Verhältnisse dort, wo die Rotationsbewegung die Spektralerscheinungen infolge des Rayleighschen Effektes (S. 365) indirekt beeinflußt. Wie E. v. Bahr zeigte [2]), hängt die Schärfe der kurzwelligen und langwelligen ultraroten Linien vom Gesamtdruck, nicht dem Partialdruck des absorbierenden Gases ab, was ja auch bei anderen Spektralerscheinungen beobachtet wurde.

Ähnlich wie bei Abschnitt II sei auch hier das in Frage kommende Tatsachenmaterial zunächst kurz zusammengestellt.

1. Experimentelles.

a) Ultrarotes Spektrum.

Am genauesten untersucht ist das ultrarote Absorptionsspektrum des Wasserdampfes. Dasselbe besteht aus drei Teilen:

1. Einigen einfachen, breiten, nicht weiter auflösbaren Streifen zwischen 0,9 und 3 μ, deren Ursprung noch nicht geklärt ist und die wahrscheinlich mit dem Rotationsspektrum keinen Zusammenhang besitzen.

2. Aus einer großen Anzahl mehr oder weniger scharfer Streifen zwischen 9 und 34 μ, deren Lage durch umfassende, mit allen neueren

---

1) Dagegen ist die Bohrsche Theorie der Linienspektra mit der 2. Planckschen Theorie kaum in Einklang zu bringen. Auch scheint der Temperaturverlauf der Atomwärme einatomiger Flüssigkeiten gegen eine Nullpunktsenergie im Sinne der 2. Planckschen Theorie zu sprechen (vgl. A. Eucken, Verh. d. D. Phys. Ges. **18**, 20 (1916), wohl aber mit einer Bohr-Reicheschen Nullpunktsenergie vereinbar zu sein.

2) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 673, 716, 1913.

Hilfsmitteln angestellten Messungen von Rubens und Hettner[1]) so genau wie möglich festgelegt ist. Die Absorption ist bei 9 μ ziemlich gering und steigt nach wachsenden Wellenlängen bis 34 μ zu dauernd an. Nach größeren Wellenlängen hin schließt sich hieran ein Gebiet an, in dem die Absorption noch größer wird und gleichfalls stark selektiven Charakter trägt. Auf Grund seiner Reststrahlenmessungen konnte Rubens Stellen größter Absorption bei 44, 50, 58,5, 66, 79, 106 μ feststellen[2]). Diese Messungen waren indessen, ebenso wie die von Rubens und Hettner bei dem relativ hohen Gesamtdruck von einer Atmosphäre ausgeführt worden. Es ist daher wohl anzunehmen, daß das Spektrum noch nicht seine volle Schärfe erreicht hatte, wie sie bei einem sehr geringen Gesamtdruck zu erwarten ist, und daß daher noch eine Anzahl der beobachteten Streifen komplexer Natur ist. Ein Blick auf die graphische Darstellung der Beobachtungen von Rubens und Hettner[3]) scheint diese Auffassung zu bestätigen, z. B. erkennt man deutlich, daß der Streifen bei 21,4 μ sich offenbar aus mehreren zusammensetzt.

Es liegt von vornherein nahe, diesen Teil des Spektrums als das Rotationsspektrum auzusprechen; die Beobachtungen sind in Tabelle IV, Spalte 2, wiedergegeben (siehe Seite 391 und 392).

3. Bei 6,3 und 3,15 μ befinden sich zwei breite Doppelbanden, von denen die erstere besonders deutlich hervortritt, während die letztere von einem anderen Streifen bei 2,7 μ teilweise überlagert wird. Diese Doppelbanden sind nun nicht, wie die Linien oberhalb 9 μ einheitlich, sondern bestehen aus einer großen Anzahl feiner Linien. Die diskontinuierliche Struktur derartiger Doppelbanden (z. B. beim CO_2) war bereits seit längerer Zeit auf Grund verschiedener indirekter Beobachtungen vermutet worden, insbesondere infolge der Nichtgültigkeit des einfachen Absorptionsgesetzes $J = J_0\, e^{-\alpha l}$, das die durchgelassene Lichtintensität J als Funktion der Schichtdicke l wiedergibt[4]). Es gelang nun zuerst E. v. Bahr, die Wasserdampfbande bei 6,3 μ so weit aufzulösen, daß man ihre Feinstruktur ausmessen konnte[5]). Die

1) Berl. Akad. Ber. **1916**, 167; ferner G. Hettner, Ann. d. Phys. **55**, 476, 1918. Das Gebiet zwischen 10 und 20 μ ist zuerst von Rubens und Aschkinaß (Wied. Ann. **64**, 584, 1898) untersucht worden.

2) Berl. Akad. Ber. **1910**, 26; **1913**, 513.

3) l. c. Fig. 1.

4) Zuerst von Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. **16**, 93, 1905; ferner H. Schmidt, Ann. d. Phys. **29**, 971, 1909; E. Buchwald, Ann. d. Phys. **33**, 928, 1910; G. Hertz, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 617, 1911.

5) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 731, 1913.

Tabelle IV. Rotationsspektrum des Wasserdampfes.

λ Beobachtet		Berechnet nach (13)		Berechnet nach (30a)		
indirekt	direkt[1]	$\lambda = \frac{400}{n}$	$\lambda = \frac{173}{n}$	$\lambda = \frac{591}{n+1/2}$	$\lambda = \frac{180}{n+1/2}$	$\lambda = \frac{424}{n+1/2}$
392		400		394		
245		200		237		283
171			173	169		170
126		133		131,5	121,5	121,5
109	106	100		107,5		
91,5			87	91,0		94,3
80	79	80		79		77,0
69,5				69,7	72,2	
67	66	66,6				65,4
62,5				62,5		
55	58,5	57,2	57,8	56,5		56,5
49	50	50		51,5	51,5	49,9
47,5				47,5		
45	44	44,5	43,3	43,8		44,6
42				40,8	40,1	40,3
39		40,0		38,2		
35,7		36,5		35,9		36,8
32,8	33,3	33,3	34,7	33,8 32,0	32,8	34,0 31,4
30,7	30,8	30,7		30,4		
28,6	28,8	28,5	28,9	28,8		29,2
				27,6	27,7	27,4
27,0	26,8	26,7		26,3		
25,2	24,7	25,0	24,7	25,2		25,6
24,3				24,2	24,1	24,2
23,3	23,1	23,5		23,2		23,0
21,8	21,6	22,2	21,8	22,4 21,6	21,2	21,8
20,6	20,5	21,0		20,8		20,6
19,9	19,7	20,0		20,0		19,7
19,3	19,22	19,1	19,27	19,40 18,80	19,00	18,85
	18,37	18,2		18,25		18,10
	17,88	17,4	17,33	17,70 17,25	17,20	17,30
	16,80	16,7		16,70		16,65
	16,0	16,0		16,20		16,00
	15,62	15,4	15,75	15,80 15,40	15,65	15,45

1) Besonders stark ausgeprägte Streifen sind durch fetten Druck hervorgehoben.

Beobachtet		Berechnet nach (13)		Berechnet nach (30 a)		
indirekt	direkt	$\lambda = \frac{400}{n}$	$\lambda = \frac{173}{n}$	$\lambda = \frac{591}{n + 1/2}$	$\lambda = \frac{180}{n + 1/2}$	$\lambda = \frac{424}{n + 1/2}$
	14,98	14,8		15,00		14,90
	14,32	14,28	14,45	14,62 14,30 13,95	14,45	14,37
	13,62	13,78		13,62		13,90
	13,34	13,33	13,33	13,30 13,00	13,36	13,47 13,05
	12,82	12,90		12,73		12,67
	12,42	12,50	12,38	12,48 12,20	12,42	12,30
	11,89	12,12		11,95		11,94
	11,66	11,75	11,56	11,72	11,62	11,62
	11,47	11,43		11,50		
	11,24	11,12		11,27		11,30
	10,94		10,84	11,03	10,92	11,00
	10,80	10,80		10,88		
	10,66	10,52		10,69		10,72
	10,30	10,25	10,20	10,47 10,31 10,12	10,30	10,46 10,20
	9,98	10,0		9,95		9,98
	9,74	9,76	9,64	9,80 9,62	9,74	9,75
	9,50	9,52		9,48		9,53
	9,30	9,30		9,31		9,32

Messungen sind später von Rubens und Hettner nach langen Wellen zu erweitert worden und von Hettner auf die Bande 3,15 ausgedehnt worden. Als wertvolle Ergänzung für den abfallenden Ast der Doppelbande 6,3 μ nach kurzen Wellenlängen treten hierzu Streifen, die Langley[1]) im ultraroten Sonnenspektrum gefunden hat, und die jedenfalls durch den Wasserdampfgehalt der Atmosphäre verursacht sind.

Faßt man die Feinstruktur der Doppelbanden als eine Folge der Molekülrotation im Sinne Rayleighs auf, so müssen auf Grund von (2) die einzelnen Rotationsfrequenzen ν gleich dem Abstand der einzelnen Doppelbandenlinien (ν') von der Mitte der Doppelbande (ν_0') sein:

$$\nu = \pm \nu_2' \mp \nu_0' \qquad (23)$$

1) Annals of the Astrophysical Observatory of the Smithsonian Institution Vol I, 127, 1900.

Es ist nun bemerkenswert, daß das direkt beobachtete langwellige ultrarote Spektrum (Tab. IV, Spalte 2) mit dem mittels (23) zu gewinnenden Spektrum (Tab. IV, Spalte 1) übereinstimmt. Es ergibt sich hieraus einerseits, daß eine Deutung der Doppelbande im Sinne Rayleighs zutreffend ist, andererseits, daß die Linien oberhalb 9 μ tatsächlich das Rotationsspektrum darstellen.

Wie Bjerrum[1]) zeigte, ist ein Teil des Rotationsspektrums gut durch die einfache Beziehung

$$\nu_1 = an \tag{24}$$

darzustellen. Eine nahezu vollständige Wiedergabe des gesamten Rotationsspektrums gelingt, wenn man eine zweite Serie $\nu_2 = bn$ hinzunimmt[2]) (vgl. Tab. IV, Spalte 3 und 4). Die Größe a beträgt 57,7, b 25 [cm^{-1}], wenn man ν_1 und ν_2 in reziproken Wellenlängen ausdrückt.

Ähnliche Messungen wie beim Wasserdampf liegen nur noch beim Salzsäuredampf vor. Zwar ist hier das eigentliche Rotationsspektrum noch nicht genauer analysiert worden[3]), doch vermochte E. v. Bahr die Doppelbande 3,5 μ in ihre Feinstruktur aufzulösen[4]), so daß man nach (23) die sieben ersten Rotationsfrequenzen ermitteln konnte. Dieselben sind, wie Tabelle V zeigt, gleichfalls durch (24) wiederzugeben.

Tabelle V.

Rotationsspektrum des HCl.

λ_r beobachtet (indirekt)	n	λ_r berechnet	
		$\lambda = \frac{480}{n}$	$\lambda = \frac{540}{n + 1/2}$
405	1	480	360
215	2	240	216
149	3	160	154
114,5	4	120	120
94	5	96	98
81,5	6	80	83
73,5	7	68,5	72

1) Nernst-Festschrift 1912, 90.

2) A. Eucken, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 1159, 1913.

3) Es liegen zurzeit nur Angaben von Rubens und v. Wartenberg (Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 801, 1911) vor, nach denen das HCl-Gas bei $\lambda = 110$ μ ziemlich stark, bei $\lambda = 52$ μ und einer komplexen Strahlung zwischen 200 und 350 μ bereits merklich weniger absorbiert.

4) Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 1150, 1913.

Die Genauigkeit, mit der (24) erfüllt ist, ist allerdings erheblich geringer als beim Wasser. Ob die Abweichungen noch innerhalb der möglichen Versuchsfehler liegen, ist zweifelhaft.

Weitere quantitative Messungen sind bisher nicht ausgeführt worden, nur konnte, wie bereits erwähnt, noch bei einigen Gasen (CO_2, CO, N_2O u. a.) eine Feinstruktur der Doppelbanden qualitativ nachgewiesen werden [1]).

b) Sichtbares und ultraviolettes Spektrum.

Da kein Grund vorzuliegen scheint, die Gültigkeit von (23) auf das ultrarote Gebiet zu beschränken, sollte man auch im sichtbaren und ultravioletten Gebiet das Auftreten von Doppelbanden erwarten, die aus einer Anzahl einzelner, in bezug auf die ν-Werte äquidistanter Linien bestehen. Diese Erwartung wird merkwürdigerweise nicht erfüllt.

In den zum Teil recht komplizierten Absorptionsspektren einiger Gase treten zwar äquidistante — nach den Intensitätsverhältnissen beurteilt, auch zusammengehörige Linien auf. Beispiele hierfür bieten die Spektren des SO_2 ($a = 223$)[2]), des $CrCl_2O_2$ ($a = 133$)[3]), des Benzols ($a = 920$), sowie einer Anzahl weiterer Kohlenwasserstoffe[4]). Doch greifen die Linien der verschiedenen Banden stark ineinander und, was noch auffallender ist, der Abstand der äquidistanten Linien ist so groß, daß nach (23) ein noch im kurzwelligen Ultrarot liegendes Rotationsspektrum zu erwarten wäre. Dies ist in Analogie zum Wasserdampf von vornherein zum mindesten sehr unwahrscheinlich und in einigen Fällen als direkt experimentell widerlegt anzusehen; z. B. müßte beim SO_2, indem man obigen a-Wert in (24) und $n \sim 10$ einsetzt, ein Rotationsspektrum etwa bei 4,5 μ liegen, in Wirklichkeit findet man in diesem Gebiele kein Rotationsspektrum, sondern bei 7,29 und 7,41 μ eine Doppelbande, aus deren Abstand sich nach (23) die Rotationswellenlänge größter Intensität zu etwa 900 μ ergibt[5]); nach den Messungen von Rubens und v. Wartenberg liegt der Schwerpunkt des Rotationsspektrums in der Tat jedenfalls oberhalb 300 μ. Der Ursprung der offenbar zusammengehörigen äquidistanten Linien ist

1) Vgl. insbesondere E. v. Bahr, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 710, 1913.

2) Lowater, Astrophys. Journ. **31**, 311, 1910.

3) Käbitz, Diss. Bonn 1904.

4) R. Witte, Zeitschr. f. wiss. Phot. **14**, 347, 1915; Chr. Strasser, ebenda **14**, 281, 1915.

5) E. v. Bahr, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 729, 1913.

daher vorläufig noch nicht geklärt. Es kann sich wohl nur um eine Mannigfaltigkeit intramolekularer Schwingungen handeln, für die ebenfalls eine Gleichung von der Gestalt von (24) gilt; ein unmittelbarer Zusammenhang dieser Linien mit dem Rotationsspektrum ist aber nicht anzunehmen.

Äquidistante Linien, deren Abstand von der gleichen Größenordnung ist wie bei den erwähnten Absorptionsspektren, also vermutlich gleichfalls nicht unmittelbar mit dem Rotationsspektrum zusammenhängen, treten ferner in sehr auffallender Weise im Fluoreszenzspektrum des J_2-Dampfes[1]) und im *Na*-Dampf auf[2]). Da die fraglichen Linien im letzteren Falle an das Vorhandensein von Wasserstoff gebunden zu sein scheinen, liegt es nahe, sie dem Molekül *NaH* zuzuschreiben. —

Eine Reihe von Gasen emittieren bekanntlich unter geeigneten Bedingungen ein Bandenspektrum, das sich in charakteristischer Weise von dem Linienspektrum unterscheidet. Während die Linienspektren in Übereinstimmung mit den Theorien Bohrs zweifellos von den Atomen herrühren, scheint das Bandenspektrum seinen Ursprung den Molekülen zu verdanken (und müßte daher mit der Molekülrotation im Zusammenhang stehen). Diese Auffassung ist bereits recht alt, sie ist dann häufig bestritten worden, neuerdings scheint sich die Wagschale wieder zu ihren Gunsten zu neigen. In zahlreichen Fällen konnte nämlich wahrscheinlich gemacht werden, daß das zunächst einem einatomigen Molekül zugeschriebene Bandenspektrum in Wirklichkeit einer Verbindung, etwa einem Oxyd oder Hydrid oder dergleichen zukommt. Immerhin besteht auch jetzt noch eine Reihe von Fällen, die nicht geklärt sind. Z. B. zeigen bekanntlich der *Cu*- und *Hg*-Dampf, die beide unbedingt als einatomig anzusprechen sind, unter gewissen Versuchsbedingungen ein Bandenspektrum. Es wäre von Interesse, nachzuprüfen, ob auch hier das Bandenspektrum durch das Auftreten einer Verbindung gedeutet werden kann. Die (endotherme) Bildung eines gasförmigen Hydrids scheint bei sehr hoher Temperatur in geringen Konzentrationen thermochemisch nicht ganz ausgeschlossen zu sein[3]).

---

1) R. W. Wood, Phys. Zeitschr. 14, 177, 1913.

2) Auf diese Erscheinungen wies mich Herr R. Ladenburg freundlichst hin.

3) Für den Träger des *Cu*-Bandenspektrums ergibt sich nach den Angaben Heurlingers und nach Gleichung (27) ein Trägheitsmoment von $3{,}7 \cdot 10^{-40}$, das also sehr nahe mit dem des *HBr* übereinstimmt. Beim Quecksilber findet man drei Trägheitsmomente zwischen 3,5 und $9 \cdot 10^{-40}$. Hier-

Beinahe noch schwieriger ist die Erklärung des Ursprungs eines von Goldstein[1]) und Curtis[2]) in Heliumröhren entdeckten Spektrums, das gleichfalls den Charakter eines Bandenspektrums trägt[3]).

Trotz dieser Bedenken möge im Folgenden in Übereinstimmung mit der Mehrzahl der neueren Autoren daran festgehalten werden, daß ausschließlich Moleküle Träger von Bandenspektren seien. Ihre volle Berechtigung erhält diese Auffassung allerdings erst nachträglich durch eine bemerkenswerte quantitative Bestätigung ihrer Folgerungen an der Erfahrung.

Nach Deslandres lassen sich die Linien einer Bande durch die Formel:

$$\nu' = \nu_0 + cn^2 \tag{25}$$

darstellen, wenn man die Linien ($n = 1, 2, 3 \ldots$) von dem Bandenkopf ν_0 aus zählt. Die Formel gilt in keinem Falle genau, häufig sogar nur in recht roher Annäherung. Man hat nun (25) durch Zusatzglieder mit höheren Potenzen von n zu einer unendlichen Reihe ergänzt, auch war man bestrebt, an Stelle dieser unendlichen Reihen geschlossene Ausdrücke zu finden, bisher gelang es aber nicht, eine Formel zu finden, die in bezug auf Genauigkeit auch nur annähernd dasselbe leistet, wie die Balmer-Rydbergschen Formeln bei den Linienspektren. Ein besonderer Mangel von (25) besteht darin, daß sie im allgemeinen den Intensitätsverhältnissen schlecht Rechnung trägt, kommt es doch oft vor, daß die Intensität der nach Deslandres zu einer Bande gehöriger Linien ein Minimum durchläuft.

Durch systematische sorgfältige Untersuchungen, deren Wert durch eine übersichtlichere Darstellung noch mehr hervortreten würde, gelang es nun T. Heurlinger[4]), das dunkle Gebiet der Bandenspektren etwas aufzuhellen. Nach Heurlinger hat man mit der Zählung der Linien nicht beim Bandenkopf zu beginnen, sondern beim Intensitätsminimum.

---

nach ist die Annahme von Hydriden (CuH und HgH_2) recht naheliegend, alle anderen Verbindungen würden nämlich eine andere Größenordnung der Trägheitsmomente liefern.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 402, 1913.

2) Proc. Roy. Soc. (A) **89**, 146, 1914.

3) W. Lenz (Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 637, 1919) vermutet als Träger dieses Spektrums ein $(He)_2$-Molekül, was mit der Größenordnung des nach (27) sich ergebenden Trägheitsmoments ($1{,}7 \cdot 10^{-40}$) übereinstimmen würde, im übrigen aber mit den bisherigen Erfahrungen an den Edelgasen kaum vereinbar ist.

4) Untersuchungen über die Struktur der Bandenspektra. Lund 1918; Phys. Zeitschr. **19**, 316, 1918; **20**, 188, 1919.

Die abgekürzte Gleichung (25) kann dann nicht mehr beibehalten werden, sondern ist um ein lineares Glied zu ergänzen, so daß zu setzen ist:

$$\nu' = \nu_0' \pm c_1 n \pm c_2 n^2. \tag{26}$$

Haben die beiden letzten Glieder entgegengesetztes Vorzeichen, was nicht selten vorkommt, so hat man eine „rückläufige" Serie, d. h. ν' wächst (sinkt) zunächst bei zunehmenden n, durchläuft ein Maximum (Minimum) und fällt (steigt) dann wieder. Dieses Maximum erscheint im Spektrum als Bandenkopf, dem somit eine mehr zufällige und nicht, wie in (25), eine prinzipielle Bedeutung zukommt. Stellt man die Intensitäten der Linien einer Bande nunmehr als Funktion von n dar, so erhält man ein Bild (vgl. Fig. 2), das an das einer ultraroten

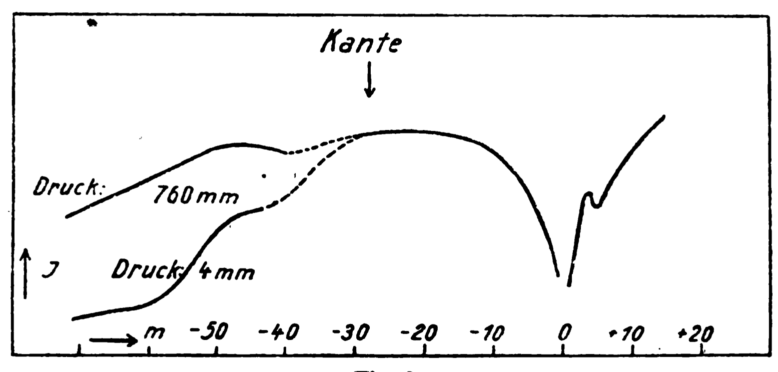


Fig. 2.

Doppelbande erinnert. Nur läßt die Symmetrie der beiden Äste zu wünschen übrig, häufig scheint sogar der eine der beiden Äste völlig unterdrückt zu sein.

In manchen Fällen bereitet das Auffinden der Nullinie auf Grund der Intensitätsverhältnisse Schwierigkeiten, da in der Nähe des Intensitätsminimums in der Regel eine Anzahl Linien nicht erkennbar sind. Heurlinger fand, daß in derartigen Fällen gewisse Unregelmäßigkeiten oder Störungen im Spektrum einen Anhalt bieten; merkwürdigerweise liegen diese Störungen allerdings nicht ganz symmetrisch zur Nullinie, sondern es entsprechen sich nach Heurlinger die Linien n und $-(n+1)$.

Das bemerkenswerteste Ergebnis, zu dem Heurlinger bei der Zählung von der schwächsten Linie aus gelangt, besteht nun darin, daß sich die Größe c_1 nicht nur für verschiedene Banden

ein und desselben Spektrums als konstant erweist, sondern auch bei ein und demselben Gas innerhalb der verschiedenen Spektren nahezu gleich bleibt. Die Größe c_2 ist dagegen sogar innerhalb eines einzigen Spektrums ziemlich beträchtlichen Schwankungen unterworfen. Ein Beispiel für die gute Konstanz von c_1 innerhalb eines Spektrums bieten die neuerdings dem N_2-Molekül zugeschriebene Cyanbanden (vgl. Tab. VI).

Tabelle VI.
Konstanten der Gleichung (26) für die sog. Cyanbanden (nach Heurlinger).

Bande	c_1			100 c_2		
	Serie			Serie		
	A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
3590 Å		3,88	3,80		4,5	4,1
3883	3,84	3,81	3,88	6,8	6,4	5,6
4216	3,83	3,80	3,78	8,5	8,2	7,6
4606	3,85	3,82		10,1	9,7	

Die Größe ν_0' in (26) oder ν_0 in (25) zeigt in der Regel eine doppelte Mannigfaltigkeit. Einerseits lassen sich auseinanderliegende ν_0'-Werte zu Serien zusammenfassen, für die gleichfalls eine Formel von der Gestalt (26) gilt. Vereinigt man andererseits benachbarte ν_0'-Werte, so erhält man eine Bandengruppe, für die zuweilen gleichfalls (26) angenähert gilt, die aber in der Regel komplizierter gebaut ist.

Es zeigt sich somit, daß für die Veränderlichkeit der ν_0'-Werte innerhalb des Spektrums ähnliche Gesetzmäßigkeiten zu gelten scheinen, wie für die ν'-Werte innerhalb einer Bande. Das Resultat ist vielleicht etwas befremdend, wenn man die Struktur der einzelnen Banden, wie sie in erster Annäherung durch (26) dargestellt wird, irgendwie als eine Folge der Rotationsbewegung ansieht. Eher sollte man erwarten, daß die ν_0'-Werte einem für die intraatomaren Schwingungen, also die Linienspektren gültigen Gesetze folgen. Bei dem bereits erwähnten Bandenspektrum des *He*[1]) und dem sogenannten Viellinienspektrum des H_2 ließen sich die ν_0'-Werte tatsächlich dem Rydbergschen Gesetze anpassen[2]), doch sind diese Fälle eigentlich nicht typisch.

1) Fowler, Proc. Roy. Soc. **91**, A. 208, 1915.

2) Fulcher, Phys. Zeitschr. **13**, 1137, 1912; Croze, Ann. de phys. **1**, 35, 1914.

So überaus wichtig es auch für die Kenntnis des Molekülbaues sein wird, die Veränderlichkeit der ν_0' Werte zu klären, so ist doch anzunehmen, daß dieselbe mit der Rotation des Gesamtmoleküls nicht im Zusammenhang steht, sondern daß die Rotation nur in der Struktur der einzelnen Banden zum Ausdruck kommt. Für die folgenden Überlegungen ist es daher kaum von Schaden, wenn die Frage nach der Mannigfaltigkeit der ν_0'-Werte vorläufig offen gelassen werden muß.

2. Theoretische Deutungen.

a) Einmaliger Quantenansatz.

Bjerrum[1]) nimmt im Sinne der ersten Planckschen Theorie an, daß die molekulare Rotationsenergie stets aus ganzen Vielfachen eines Energiequantums bestehe, es ergibt sich hieraus, daß das Molekül nur mit ganz bestimmten Frequenzen zu rotieren vermag, die sich nach den Überlegungen S. 378 aus

$$\nu = \frac{hn}{4\pi^2 J} \qquad (13)$$

berechnen lassen. Bjerrum nimmt weiter an, daß diese Rotation sich unmittelbar elektromagnetisch bemerkbar mache, falls das Molekül polare Ladungen trägt und verlangt daher, daß (13) ohne weiteres den Verlauf des beobachtbaren Rotationsspektrums darstellt.

Wie bereits gezeigt, läßt sich in den bisher untersuchten Fällen (H_2O, HCl) das Rotationsspektrum tatsächlich durch (13) bzw. (24) befriedigend wiedergegeben. Indem man weiterhin

$$a = \frac{h}{c 4\pi^2 J} = \frac{54}{J} \cdot 10^{-40} \qquad (27)$$

setzt[2]), hat man sofort ein Mittel, die Auffassung Bjerrums quantitativ zu prüfen. Man erhält auf diese Weise für H_2O entsprechend den beiden Serien zwei Trägheitsmomente: $J_1 = 2{,}16 \cdot 10^{-40}$; $J_2 = 0{,}94 \cdot 10^{-40}$. Da nach zwei von speziellen Quantensätzen unabhängigen Methoden für ein mittleres Trägheitsmoment übereinstimmend 2,1 bis $2{,}2 \cdot 10^{-40}$ gefunden wurde, ist das Ergebnis 2,16 und $0{,}94 \cdot 10^{-40}$ eigentlich nicht ganz zufriedenstellend. Die Verhältnisse sind nun aber bei dreiatomigen Substanzen immerhin weniger einfach und übersichtlich als bei zweiatomigen, daher ist vielleicht größerer Wert zu legen

1) Nernst-Festschrift 91, 1912.

2) Wie erwähnt, ist a in reziproken Wellenlängen angegeben, während ν in (13) Schwingungszahl pro sec bedeutet; um daher (13) und (24) zu vergleichen, ist (13) durch die Lichtgeschwindigkeit ($3 \cdot 10^{10}$) zu dividieren.

auf das Ergebnis beim HCl. Hier ergibt sich aus dem Rotationsspektrum $J = 2{,}6 \cdot 10^{-40}$, während oben $2{,}9 \cdot 10^{-40}$ gefunden wurde. Der Unterschied von 11,5 Proz. könnte noch zwanglos durch Beobachtungsfehler erklärt werden.

Zur Wiedergabe der Bandenspektren hatte sich, wie erwähnt, die Darstellungsweise Heurlingers

$$\nu' = \nu_0' + c_1 n + c_2 n^2 \tag{26}$$

bewährt, und zwar zeigte sich der Faktor c_1 von der speziellen Natur der Bande und sogar des Spektrums als unabhängig, während c_2 sich unregelmäßig verhielt. Es liegt hiernach nahe, das Glied $c_2 m^2$ irgendwelchen sekundären Effekten zuzuschreiben und es daher zunächst fortzulassen. Dann läßt sich (26) mit (23) und (13) ohne weiteres vergleichen und man erhält wiederum (27) (d. h. c_1 wird identisch mit a), so daß man J berechnen kann.

Das Ergebnis für eine Anzahl von Gasen ist in der letzten Spalte der Tabelle VII verzeichnet und führt zu einer vollen Bestätigung der Formel (27). Beim Wasserdampf ist zwar ein ultraviolettes Bandenspektrum bei 3000 Å genau ausgemessen worden[1]), doch lassen sich für c_1 und daher auch für J nur ungefähre Werte angeben, da der Bau der Serien recht unregelmäßig und (26) keineswegs erfüllt ist, so daß eine exakte Extrapolation der Beobachtungen unmittelbar bis zur Nullinie nicht möglich und man auf eine Schätzung von c_1 angewiesen ist.

Trotz ihres auffallenden Erfolges lassen sich gegen die Bjerrumsche Auffassung bei näherem Zusehen Bedenken erheben, die im wesentlichen die gleichen sind, wie gegen die erste Plancksche Theorie überhaupt. Nimmt man nämlich an, daß den Rotatoren nur ganz bestimmte, scharfe Frequenzen zukommen, so ist schwer einzusehen, auf welche Weise dieselben einem Strahlungsfeld, in dem die Energie räumlich und zeitlich einigermaßen kontinuierlich verteilt ist, überhaupt Energie zu entnehmen vermögen. Denn die geringste Absorption seitens des Rotators muß ja dessen Frequenz erhöhen — auf eine andere Weise kann keine Energievermehrung eintreten — falls man dem Rotator, wie üblich, nur kinetische Energie zuschreibt und eine derartige kontinuierliche Frequenzänderung wird ja (wenigstens bei hinreichend verdünnten Gasen) als unmöglich vorausgesetzt. Man müßte daher irgendeine mehr oder weniger komplizierte Hilfsannahme, etwa von der folgenden Gestalt hinzunehmen: Der Rotator einer bestimmten Frequenz

1) L. Grebe u. O. Holtz, Ann. d. Phys. **39**, 1243, 1912.

Tabelle VII.

Molekulare Trägheitsmomente ($J \cdot 10^{40}$).

Gas	Ergebnisse aus Abschn. I			Ergebnisse aus Abschn. III			
	Aus dem Abstand von Doppelbanden nach Gl. (4)	Aus dem Molekülmodell	Aus der Dampfdruckkurve	Ultrarotes Spektrum nach Gleichung (13)	Ultrarotes Spektrum nach Gleichung (30a)	Bandenspektrum nach Gleichung (29)	Bandenspektrum nach Gleichung (27)
H_2	—	0,29	0,143	—	—	—	kleiner als 0,185 [1]
NH_3	—	—	0,91	—	—	—	—
H_2O	[2,1]	—	2,15	2,16; 0,94	3,20; 2,29; 0,975	ca. 14,0 [2]	etwa 2,4—3,1; 1,0
CO_2	[174]	—	8,6 (?)	—	—	—	—
N_2	—	12,2	14,7	—	—	140 [3] bis 400	14,2 [5]
CO	14,7	14,1	[14,7]	—	—	etwa 130 [4]	15,8 [5]
O_2	—	11,0	48 ?	—	—	80 bis 140 [3]	9,5 [5]
HCl	2,9	—	—	2,6	2,9	—	—
HBr	3,6	—	—	3,3	—	—	—

1) Nach W. Lenz.

2) Nach Angaben von Heurlinger; der von Schwarzschild angegebene Wert $3 \cdot 10^{-40}$ beruht auf älteren Messungen Meyerheims und einer von diesem vorgeschlagenen Serienanordnung, die nach Heurlinger unzutreffend ist.

3) Nach Schwarzschild.

4) Nach Angaben von P. Wolter, Zeitschr. f. wiss. Phot. 9, 361, 1911.

5) Nach Angaben von Heurlinger.

absorbiert, verwendet die absorbierte Energie aber zunächst nicht zur Erhöhung seiner Frequenz, sondern speichert sie in anderer Form, etwa als potentielle Energie auf und behält daher seine ursprüngliche Frequenz noch eine Zeitlang bei. Erst wenn die Energieaufnahme ein gewisses Maß überschritten hat, verwandelt sich die aufgespeicherte Energie sprungweise in kinetische, d. h. die Frequenz springt von dem ursprünglichen Wert zu dem nächsthöheren. Nur ungern wird man sich zu dieser oder einer ähnlichen, aber wie es scheint, unvermeidbaren Hilfsannahme entschließen.

Planck[1]) versuchte daher, das beobachtete diskontinuierliche Rotationsspektrum auf Grund seiner zweiten Theorie zu erklären. Die Überlegungen, die unter einigen vereinfachenden Voraussetzungen, insbesondere unter der Annahme einer sehr schwachen Absorption ausgeführt wurden, beruhen größtenteils auf klassischer elektrodynamischer Grundlage; der Quantenansatz wird erst zum Schluß eingeführt. Die Rechnung wird sowohl an eindimensionalen Rotatoren mit fester Achse als auch an freien zweidimensionalen Dipolen durchgeführt; das Endergebnis in bezug auf das Absorptionsspektrum ist in beiden Fällen das gleiche, wenn auch die Zwischenresultate voneinander abweichen.

Läßt man auf einen (festen) Rotator, der zufällig die Frequenz ν_0 hat, eine Strahlung von der gleichen Frequenz ν_0 auffallen, so wird, gleichgültig, wie stark die Strahlung ist, keine Frequenz- oder Energieänderung des Rotators eintreten. Hierin besteht ein grundlegender Unterschied gegenüber dem Verhalten eines Oszillators. Hat man drei Rotatoren etwa von der Frequenz ν_0, $\nu_0 + d\nu$, $\nu_0 - d\nu$, so wird durch die Strahlung ν_0 der Rotator $\nu_0 + d\nu$ verzögert, der Rotator $\nu_0 - d\nu$ wird beschleunigt; der eine gibt somit Energie ab, der andere nimmt ebensoviel auf. Insgesamt gibt die Strahlung also keine Energie an die Rotatoren ab. Wie die ausführliche Rechnung Plancks zeigt, und wie leicht zu übersehen, bleibt dieses Resultat bestehen, wenn unendlich viele Rotatoren vorhanden sind, und ihre Verteilungsdichte oberhalb und unterhalb von ν_0 symmetrisch ist. Dieses wird aber für eine beliebige Lage von ν_0 nur dann der Fall sein, wenn die Verteilungsdichte der Rotatoren (als Funktion der Frequenz) überall konstant ist. Erst wenn die Verteilungsdichte zu beiden Seiten von ν_0 unsymmetrisch ist, wenn also z. B. unterhalb ν_0 mehr Rotatoren vorhanden sind als oberhalb, ist insgesamt eine Absorption möglich. Auf dieses zunächst überraschende Ergebnis bauen sich die weiteren

1) Ann. d. Phys. **52**, 491, 1917; **53**, 241, 1917.

Schlußfolgerungen mühelos auf. Nach der zweiten verallgemeinerten Planckschen Theorie besitzen nämlich eindimensionale Gebilde in der Tat innerhalb der endlichen Zellen des Phasenraumes (vgl. S. 384) konstante Verteilungsdichte, an den Grenzen der Phasenzellen ändert sich die Verteilungsdichte dagegen sprungweise um einen bestimmten Betrag.

Die Anwendung des obigen Ergebnisses, daß nur an Stellen, wo die Verteilungsdichte sich ändert, Absorption möglich sei, führt hier also unmittelbar zu einem diskontinuierlichen äquidistanten Absorptionsspektrum, wie es (13) und den Beobachtungen entspricht. Die Rechnung für freie, zweidimensionale Rotatoren ergibt zunächst, daß hier dann keine Absorption stattfindet, wenn die Verteilungsdichte proportional der Frequenz ist. Der verallgemeinerte Plancksche Quantenansatz zeigt nun, daß bei zweidimensionalen Gebilden gerade diese Bedingung innerhalb der Phasenzellen erfüllt ist. Ebenso wie beim eindimensionalen Rotator findet daher nach Planck auch bei zweidimensionalen freien Rotatoren Absorption nur an den Grenzen der Phasenzellen, also in Abständen von $\frac{h}{4\pi^2 J}$ statt.

Auf dieses Ergebnis hin kann man das beobachtete diskontinuierliche Rotationsspektrum nicht mehr als ein eindeutiges Argument zugunsten der ersten Planckschen Theorie buchen, so nahe diese Auffassung auch ursprünglich zu liegen schien. Eher wird man der zweiten Theorie den Vorzug zu geben geneigt sein. Weitergehende Schlußfolgerungen sind wohl zurzeit verfrüht; die Rechnungen Plancks beweisen ja nur, daß diese Theorie mit dem beobachteten Rotationsspektrum gut vereinbar ist, nicht, daß sie die einzig mögliche Theorie ist.

An die Ergebnisse Plancks knüpfte Hettner[1]) unter Einführung einiger besonderer Annahmen für dreiatomige Moleküle eine detaillierte Berechnung des Rotationsspektrums des Wasserdampfes. Er gelangte zu den drei Trägheitsmomenten 3,94, 1,99 und $1{,}95 \cdot 10^{-40}$, die rund doppelt so groß sind, als die unmittelbar aus (13) folgenden.

Der Vollständigkeit wegen sei an dieser Stelle auf einige Untersuchungen Balys[2]) hingewiesen, der den Bjerrumschen Ansatz ohne weiteres auf das ultraviolette Absorptionsspektrum des Benzoldampfes und einiger anderer Gase, insbesondere von Benzolabkömmlingen ausdehnt. Das aus einigen hundert Linien bestehende Benzolspektrum ist bekanntlich wenig übersichtlich; eine Struktur ist ohne weiteres

---

1) Ann. d. Phys. **55**, 545, 1918.

2) Phil. Mag. (6) **29**, 223, 1915; **30**, 510, 1915; **31**, 512, 1916.

kaum zu erkennen. Es gelang daher Witte[1]) nur durch sorgfältige Berücksichtigung der Intensitätsverhältnisse, die oben erwähnten zusammengehörigen äquidistanten Linien zu finden; ohne dieses Hilfsmittel vermag man ohne Willkür kaum Gesetzmäßigkeiten aus dem Spektrum herauszulesen. Baly versuchte trotzdem unter Außerachtlassung der Intensitätsverhältnisse das gesamte ultraviolette Benzolspektrum als eine aus einer Grundschwingung $\nu_0' = 40500$ infolge der Molekularrotation entstandene Doppelbande darzustellen, für die (23) gelten soll. Er mußte das Spektrum zu diesem Zweck allerdings in vier Serien auflösen, auf die (24) einzeln angewendet wird, was dem Vorhandensein von vier (!) Hauptträgheitsmomenten entsprechen würde. Die Absolutwerte dieser Trägheitsmomente würden nach Balys Zahlen zwischen 0,5 und $1{,}5 \cdot 10^{-40}$ liegen, wären also im Durchschnitt kleiner als die des Wasserdampfes, was höchst unwahrscheinlich ist. Übrigens ist die Wiedergabe des beobachteten Spektrums durch die erwähnten vier Serien nicht einmal besonders gut, eine große Reihe von berechneten Linien sind nicht beobachtet worden. Noch schlechter ist die Übereinstimmung bei anderen Dämpfen, z. B. Phenol. Für die intramolekularen Schwingungen nimmt Baly ohne weiteres die für das Rotationsspektrum gültige Formel (24) an. Diese Auffassung ist vielleicht nicht ganz unberechtigt, obgleich sie in keiner Weise sichergestellt ist. Auf alle Fälle erregt aber der Umfang, in dem Baly die Formel anwendet, Bedenken, z. B. soll (24) sämtliche intramolekularen Schwingungen, sowohl ultrarote, wie ultraviolette wiedergeben. Die oben angegebene Nullinie für das ultraviolette Spektrum erhält Baly, indem er eine bestimmte Serie herausgreift für $n = 10$, $\nu = 40500$, dagegen eine ultrarote von Coblentz beobachtete Linie $\lambda = 2{,}47\ \mu$ für $n = 1$, während alle übrigen Linien dieser Serie merkwürdigerweise nicht in Erscheinung treten. Schließlich glaubt Baly einfache zahlenmäßige Zusammenhänge zwischen den Konstanten a der Formel (24) für verschiedene chemisch verwandte Verbindungen gefunden zu haben, doch sind diese Ergebnisse noch weniger überzeugend als die übrigen und mögen daher nicht näher besprochen werden.

a) Doppelter Quantenansatz.

Bekanntlich enthält die Bohrsche Theorie der Linienspektra einen doppelten Quantenansatz: Einmal wird das Impulsmoment der stabilen, aber nicht durch Emission in Erscheinung tretenden Elektronenbahnen

1) l. c.

gleich einem ganzen Vielfachen von $\frac{h}{2\pi}$ gesetzt und auf diese Weise ein Ausdruck für die Energie eines in einer derartigen Bahn kreisenden Elektrons gewonnen.

Sodann setzt man die Energiedifferenz zwischen zwei derartigen Bahnen gleich $h\nu$ und gelangt damit zu einem Ausdruck für die Frequenz ν derjenigen Linie, die das Elektron beim Sprunge aus der einen in die andere Bahn ausstrahlt.

Ebenso verfährt Schwarzschild[1]): Die Energie eines rotierenden Gasmoleküls setzt sich zusammen aus intramolekularer Energie F_0 und der Rotationsenergie, für die bei einem zweiatomigen Molekül pro Freiheitsgrad gilt:

$$\varepsilon = \frac{h^2 n^2}{8\pi^2 J}.$$

In einem anderen Zustande hat man anstatt F_0 F_0' und statt ε

$$\varepsilon' = \frac{h^2 n'^2}{8\pi^2 J}.$$

Springt somit das Molekül gleichzeitig von dem Zustand F_0', ε' in den Zustand F_0, ε über, so beträgt die Energiedifferenz:

$$h\nu = F_0' - F_0 + \frac{h^2}{8\pi^2 J}(n'^2 - n^2)$$

und es wird dementsprechend eine Linie von der Frequenz

$$\nu = \frac{F_0' - F_0}{h} + \frac{h}{8\pi^2 J}(n'^2 - n^2) \tag{28}$$

emittiert.

Selbstverständlich verursacht die Frage, was unter „gleichzeitig" zu verstehen ist, prinzipielle Schwierigkeiten. Die Erfahrung scheint zu lehren, daß der Begriff „gleichzeitig" recht weit zu fassen ist.

Hält man F_0, F_0' und n fest, so läßt sich (28) schreiben als

$$\nu = \nu_0 + a' n'^2$$

und man erhält eine nach dem Violetten abschattierte Bande; wenn man statt n n' festhält, folgt

$$\nu = \nu_0 - a' n^2,$$

d. h. eine nach dem Roten abschattierte Bande. Man gelangt somit unmittelbar zu der Deslandresschen Formel (25), wobei

$$a' = \frac{h}{8\pi^2 J} \tag{29}$$

zu setzen ist.

1) Berl. Akad. Ber. **1916**, 548.

Da, wie bereits hervorgehoben, Formel (25) die Beobachtungen recht unvollkommen wiedergibt, außerdem a' innerhalb der einzelnen Spektren schwankt, kann man (28) kaum als eine befriedigende Lösung des Problems ansprechen. Zudem liefert (29) Werte für die Trägheitsmomente der Moleküle, die durchschnittlich zehnmal zu groß sind (vgl. Tab. VII, Spalte 7).

Trotzdem wird man infolge des Erfolges der Bohrschen Theorie bestrebt sein, an dem zu (28) führenden Ansatz Schwarzschilds irgendwie festzuhalten. Insbesondere liegt es nahe, zu versuchen, ob er mit dem Bjerrumschen Ansatz (13) in Einklang zu bringen ist und dadurch die S. 400 angedeuteten Schwierigkeiten zu umgehen sind.

Dies gelingt in der Tat, wenn man nur Sprünge der Rotationsenergie zu benachbarten Werten zuläßt, also in (28) statt n' $n+1$ oder $n-1$ einsetzt[1]).

Dann erhält man:

$$\nu = \frac{F_0 - F_0'}{h} \pm \frac{hn}{4\pi^2 J} + \frac{h}{8\pi^2 J} = \nu_0 \pm \frac{hn}{4\pi^2 J} + \frac{h}{8\pi^2 J} = \\ = \nu_0 \pm \frac{h}{4\pi^2 J}\left(n \pm \frac{1}{2}\right). \tag{30}$$

Diese Gleichung besagt: Ändert sich nur die intramolekulare Energie, so hat man die Frequenz ν_0, springt „gleichzeitig" die Rotationsfrequenz vom Zustand eins auf den Zustand null ($n = 0$, positive Vorzeichen) oder vom Zustand null auf Zustand eins ($n = 0$, negative Vorzeichen), so entsteht eine Linie im Abstande $\pm \frac{h}{8\pi^2 J}$ von ν_0; die übrigen Linien dagegen, $n = 1,2$ usw., folgen in doppelt so großen Abständen.

Das Rotationsspektrum selbst erhält man, wenn man $F_0' - F_0 = 0$ setzt, also die intramolekulare Energie unverändert läßt, zu:

$$\nu = \frac{h}{4\pi^2 J}\left(n + \frac{1}{2}\right), \tag{30a}$$

wobei nur die oberen Vorzeichen in (30) in Frage kommen.

Dieser Ausdruck stimmt mit dem Bjerrumschen insofern überein, als er für $n > 1$ gleichfalls äquidistante Linien liefert. Er unterscheidet sich aber in charakteristischer Weise durch das konstante

1) Vgl. Rubinowicz, Phys. Ztschr. **19**, 441 u. 465, 1918; ferner W. Lenz, Verh. d. D. Phys. Ges. 21, 634, 1919, dessen Abhandlung erst in meine Hände gelangte, nachdem ich die obigen Betrachtungen bereits abgeschlossen hatte.

Glied. Eine Entscheidung zwischen beiden Formeln auf Grund des vorhandenen Beobachtungsmaterials müßte bereits möglich sein.

Daher sind die Rotationsspektren des Salzsäuredampfes und Wasserdampfes nach (30a) neu berechnet worden und in Spalte 4 der Tab. V und Spalte 4—7 der Tab. IV wiedergegeben worden.

Was zunächst den einfacheren Fall der Salzsäure betrifft, so werden die Beobachtungen durch (30a) besser wiedergegeben, als durch (13)[1]. Das neu berechnete Trägheitsmoment stimmt mit dem in Tabelle VII, Spalte 1 angegebenen jetzt vollkommen überein, obgleich der nach (13) erhaltene Wert bereits recht befriedigend war.

Etwas schwieriger liegen die Verhältnisse beim H_2O-Dampf. Nimmt man zunächst ein neues Trägheitsmoment $3{,}2 \cdot 10^{-40}$ und ein dem alten Bjerrumschen sehr naheliegendes Trägheitsmoment an ($0{,}975 \cdot 10^{-40}$), so läßt sich das gesamte Rotationspektrum mittels (30) bereits recht gut wiedergegeben. Bei langsamen Schwingungen ($\lambda = 394$ bis $\lambda = 70\ \mu$), wo die Rotationen mit dem größeren Trägheitsmoment sehr hervortreten werden, lassen sich sämtliche Beobachtungen allein durch diese Serie mit $J = 3{,}2 \cdot 10^{-40}$ erheblich besser darstellen, als bisher mittels (13) und mit zwei Serien. Bei raschen Schwingungen tritt selbstverständlich das kleinere Trägheitsmoment mehr hervor, durch das die stärkeren Streifen zwischen 10 und 20 μ gut wiedergegeben werden. Allerdings lassen sich in diesem Gebiet nicht mehr alle aus dem größeren Trägheitsmoment sich berechnenden Linien unterbringen; man muß daher annehmen, daß namentlich in der Nähe der starken Linien der anderen Serie eine Anzahl der schwächeren Linien verschluckt worden sind. Wie S. 390 erwähnt, ist diese Auffassung wohl nicht unberechtigt. Eine Entscheidung können hier nur neue, bei geringem Druck auszuführende Versuche bringen, die übrigens recht schwierig sein dürften.

Mit dem in Abschnitt I gefundenen Mittelwert ($2{,}1 \cdot 10^{-40}$) stehen die neuen Trägheitsmomente besser im Einklang als die mittels (13) ermittelten.

Wenn auch die beiden Serien mit den Trägheitsmomenten 3,2 und $0{,}975 \cdot 10^{-40}$ einigermaßen ausreichen, um das beobachtete Rotationsspektrum wiederzugeben (nur bei etwa 66 μ, vielleicht auch bei 50 μ

1) Anm. bei der Korrektur: Dagegen bestätigen neue, recht genaue Messungen, die E. S. Imes an den Doppelbanden des HCl, HBr und HF ausführte (Astrophys. Journ. 50, 251, 1919), die ursprüngliche Bjerrumsche Gleichung und nicht (30a).

scheint eine Lücke vorhanden zu sein), so muß doch bei einem ebenen Gebilde, wie es das H_2O-Molekül ist, ein drittes Hauptträgheitsmoment existieren, dessen Größe durch die beiden gegebenen Hauptträgheitsmomente festgelegt ist. Im vorliegenden Falle muß dieses Trägheitsmoment den Wert $2{,}23 \cdot 10^{-40}$ haben, wenn man von vornherein annimmt, daß das fehlende Trägheitsmoment zwischen den beiden gegebenen liegt. Es wäre denkbar, daß dieses Trägheitsmoment sich elektromagnetisch nicht oder weniger bemerkbar machte, als die beiden übrigen, denn es bezieht sich auf diejenige Achse, zu der die beiden, wahrscheinlich gleichsinnig geladenen H_2-Atome symmetrisch liegen, und die durch das O-Atom hindurchgeht. Vielleicht ist diese Annahme indessen entbehrlich, denn eine Serie mit einem Trägheitsmoment von $2{,}29 \cdot 10^{-40}$ läßt sich noch recht gut einfügen, ohne das Gesamtbild zu stören. Im Gegenteil, die erwähnten Lücken bei 66,5 und 50 werden nun ausgefüllt.

Sieht man die Trägheitsmomente 3,2, 2,23 und $0{,}975 \cdot 10^{-40}$ als richtig an, so beträgt der Winkel zwischen den H-Atomen fast genau 110^0, der Abstand eines H-Atoms vom O-Atom fast genau $1 \cdot 10^{-8}$ cm.

Bei den Bandenspektren wird die Richtigkeit der Formel (30) durch die wichtige, bereits S. 397 erwähnte Beobachtung Heurlingers auffallend bestätigt, nach der in zwei zusammengehörigen Serien sich die Linien n und $-(n+1)$ entsprechen. Die störende Unsymmetrie verschwindet, wenn man die eigentliche Nullinie nicht bei $n = 0$, sondern bei $n = -{}^1/_2$ annimmt, genau wie es Gleichung (30) verlangt. Dann würden die sich entsprechenden Linien die Bezeichnung $n + {}^1/_2$ und $-(n + {}^1/_2)$ tragen, und die Symmetrie wäre hergestellt.

Eine nähere Aufklärung über das vermutlich von einem sekundären Einfluß und nicht unmittelbar von der Molekularrotation herrührende quadratische Glied in (26) kann wohl erst die Zukunft bringen. Lenz vermutet, daß sich bei der Emission einer Linie das Trägheitsmoment des Moleküls ein wenig ändert; in der Tat heben sich dann bei der zu (30) führenden Differenzbildung die beiden quadratischen Glieder nicht gegenseitig fort, sondern es bleibt ein Glied

$$\frac{h}{8\pi^2}\left(\frac{1}{J} - \frac{1}{J'}\right)n^2 = \frac{h}{8\pi^2}\frac{\Delta J}{J^2}n^2$$

bestehen. Die Änderung des Trägheitsmoments würde durchschnittlich etwa 5 Proz., in einigen Fällen (H_2O) sogar mehr als 10 Proz. ausmachen, also reichlich groß ausfallen. Trotzdem kommt der Lenzschen Annahme zweifellos eine gewisse Wahrscheinlichkeit zu, denn aus

ihr folgt zwanglos, warum beim eigentlichen Rotationsspektrum das quadratische Glied fehlt, während es im Bandenspektrum vorhanden ist: Eine Änderung des Trägheitsmomentes wird offenbar nicht eintreten, wenn sich nur die Rotationsenergie ändert; macht indessen die intramolekulare Energie einen Sprung von F_0 auf F_0', so hat man mit einer Änderung der Molekularstruktur und des Trägheitsmoments zu rechnen. Im ultravioletten und sichtbaren Spektrum ist der intramolekulare Energiesprung beträchtlich, bei den ultraroten Doppelbanden ist er indessen bereits so gering, daß das Trägheitsmoment praktisch konstant bleibt und das quadratische Glied daher, ebenso wie beim Rotationsspektrum selbst, fortfällt.

Allerdings kann c_2 nicht allein von der Größe des Energiesprunges $h\nu_0$ abhängen, es müßte sonst innerhalb eines Bandenspektrums mit wachsendem ν_0 zunehmen, während Tab. VI das Gegenteil zeigt. —

Insgesamt scheint das bisher vorliegende zahlenmäßige Tatsachenmaterial mehr für Gleichung (30) bzw. (30a) zu sprechen, als für die gleichfalls bereits recht brauchbare Bjerrumsche Gleichung (13). Hierzu kommen einige qualitative Argumente, die gleichfalls zugunsten der Gleichung (30) zu sprechen scheinen:

Trotz ihrer äußeren Ähnlichkeit beruht Gleichung (13) nämlich auf einer völlig anderen Grundlage wie (30a). Erstere entsteht durch den Rayleigh-Effekt auf Grund klassischer Überlegungen, letztere verdankt ihren Ursprung dem doppelten Bohrschen Quantenansatz. Es ist nun auf Grund der ersteren Vorstellung schwer zu verstehen, warum erstens bei dreiatomigen Molekülen die unveränderte Nullinie nicht sehr stark hervortritt (vgl. S. 366). Zweitens warum bei den Bandenspektren die beiden rechts und links der Nullinie zu erwartenden Serien oft sehr verschieden stark ausgebildet sind. Der zu (30) führende Ansatz schafft hier einen Ausweg. 1. Sprünge der intramolekularen Energie, die allein zur Emission von ν_0 führen, treten sowohl bei zweiatomigen wie dreiatomigen Molekeln außerordentlich selten auf. In beiden Fällen ist der intramolekulare Energiesprung fast stets mit einem Energiesprung der Rotationsenergie verknüpft. Wenn auch eine genaue Vorstellung dieses Emissionsmechanismus nicht einfach sein wird, so verschwindet doch im Einklang mit der Erfahrung der Unterschied zwischen dem Verhalten zweiatomiger und dreiatomiger Moleküle, der nach Rayleigh unbedingt zu erwarten wäre. 2. Eine Unsymmetrie der Intensität zweier zusammengehöriger Banden würde nach (30) einfach besagen, daß die Sprünge der Rotationsenergie von n auf $n-1$ bei dem gleichzeitigen intramolekularen Energiesprung

$h\nu_0$ aus irgendeinem Grunde häufiger sind, als die von n auf $n+1$ (oder umgekehrt). Die Rayleighsche Vorstellung verlangt unbedingt strenge Symmetrie.

Schließlich läßt sich Gleichung (30) auch mit dem Hauptergebnis des Abschnittes II leichter in Einklang bringen als Gleichung (13), nach dem mit großer Wahrscheinlichkeit das Vorhandensein einer Nullpunktsenergie angenommen werden muß. Die Frage, ob es sich um eine Nullpunktsenergie im Sinne der zweiten Planckschen Theorie handelt, wurde dort offen gelassen; beinahe einfacher und naheliegender erschien die Annahme, daß das erste Energiequantum von den Rotatoren niemals abgegeben werden kann. Gerade diese mit der Bohrschen Theorie der Linienspektra bestens im Einklang stehende Vorstellung wird nun durch das Verhalten der Rotationsspektren ausgezeichnet bestätigt, wenn man (30a) als zutreffend ansieht. Denn sämtliche Serien beginnen erst bei den Linien $n=1$, niemals konnte eine Linie $n=0$ beobachtet werden. Dies bedeutet, wie bereits erwähnt: der Sprung von dem ersten auf den nullten Zustand (Energieinhalt null) kommt nicht vor, d. h. der nullte Zustand nimmt an dem dauernden Energieaustausch der Moleküle nicht teil. Daraus folgt, daß der nullte Quantenzustand überhaupt nicht existiert. Denn das Vorhandensein einiger isolierter Moleküle mit der dauernden Rotationsenergie null ist eine Unmöglichkeit; diese ausgezeichneten Moleküle müßte man sonst irgendwie abtrennen können.

Gerade das Fehlen des nullten Quantenzustandes mußte aber nach Reiche bei der Berechnung der Rotationswärme angenommen werden, um den Tatsachen einigermaßen gerecht zu werden.

Zusammenfassung.

1. Als einigermaßen gesichert sind folgende Ergebnisse hinzustellen:

a) Der Temperaturverlauf der Rotationswärme des Wasserstoffs deutet auf alle Fälle auf das Vorhandensein einer Nullpunktsenergie hin.

b) Von den Spektralerscheinungen sind nicht allein das eigentliche ultrarote Rotationsspektrum und die feinkannellierten ultraroten Doppelbanden ein unmittelbarer Ausdruck der quantenhaften Rotationsbewegung der Moleküle, sondern auch die sichtbaren und ultravioletten Bandenspektra. Im Gegensatz zu dem ultraroten Spektrum sind in diesem Bandenspektrum neben der Rotationsbewegung starke sekundäre

Effekte wirksam, die quantitativ durch die quadratischen Glieder der Deslandresschen Formel ausgedrückt werden.

c) Die von der Rotationsbewegung abhängigen Spektralerscheinungen sind (abgesehen von den Sekundäreffekten bei den Bandenspektren) einheitlich, auch ihrem Absolutwert nach, gut durch Formel (30) zu berechnen, die, ebenso wie die Bohrsche Theorie der Linienspektren, auf einem doppelten Quantenansatz beruht.

d) Das Fehlen der Linien $n = 0$ in Formel (30a) deutet auch bei den Spektralerscheinungen das Vorhandensein einer Nullpunktsenergie an.

2. Zur quantitativen Prüfung der Quantentheorien der Rotationsbewegung wurden die Trägheitsmomente einiger Moleküle, soweit sie sich ohne spezielle quantenhafte Vorstellungen einigermaßen genau ermitteln lassen, zusammengestellt (Tab. VII, linke Hälfte), die auch für sonstige molekulartheoretische Berechnungen vielleicht von Interesse ist.

Breslau, 15. Januar 1920.

(Eingegangen 22. Januar 1920.)

Zur Nomenklaturfrage der Isotopen.

Von F. Sekera.

Die Frage, sind die Isotopen verschiedene Elemente oder nicht, hat Fajans[1]) zugunsten der ersteren Ansicht entschieden. Es scheint dies auch der einzig gangbare Weg zu sein, wenn die Zweckmäßigkeit des Elementbegriffes erhalten bleiben soll. Die Entscheidung stützt sich auf die große Bedeutung der Arteigenschaften, insbesondere des Atomgewichtes, während die gegenteilige Auffassung den formellen Unterschied zwischen Typus- und Arteigenschaften berücksichtigt.

Dem vorhandenen periodischen System wurde mit der Erkenntnis der Isotopie ein feineres Gerüst eingebaut; die einzelnen Stellen wurden zum typischen Vertreter für eine Reihe untergeordneter Glieder. Damit stellte sich aber auch das Bedürfnis ein, die Nomenklatur des periodischen Systems zu erweitern, eine Frage mit der sich Fajans im Anhang seiner erwähnten Arbeit beschäftigt. Die dort angewandte

1) Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **14**, 314, 1917.

Begriffsformung scheint uns aber nicht ganz folgerichtig aus den gegebenen Definitionen hervorzugehen. Die Ursache ist leicht einzusehen. Begriffe, die im Verlaufe der verschiedenseitigen Arbeiten entstanden, und auch verschiedenen Bedürfnissen entsprangen, wurden in der neuen Nomenklatur beibehalten und nebeneinandergestellt. So war zu erwarten, daß die einzelnen Begriffe sich einander nicht genau abgrenzen, sondern einmal zu weit oder zu eng sind, oder aber überhaupt nicht mehr den gegenwärtigen Bedürfnissen entsprechen. Vergleichsweise sieht eine solche Nomenklatur dann etwa so wie ein Mosaikbildnis aus, dessen einzelne Teilchen verschiedenen anderen Bildern entnommen wurden. Für letztere wurden sie zugehauen, sie lassen sich aber nur schwer zu einem neuen Bild zusammenfügen.

Die folgenden Ausführungen halten sich an die Disposition des entsprechenden Abschnittes der Fajansschen Arbeit. (VIII. Terminologie und Nomenklatur.)

I. Mischelemente. Die Bezeichnung stammt von Paneth und wurde von Fajans übernommen. Beide Autoren verbinden aber mit dem Begriff „Mischelement“ eine verschiedene Auffassung. Paneth behandelt die Glieder einer Plejade als dieselben Elemente; sein „Mischelement“ ist also nur ein Teilbegriff des Begriffes „Element“. Fajans betont dagegen: „Die Begriffe Element und Mischung schließen sich gegenseitig aus, und die Bezeichnung ‚Mischelement‘ soll andeuten, daß man ein Gemisch vor sich hat, das sich in vieler Hinsicht wie ein Element verhält, obwohl es kein Element ist.“

Es entspricht dies sicher den Anforderungen des experimentell arbeitenden Chemikers, aber man muß dennoch bedenken, daß nicht in allen Fällen der Anwendung des Begriffes „Mischelement“ die nähere und sehr notwendige Erklärung „ . . . soll andeuten . . . .“ beigefügt wird. Jedermann, dem die Bezeichnung „Mischelement“ ohne diese ergänzende Bemerkung unterkommt, wird damit nicht einverstanden sein können, weil es etwas Derartiges eben nicht gibt. Sprachlich und sachlich richtiger wäre „Elementmischung“. Nun kann man so auch ein Gemenge von Natrium und Kalium bezeichnen, und es würde jener Unterschied durch die Bezeichnung nicht zum Ausdruck kommen, der für den experimentell arbeitenden Chemiker zwischen einer Natrium-Kaliumlegierung und beispielsweise dem $Pb^{206,5}$ besteht. Wenn nun „Element“ und „Isotop“ dasselbe ist, und der sprachliche Gebrauch beider Bezeichnungen nur solange noch einen Sinn hat, solange unsere experimentelle Technik einen Unterschied macht, wäre die nächstliegende Benennung „Isotopengemisch“. Man weiß dann sogleich, daß man

es mit einem Gemisch mehrerer Glieder (Isotopen) einer Plejade zu tun hat, hält dabei die gegenwärtig noch zweckmäßige Gegenüberstellung mit „Elementmischung" aufrecht und spricht vor allem keine Unwahrheit.

II. Elementtypus. Diese Bezeichnung geht ohne weiteres aus der Sonderstellung der Typuseigenschaften hervor. Durch letztere wird die gesamte Plejade charakterisiert. Wenn auch prinzipielle Unterschiede der Typuseigenschaften innerhalb einer Plejade bestehen müssen (Schwingungszahl der kernnahen Elektronen, Röntgenspektrum, Ionisierungsspannung usw.), so sind diese von so geringer Größenordnung, daß sie zurzeit experimentell noch nicht faßbar sind. Selbst dann, wenn es uns gelingen sollte innerhalb einer Plejade auch die Typuseigenschaften zu differenzieren, bleiben sie für die gesamte Plejade „typisch", denn die Differenzen sind von ungleich geringerer Größenordnung als jene zwischen den Arteneigenschaften.

Was die Schreibweise betrifft, scheint uns die von Fajans in Vorschlag gebrachte Art nicht besonders handlich. Zur Kennzeichnung des Elementtypus sollen die Symbole im Fettdruck hervorgehoben werden, z. B.

$$\mathbf{Pb}SO_4 + H_2S \rightleftarrows \mathbf{Pb}S + H_2SO_4.$$

Besonders in der Handschrift (bei Vorlesungen an der Tafel usw.) ist diese Schreibweise recht unbequem. Dieser Übelstand würde dann wegfallen, wenn man zur Kennzeichnung des Elementtypus das Symbol in Kurrentschrift (analog der Vektorenbezeichnung in der Mechanik) geben würde. Leider würde ein derartiger Vorschlag kaum Eingang in die fremdsprachige Literatur finden. Der einzige Ausweg scheint der von Fajans selbst angegebene: Sollen die Arteneigenschaften zum Ausdruck gebracht werden, wird das Symbol mit dem zugehörigen Atomgewicht überschrieben. Es ist dann nicht mehr nötig zur Kennzeichnung der Typuseigenschaften das Symbol besonders hervorzuheben. Man schreibt also

$$Pb^{207}SO_4 + H_2S \rightleftarrows Pb^{207}S + H_2SO_4$$ Arteneigenschaften (quantitative Analyse)

$$PbSO_4 + H_2S \rightleftarrows PbS + H_2SO_4$$ Typuseigenschaften (qualitative Analyse).

III. Atomgewicht und Verbindungsgewicht. Ihrem Wesen nach sagen beide Begriffe dasselbe, beide charakterisieren das quantitative Verhalten der Elemente. Die Bestimmung des Atomgewichtes nimmt in den meisten Fällen ihren Weg über die Bestimmung des Verbindungsgewichtes; beide Begriffe sind mit dem Elementbegriff aufs

engste verbunden. (Der Begriff „Verbindungsgewicht" ist wohl etwas weiter als der des „Atomgewichtes". So kann man z. B. von einem Verbindungsgewicht der Sulfat- oder Amidogruppe und dergleichen sprechen, da die Konstitution dieser Radikale durch ihre Bezeichnung definiert ist.) Fajans wendet den Begriff „Verbindungsgewicht" nun auch auf seine Mischelemente (unsere Isotopengemische) an. Demnach bezeichnet $Pb^{206,5}$ eine Bleimischung mit dem Verbindungsgewicht 206,5. Vom rein sprachlichen Standpunkt muß dieser Vorschlag als logisch anerkannt werden, er läßt sich aber mit der bisher üblichen Definition des Verbindungsgewichtes nicht in Einklang bringen. Bisher konnte der Begriff des Verbindungsgewichtes nur auf Elemente oder ihrer Konstitution nach definierte Radikale angewandt werden. Will man weiter daran festhalten, so könnte man im Falle eines Isotopengemisches wie $Pb^{206,5}$ nur von einem „resultierenden Verbindungsgewicht" sprechen. Der Wert 206,5 resultiert aus den Verbindungsgewichten der Bestandteile des Gemisches (Pb^{206} und Pb^{207}). Schon an diesem Beispiel erkennt man noch mehr: bisher war das Verbindungsgewicht eine Stoffkonstante; durch die vorgeschlagene Erweiterung des Begriffes ginge diese Bedeutung verloren. Selbst die quantitative Zusammensetzung einer Mischung ist nur dann durch das resultierende Verbindungsgewicht eindeutig bestimmt, wenn es sich um eine binäre Mischung handelt. Man sieht also, daß eine derartige Begriffserweiterung wertlos ist; für ein vorgelegtes Isotopengemisch wird durch den Wert des „resultierenden Verbindungsgewichtes" das Gemisch nicht charakterisiert, wie es bisher der Zweck des Verbindungsgewichtes war.

IV. Isotope Elemente und Isotopen. Diese Gegenüberstellung ist unzweckmäßig, denn beide Bezeichnungen sagen dasselbe. Ein einzelnes Glied einer Plejade würden wir als „Isotop" ansprechen und die bei den Isotopen so häufig vorkommenden Gemische, wie schon vorgeschlagen wurde, kurzweg als „Isotopengemische".

V. Bleitypus, Bleiart, Bleielement. Die beiden ersten Bezeichnungen gründen sich auf die Bedeutung der Typus- und Arteneigenschaften. Über die ersteren haben wir bereits gesprochen. Was aber die Bezeichnung „Bleiart" betrifft, so geht diese nicht ganz folgerichtig aus der Definition der Arteneigenschaften hervor. Durch letztere werden die einzelnen Glieder einer Plejade, nicht aber ihre Mischungen charakterisiert. Fajans bezeichnet auch Isotopengemische als Bleiarten. Der von ihm angeführte Vergleich spricht ebenfalls dagegen. Der Löwe ist wohl eine Art des Katzentypus, aber das was einem Isotopengemisch $Pb^{206,5}$ entsprechen würde, ist eine Kreuzung

zweier Katzenarten. Die Ansicht, „ebenso wie der Löwe eine Art der Gattung Katze ist, ist $Pb^{206,5}$ eine Art des Typus *Pb*", ist also unrichtig. Damit entfällt aber auch der von Fajans vorgeschlagene Begriff „Bleielement"; an seiner Stelle sagen wir „Bleiart".

Die Schwierigkeiten, die sich in der ganzen Nomenklaturfrage immer wieder finden, liegen vor allem in der Unfertigkeit des Problems der Isotopie. Erst dann, wenn in unsere Elementdefinition die wirklichen Bausteine der Atome eingeschlossen sind, werden wir berechtigt sein, an eine großzügige Revision des periodischen Systems zu denken. Dann aber werden sicher wieder andere Gesichtspunkte für die Nomenklatur maßgebend sein.

(Eingegangen 24. Januar 1920.)

Bemerkung zur Frage nach der Leuchtdauer der Atome.

Von R. Seeliger.

Die Untersuchung des zeitlichen Verlaufs der Serienemission eines Atoms wird vermutlich einen der Wege eröffnen, die zum Verständnis des noch gänzlich unbekannten Emissionsmechanismus Bohrscher Atome führen. Der großen Bedeutung dieses Problems entsprechen aber bisher leider die experimentellen sowie die theoretischen Untersuchungen auf diesem Gebiet insofern nur sehr unvollkommen, als sie in wichtigen Punkten noch in Widerspruch zueinander stehen und deshalb zu weiteren eindeutigen Schlüssen nicht benutzt werden können. Von experimenteller Seite haben sich eingehender mit der Untersuchung des zeitlichen Emissionsverlaufes die Herren Stark[1]) und W. Wien[2]) beschäftigt. Ihre Resultate stimmen zwar insofern überein, als sie für die Abklingungskonstante, exponentielles Abklingen vorausgesetzt, der Größenordnung nach recht gut übereinstimmende Werte finden; dagegen besteht eine für alle Folgerungen ausschlaggebende Verschiedenheit der experimentellen Befunde darin, daß Herr Stark für die genannte Abklingungskonstante eine deutliche Abhängigkeit von der Gliednummer der emittierten Serienlinie findet, während Herr Wien Unabhängigkeit feststellt. Diese Verschiedenheit wird auch, wenigstens qualitativ, nicht berührt durch den Umstand, daß die Versuchsanordnung von Wien zugleich den zeitlichen Verlauf der Emissionen (und zwar wie die

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **49**, 731, 1916.
2) W. Wien, Ann. d. Phys. **60**, 597, 1919.

mühsamen Versuche zeigten, eine exponentielle Abklingung) ergeben, während Stark zunächst über diesen zeitlichen Verlauf keine Annahme macht; man hat dann an Stelle der Abklingungskonstante nur die Leuchtdauer der betreffenden Linie zu betrachten und auf diese die Aussagen über Konstanz bzw. Inkonstanz zu beziehen. Nicht besser liegen die Verhältnisse bezüglich der bisher vorliegenden theoretischen Betrachtungen. Reiche[2]) und Wien[1]) kommen durch eine extrapolatorische Anwendung der von Bohr gegebenen Grenzmethode für lange Wellen zu Ausdrücken für die Leuchtdauer bzw. die Abklingungskonstante, die in qualitativer Beziehung eine Abhängigkeit von der Gliednummer, in quantitativer Beziehung teils gute, teils schlechte Übereinstimmung mit den experimentellen Werten zeigen. Epstein[3]) kommt auf ganz anderem Wege qualitativ und quantitativ zu recht guter Übereinstimmung mit den Resultaten von Stark, demgemäß also zum Teil in Widerspruch mit denen von Wien, abgesehen davon, daß er keine exponentielle Abklingung annimmt. Bei dieser Sachlage scheint mir die Mitteilung der beiden folgenden Bemerkungen nützlich, obwohl es sich im wesentlichen nur um die Skizzierung zweier Gedankengänge handelt, deren weitere Durchführung ich bis zum Abschluß diesbezüglicher Beobachtungen und Rechnungen aufschieben möchte.

1. Einerseits kann man bei Betrachtung der von Stark mitgeteilten Spektrogramme nicht daran zweifeln, daß das „Abklingleuchten" um so weiter über die Kanalstrahlenlamelle hinausreicht, je höher die Gliednummer der betreffenden Serienlinie ist, während andererseits in den Versuchen von Wien nach den angegebenen Versuchsdaten und allen bei einer Diskussion hereinspielenden anderweitigen Erfahrungen zunächst kein Grund aufzufinden ist, der gegen die gefundene Konstanz der Leuchtdauer sprechen könnte. Es liegt hier also in der Tat ein noch ungeklärter Widerspruch zwischen zwei an sich richtigen experimentellen Befunden vor. Eine mögliche und zudem eine recht plausible Lösung sehe ich in einer etwas modifizierten Deutung der Starkschen Ergebnisse: Es ist in den Versuchen von Stark nämlich m. E. zwar die Abklingstrecke, wie oben erwähnt, sicher verschieden für die verschiedenen Serienlinien, trotzdem aber kann die Abklingzeit in Übereinstimmung mit Wien dieselbe sein; dazu ist nur nötig anzunehmen, daß die Geschwindigkeit der Träger verschieden ist für die verschiedenen Linien, und zwar um so größer, je höher die Glied-

1) W. Wien, Ann. d. Phys. **60**, 597, 1919.
2) F. Reiche, Phys. Ztschr. **20**, 296, 1919.
3) P. Epstein, Münch. Ber. 1919, 73.

nummer der Linie ist. Diese an sich willkürliche und ad hoc aufgestellte Behauptung scheint mir nun, und dies ist natürlich das Wesentliche, folgendermaßen recht natürlich aus den Vorstellungen zu folgen, die man sich von dem Vorgang der Emissionsanregung in der Bohrschen Theorie gemacht hat. Daß zunächst, wie Herr Stark annimmt, die mittlere Geschwindigkeit der Träger des „Abklingspektrums" jedenfalls nahe übereinstimmt mit der mittleren thermischen Geschwindigkeit des betreffenden neutralen Gasmoleküls (es soll hier und im folgenden stets Wasserstoff betrachtet werden, da sich für das einatomige *He* und *Li* prinzipiell und hinsichtlich der folgenden Überschlagsbetrachtungen gar nichts ändert) folgt unzweifelhaft teils aus der von Stark selbst gegebenen Begründung, teils aus früheren Untersuchungen über die Übertragung von Bewegungsenergie durch Kanalstrahlen an das ruhende Gas [1]), teils auch aus der unter der genannten Annahme sich ergebenden recht guten Übereinstimmung der Werte von Stark mit den später von Wien erhaltenen. Ebenso sicher wird man aber aus den bisherigen Erfahrungen und Überlegungen über den Mechanismus der Stoßionisation, der Anregung zur Lichtemission und der Begegnung korpuskulärer Strahlen mit Gasmolekülen annehmen müssen, daß bei der Dissoziation des H_2-Moleküls und der nachfolgenden Anregung des abdissoziierten Atoms zum Leuchten auf dieses vom Kanalstrahlenteilchen immerhin ein gewisser, wenn auch nach dem oben Gesagten kleiner Betrag von translatorischer Energie E' übertragen wird, der sich der mittleren thermischen Energie superponiert und wird ferner, wenn man die Vorstellungen der Bohrschen Theorie zugrunde legt, annehmen müssen, daß diese Zusatzenergie E' um so größer ist, je höher die Gliednummer der dann zur Emission kommenden Linie ist, daß also demgemäß die Geschwindigkeit des Trägers mit der Gliednummer der Linie etwas zunimmt.

Die Frage ist nun, ob diese Zusatzenergie einerseits ausreicht zur Lösung des genannten Widerspruches und andererseits aus der Mechanik der Stöße in physikalisch plausibler Weise zu verstehen ist sowie mit den unten zitierten Versuchen [1]) nicht in Widerspruch steht. Um Gleichheit der Leuchtdauer etwa für H_α und H_δ zu erhalten, würde es, soviel ich aus den Spektrogrammen entnehme, sicher viel mehr als hinreichend sein, wenn $E_0 + E'$ für die beiden genannten Linien etwa im Verhältnis 1 : 4 angenommen wird; es entspräche dies einem Verhältnis der Trägergeschwindigkeiten von 1 : 2, und ist also nach

1) J. Stark und H. Kirschbaum, Phys. Ztschr. 14, 433, 1913; J. Stark, Ann. Phys. 42, 143, 1913; W. Wien, Ann. Phys. 43, 955, 1914.

unserer Hypothese hinreichend, bei einem Verhältnis der Abklingstrecken von 1 : 2 Gleichheit der Abklingzeiten zu erklären. Die aus einer derartigen Vergrößerung der thermischen Energie folgende Verbreiterung der Linien ergibt sich aus dem resultierenden Dopplereffekt von der Größenordnung 10^{-2} A.-E., würde also jedenfalls nicht in Widerspruch stehen mit dem negativen Ausfall der Versuche von Wien, wenn man den dort mitgeteilten Fall der Anregung von *He* durch *He*-Strahlen, der die größte Meßgenauigkeit aufweist und mit unseren Verhältnissen am ehesten zu vergleichen ist, heranzieht und natürlich um so weniger mit den Versuchen von Stark. Wichtiger ist nun, sich über die Größenordnungen der in unserer Hypothese eine Rolle spielenden Energiegrößen einen Überschlag zu machen und zu sehen, ob man dabei nicht auf einen Widerspruch kommt. Zunächst schreiben wir unsere Forderung über die Zusatzenergien nach dem oben Gesagten in der wie wir sahen hinreichenden Bedingung:

$$\frac{E_0' + E'_\delta}{E_0 + E'_\alpha} = 4.$$

Die kleinsten Werte für die E', welche hieraus folgen, wären $E'_\delta = 7\,E_0$ und $E'_\alpha = E_0$, so daß also $E'_\delta - E'_\alpha = 6\,E_0$ jedenfalls allen bisherigen Forderungen genügen würde. Es ist für Zimmertemperatur E_0 etwa gleich $3 \cdot 10^{-14}$ erg. oder umgerechnet in die bei elektronischen Betrachtungen übliche Voltbezeichnung gleich $2 \cdot 10^{-2}$ Volt. Die Energie, die auf das Atom bei der Anregung übertragen wird, ist bekanntlich von der Größenordnung 10 Volt, die Energiedifferenz zwischen dem H_α- und H_δ-Träger nach Bohr etwa 1,4 Volt (der sogenannte Wirkungsgrad der Stoßionisation, der bei positiven Ionisatoren sehr klein zu sein scheint, spielt dabei keine Rolle mehr). Nun ergibt die Theorie der Zusammenstöße zwischen positiven Teilchen und Atomen[1]), daß Energie vom Teilchen auf die Komponenten des Atoms übertragen wird, und zwar auf alle Komponenten, d. h. sowohl auf die Serienelektronen wie auf die Kerne. Welcher Betrag und in welcher relativen Verteilung über die Komponenten, ist allerdings nicht ohne weiteres zu sagen. Aus den oben genannten Erfahrungen wissen wir aber, daß der weitaus größte Teil in unserem Fall auf das Serienelektron entfällt; anzunehmen, daß der auf den Kern entfallende Teil E'_k unabhängig ist von dem auf das Serienelektron entfallenden Teil E'_s und mit diesem nicht auch zunimmt, scheint mir aber physikalisch kaum denkbar und nur unter ganz künstlichen Hilfshypothesen möglich zu sein.

1) R. Seeliger, dieses Jahrb. 16, 21, 1919.

Andererseits fordert die hier dargelegte Hypothese, wie wir sahen, nur, daß eine Steigerung von E'_s um etwa 1,4 Volt mit einer Steigerung von E_k von nur etwa 10^{-1} Volt, d. h. etwa von 7 Proz. jenes Wertes verbunden ist. Ich glaube, daß darin jedenfalls recht überzeugende Gründe für die physikalische Verständlichkeit der versuchten Hypothese zu sehen sind.

Bei genauerem Forschen scheinen nun allerdings die Verhältnisse nicht so einfach zu liegen, wie eingangs angenommen wurde. Bezüglich des von Stark erhaltenen Resultates, daß die Abklingstrecken mit zunehmender Gliednummer der Serienlinien größer werden, hat zwar eine im hiesigen Institut inzwischen durchgeführte eingehende Untersuchung eine eindeutige Bestätigung gebracht; dagegen ist es zweifelhaft, ob man nicht auch aus den von Wien mitgeteilten Versuchsdaten ein Resultat erhalten kann, das zunächst wenigstens qualitativ mit dem von Stark übereinstimmt, bzw. ob nicht innerhalb der Fehlergrenzen der Wienschen Versuche eine derartige Deutung möglich ist. Rechnet man nämlich nicht, wie dies Wien in Anbetracht der Streuung seiner Einzelmessungen vorzieht, mit Mittelwerten, sondern diskutiert die einzelnen Daten für k_y und v durch, und zwar jeweils die von derselben Aufnahme abgenommen, so kann man zu einer Veränderlichkeit der zeitlichen Abklingungskonstante kommen, die nach Richtung und Größenordnung durchaus mit den Angaben von Stark übereinstimmt. Sollte die weitere Untersuchung dies bestätigen, so würde die hier aufgerollte Frage von einem anderen allgemeineren Standpunkt zu betrachten sein. Man kann nämlich dann aus dem quantitativen Grad der Übereinstimmung von Abklingungsmessungen, die nach der Methode von Wien einerseits, nach der Methode von Stark andererseits durchgeführt sind, auf jeden Fall eine obere Grenze für die in unserer Hypothese eingeführte, von einem Kanalstrahlenteilchen auf den Träger einer Serienlinie beim Stoß übertragene translatorische Energie E' angeben und hat also damit ein ungleich feineres und empfindlicheres Mittel als die oben erwähnten optischen Methoden an der Hand, über diese Energie E' Aussagen zu machen. Dies aber ist für die noch recht dunkle Mechanik der emissionsanregenden Stöße von großer allgemeiner Bedeutung, besonders eben in Verbindung mit unserer obigen Hypothese und den Vorstellungen der Bohrschen Atomphysik; Material dazu hoffe ich, wie gesagt, in einer zweiten Notiz mitteilen zu können.

Ich möchte noch bemerken, daß man etwa aus einer vollkommenen Übereinstimmung der berechneten und der beobachteten verschiedenen

Anregungspotentiale (bei Anregung durch Elektronen) für einatomige Gase, die ja keinen Platz mehr für die hier angenommenen Zusatzenergien lassen würde, keine Schlüsse auf die hier vorliegenden Verhältnisse ziehen darf. Es geht bekanntlich in die Ausdrücke für die beim Stoß auf die einzelnen Komponenten eines Atoms übertragenen Energiemengen das Verhältnis der Massen des stoßenden Teilchens und dieser Komponenten ein, so daß die Verhältnisse für stoßende positive Teilchen für unseren Fall ganz anders liegen als für stoßende Elektronen. Zugleich kann man aber voraussagen, daß die genannte Übereinstimmung nicht mehr vorhanden sein dürfte für die Anregung durch positive Teilchen; Versuche und Rechnungen in dieser Richtung fehlen leider noch gänzlich.

2. Eine zweite Bemerkung soll anschließen an das Ergebnis der Wienschen Untersuchnng, daß die Abklingung der Emission nach der Exponentialfunktion erfolgt. Nimmt man diesen Befund zunächst als streng gültig an, so kommt man auf einem einfachen Weg zu einer recht interessanten Folgerung über den Vorgang der Emission, die physikalisch vermutlich in demselben Maß als Näherung zu betrachten ist, wie man jene Voraussetzung als Näherung auffaßt. Nur wird dann die mathematische Diskussion, wenn überhaupt durchführbar, sehr kompliziert, da es sich um Integralgleichungen erster Art handelt.

Die Versuchsanordnung von Wien können wir mit großer Annäherung jedenfalls so beschreiben, daß die Atome, welche in der positiven x-Richtung fliegen mögen, nur im linken Halbraum, d. h. von $x = -\infty$ bis spätestens zur Stelle $x = 0$ angeregt werden, und zwar mit homogener „Erregungsdichte". Die Intensität $I(x)$ der Emission an einer Stelle x soll dann also proportional $e^{-\alpha x}$ sein. Man sieht dann zunächst sofort ein, und es ist dies Resultat natürlich implicite bei Wien vorausgesetzt, wenn auch nicht besonders betont, daß für die Gesamtintensität $I(x)$ nur dann das Gesetz $e^{-\alpha x}$ gilt, wenn jedes einzelne Atom nach dem Gesetz $e^{-\alpha x}$ in seiner Emission abklingt; es ist dies nicht allgemein selbstverständlich, sondern gilt nur für spezielle Abklingungsgesetze, zu denen eben auch das Exponentialgesetz gehört. Ist $f(x)$ die Abklingungsfunktion des einzelnen Atoms, so ist nämlich

$$I(x) = \int_0^{-\infty} f(x + \xi)\, d\xi = e^{-\alpha x},$$

woraus $f(x) = e^{-\alpha x}$ folgt, abgesehen von einem hier nebensächlichen Proportionalitätsfaktor. Demgemäß muß dann auch, damit $I(x) \sim e^{-\alpha x}$ ist, die Intensität in der Entfernung x von einer unendlich dünnen anregenden Schicht, dem Exponentialgesetz gehorchen, auf deren Betrachtung wir uns also nun beschränken können.

Nun muß man nach den Vorstellungen der Bohrschen Theorie annehmen, daß der Vorgang der Anregung in der Entfernung des Serienelektrons auf einen äußeren Kreis besteht, daß das Elektron dort einige Zeit, die „Dunkelzeit", hindurch verbleibt, um nach Ablauf dieser Zeit nach den statistischen Gesetzen des radioaktiven Zerfalls[1]) zurückzuspringen. Damit erst beginnt die eigentliche Emission, deren Intensität ganz allgemein nach einem Gesetz $f(x)$ abklingen möge. Ist das Gesetz der Verteilung der Dunkelzeiten, oder hier besser der Dunkelwege $e^{-\beta x}$, so ist also die Intensität $i(x)$ in der Entfernung x hinter unserer anregenden elementaren Schicht proportional

$$\int_0^x e^{-\beta \xi} f(x-\xi)\, d\xi$$

und man sieht nun, daß dies überhaupt für keine Abklingungsfunktion die nach Wien geforderte Form des Exponentialgesetzes annehmen kann. Es ist dies mit großer Annäherung nur möglich in zwei Grenzfällen, die man entweder leicht aus der physikalischen Anschauung oder analytisch durch einen Grenzübergang aus dem obigen Integralausdruck ableitet. Diese Fälle sind 1. wenn β sehr groß ist und f die beobachtete exponentielle Abklingung ist oder 2. wenn überhaupt keine Abklingung stattfindet, sondern die Energie „impulsartig" beim Rückspringen emittiert wird und sich etwa erst in einiger Entfernung vom emittierenden Atom zu einer Welle ausbreitet; zugleich muß dann $\beta = \alpha =$ Konstante des beobachteten Abklingungsgesetzes sein. Der erste Fall würde bedeuten, daß die mittlere Dunkelzeit sehr klein ist gegen die beobachtete Leuchtdauer.

Es ist schwer, sich unter einer dieser beiden, soweit ich sehe, eindeutig folgenden und in ihrer physikalischen Bedeutung durchaus anschaulichen Annahmen eine Vorstellung davon zu bilden, wie die von Wien beobachtete Konstanz der Leuchtdauer zustande kommt. Der zweite Fall scheint mir dabei von vornherein auszuschalten, weil man sich kaum wird vorstellen können, daß die Träger höherer Serienglieder langlebiger sind als die niedrigerer; im ersteren Fall müßte man die Konstanz in den Eigenschaften des noch unbekannten eigentlichen Emissionsaktes suchen, wogegen zwar kein triftiger Grund anzuführen ist, wozu aber andererseits noch jede Handhabe fehlt.

Auf eine andere mit diesen Folgerungen verbundene Schwierigkeit möchte ich zum Schluß noch hinweisen. Man wird annehmen müssen, daß das Serienelektron nicht unmittelbar nach dem anregenden Stoß im äußeren Kreis stationär umläuft, sondern daß es einige Zeit, die Einstellzeit, braucht,

1) O. Stern und M. Vollmer, Phys. Ztschr. 20, 193, 1919.

um in diesen Zustand aus dem inneren Kreis zu kommen. Wenigstens scheinen mir dafür Beobachtungen über die sogenannte „Anregungsfunktion“ [1]) zu sprechen, deren Deutung letzten Endes in einer „Trägheit“ der Elektronenbewegung zu suchen ist; andererseits aber muß man nach dem Vorhergehenden annehmen, daß auch die genannte Einstellzeit sehr klein ist. Wie die Verhältnisse allerdings im einzelnen quantitativ liegen, kann erst die weitere experimentelle und theoretische Untersuchung zeigen.

1) R. Seeliger, Ann. d. Phys. 59, 613, 1919.

Greifswald, Februar 1920.

(Eingegangen 15. Februar 1920.)

Besprechungen.

K. Fajans, Radioaktivität und die neueste Entwickelung der Lehre von den chemischen Elementen. Sammlung Vieweg, Heft 45. VIII u. 112 S. mit 7 Abbildungen und 10 Tabellen. Braunschweig 1919. Preis geh. M. 4.— + T.-Z.

Wenn schon das vorliegende Buch in erster Linie für Leser geschrieben ist, bei denen nur die Grundlagen der Physik und Chemie vorausgesetzt werden, so wird doch auch der Physiker und Chemiker vom Fach sich seiner mit Nutzen bedienen. Denn die Literatur über Radioaktivität ist so sehr gewachsen, daß, wer dies Gebiet nicht als Sonderfach pflegt, für jede zuverlässige und das jeweils Neueste umfassende Übersicht dankbar sein muß. Dem Bedürfnis des Fachmannes ist noch besonders Rechnung getragen durch entsprechende Literaturangaben im Anhang. Das Hauptgewicht hat der Verfasser auf die Lehre von Isotopen gelegt, die Umwandlung der radioaktiven Elemente dagegen nur kurz besprochen mit dem berechtigten Hinweis, daß es über diesen Gegenstand schon eine Reihe guter allgemein verständlicher Darstellungen gibt. Auch über die Struktur der Atome findet sich ein kurzes Kapitel; es wird das Modell von Rutherford-Bohr zur Erklärung der Fajansschen Verschiebungssätze benutzt. Danach verliert der Atomkern bei der α-Strahlung ein Heliumatom mit zwei positiven Ladungen, bei der β-Strahlung ein Elektron. Wird das Modell als richtig angenommen, so ist der Fall denkbar, daß bei einer β-Umwandlung das Elektron das Atom gar nicht verläßt, sondern nur aus dem Kern in einen Elektronenring übergeht. So würde sich die strahlenlose Umwandlung des Aktiniums und Mesothoriums I deuten lassen. Der Nachtrag: „Die künstliche Zerlegung des Stickstoffatoms“ gibt die Arbeiten von Rutherford aus dem Jahre 1919 wieder. Das Referat wird vielen willkommen sein, denen das englische Original noch nicht zugänglich gewesen ist. In welcher Art nunmehr der Elementbegriff zu ändern ist, wird zum Schluß angedeutet. A. Sieverts-Greifswald.

Literatur der Elektronik.

I. Die Ionen in Gasen, Metallen und Elektrolyten.

1. Ionisierung und Elektrisierung in Gasen. (Lichtelektrischer Effekt.)

A. Becker, Vergleich der lichtelektrischen und thermischen Elektronenemission. Ann. d. Phys. **60,** 30—54, 1919.

F. Franck u. **P. Knipping,** Die Ionisierungsspannungen des Heliums. Phys. Zeitschr. **20,** 481—488, 1919.

J. Franck, P. Knipping u. **Th. Krüger,** Über einen Zusammenhang zwischen Stoßionisation und der Dissoziationsarbeit neutraler Moleküle. Verh. d. D. Phys. Ges. **21,** 728—732, 1919.

C. F. Hagenow, Thermionic and photoelectric phenomena at the lowest attainable pressure. Phys. Rev. **13,** 415—433, 1919.

P. Lenard, Über Elektrizitätsleitung durch freie Elektronen und Träger. III. Wanderungsgeschwindigkeit kraftgetriebener Partikel in reibenden Medien. Mit Beiträgen von W. Weick u. H. F. Mayer. Ann. d. Phys. **60**, 329—380, 1919.

2. Selbständige Strömung in Gasen (Spitzen-, Glimmstrom, Lichtbogen, Funke).

F. W. Aston, Experiments with perforated electrodes on the nature of the discharge in gases at low pressure. Proc. Roy. Soc. London **96,** 200 bis 210, 1919.

E. Bräuer, Zur Kenntnis des zischenden Lichtbogens. Phys. Ztschr. **20,** 409—411, 1919.

E. Bräuer, Die kathodischen Vorgänge im Bogenstrom. Ann. d. Phys. **60,** 95—108, 1919.

N. Campbell, Time-lag in the spark discharge. Phil. Mag. **38,** 214—230, 1919.

B. van der Pol, jun., A method of measuring without electrodes the conductivity at various points along a glow discharge and in flames. Phil. Mag. **38**, 352—364, 1919.

A. Righi, N. R. Campbell, Electroatomic phenomena in the magnetic field. Nat. **103**, 384—385, 1919.

3. Elektrische Strahlen.

H. Baerwald, Über die von langsamen positiven Strahlen ausgelösten Elektronen. Ann. d. Phys. **60,** 1—29, 1919.

E. Rüchardt, Bemerkung zu der Notiz von H. v. Dechend und W. Hammer: „Szintillation bei Kanalstrahlen". Phys. Ztschr. **20,** 473, 1919.

4. Die Ionen in Metallen.

G. Borelius, Über Thermokräfte in einem chemisch homogenen Leiterkreise. Bearbeitungs- und Oberflächenerscheinungen. Ann. d. Phys. **60,** 381—404, 1919.

W. Guertler, Zum Problem des elektrischen Widerstandes der Legierungen. Ztschr. f. Metallkunde **11,** 41—44, 1919.

5. Ionisation in Elektrolyten.

R. Lorenz, Beiträge zur Theorie der elektrolytischen Ionen. Nr. 11. Über die Grenzwerte des molaren Leitvermögens und die Regeln sie aufzufinden. Ztschr. f. anorg. Chem. **108,** 81—110, 1919.

H. H. Paine and **G. T. R. Evans,** The conductivity of extremely dilute acid and alkali solutions. Proc. Cambr. Phil. Soc. **28,** 1—13, 1914.

6. Elektromotorische Kraft in Elektrolyten.

A. Smits, The phenomenon of electrical supertension. Proc. Amsterdam **21,** 375—381, 1919.

II. Optik der Elektronen.

7. Allgemeine Dynamik der Elektronen.

A. H. Compton, The size and shape of the electron. Phys. Rev. **14,** 20 bis 43, 1919.

A. Landé, Dynamik der räumlichen Atomstruktur. (Zweite Mitteilung.) Verh. d. D. Phys. Ges. 21, 644—652, 1919.

L. Vegard, Bemerkungen zu der Antwort der Herren Born und Landé, betreffend die Hypothese der veränderlichen Quantenzahlen der normalen Elektronensysteme und den „Ellipsenverein". Verh. d. D. Phys. Ges. **21,** 669—671, 1919.

8. Dielektrizität und Magnetismus.

O. v. Auwers, Über Heuslersche Legierungen. Erster Teil. Über magnetisierbare Legierungen unmagnetischer Metalle. Ztschr. f. anorg. Chem. **108,** 49—69, 1919.

E. Beck, Zum experimentellen Nachweis der Ampèreschen Molekularströme. Ann. d. Phys. **60.** 109—148, 1919.

9. Thermische Strahlung, Absorption und Dispersion fester und flüssiger Körper.

Th. Liebisch u. **H. Rubens,** Über die optischen Eigenschaften einiger Kristalle im langwelligen ultraroten Spektrum. Berl. Ber. 1919, 876 bis 900.

R. W. Wood, Optical properties of homogeneous and granular films of sodium and potassium. Phil. Mag. **38,** 98—112, 1919.

10. Lumineszenz fester und flüssiger Körper.

L. Brüninghaus, Sur les conditions d'excitation de la fluorescence. C. R. **169,** 531—534, 1919.

11. Emission, Absorption und Dispersion der Gase.

G. A. Anslow, The logarithmic law connecting atomic number and frequency differences in spectral series. Phys. Rev. **13,** 326—336, 1919.

T. R. Merton and **J. W. Nicholson,** Note on the intensity decrement in the Balmer series. Proc. Roy. Soc. London **96,** 112—119, 1919.

J. W. Nicholson, Emission spectra and atomic structure. Journ. Chem. Soc. London **115,** 855—864, 1919.

12. Die Strahlung im elektrischen und magnetischen Feld.

J. Stark, Der spektrale Nachweis elektrischer Felder an der Oberfläche chemischer Atome. Ann. d. Phys. **60,** 196—200, 1919.

W. Steubing, Eine diamagnetische Erscheinung in leuchtendem Stickstoff und magnetisches Verhalten seiner Bandenspektra. Phys. Ztschr. **20,** 512—519, 1919.

13. Röntgenstrahlen, γ-Strahlen.

H. N. Mc Coy u. **G. H. Cartledge,** Die γ-Strahlenaktivität des Thorium D. Journ. Amer. Chem. Soc. **41,** 50—53, 1919.

W. Duane and **T. Shimizu,** On the relation between the K series and the L series of X-rays. Phys. Rev. **14,** 67—73, 1919.

O. B. Overn, The L series in the tungsten X-ray spectrum. Phys. Rev. **14,** 137—142, 1919.

A. Pflüger, Kombinationstöne und Röntgenstrahlen. Verh. d. D. Phys. Ges. **21,** 668, 1919.

III. Chemische Elektronik.

14. Atom- und Valenzlehre.

H. Schmidt, Gleichgewichts- und Stabilitätsstudien am Haasschen Modell des positiven Kerns der Atome. Phys. Ztschr. **20,** 448—450, 1919.

H. Teudt, Ableitung der chemischen Verwandtschaft aus der Elektronentheorie. Ztschr. f. anorg. Chem. **108,** 137—160, 1919.

15. Chemische Wirkungen der Gasionen und elektrischen Strahlen.

K. Fajans, Die künstliche Zerlegung des Stickstoffatoms. Die Naturwiss. 7, 729–730, 1919.

E. Rutherford, Collision of α-particles with light atoms. Nature **103,** 415—418, 1919.

16. Chemische Wirkungen der Ionen in Elektrolyten.

17. Chemische Wirkungen des Lichtes.

A. v. Nasaroff, Über den photochemischen Temperaturkoeffizienten von Chlor. Ztschr. f. wiss. Photogr. **18,** 231—233, 1919.

F. Weigert, Über einen neuen Effekt der Strahlung. (Zweite Mitteilung.) Verh. d. D. Phys. Ges. **21,** 615—622, 1919.

F. Weigert, Über einen neuen Effekt der Strahlung. (Dritte Mitteilung.) Verh. d. D. Phys. Ges. **21,** 623—631, 1919.

IV. Radioaktivität.

18. Allgemeines über Radioaktivität.

F. Kirchhof, Über eine Beziehung zwischen Reichweite und Lebensdauer der α-Strahlen. Ztschr. f. phys. Chem. **93,** 619—622, 1919.

19. Physikalische und chemische Eigenschaften radioaktiver Stoffe.

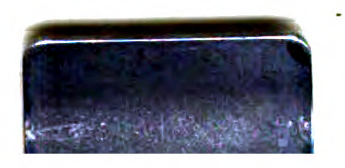
H. N. Mc Coy u. G. H. Cartledge, Die γ-Strahlenaktivität des Thorium *D*. Journ. Amer. Chem. Soc. **41,** 50—53, 1919.

O. Hahn u. L. Meitner, Über die chemischen Eigenschaften des Protaktiniums. I. Mitteilung. Abscheidung des Protaktiniums aus Pechblende. Chem. Ber. **52,** 1812—1828, 1919.

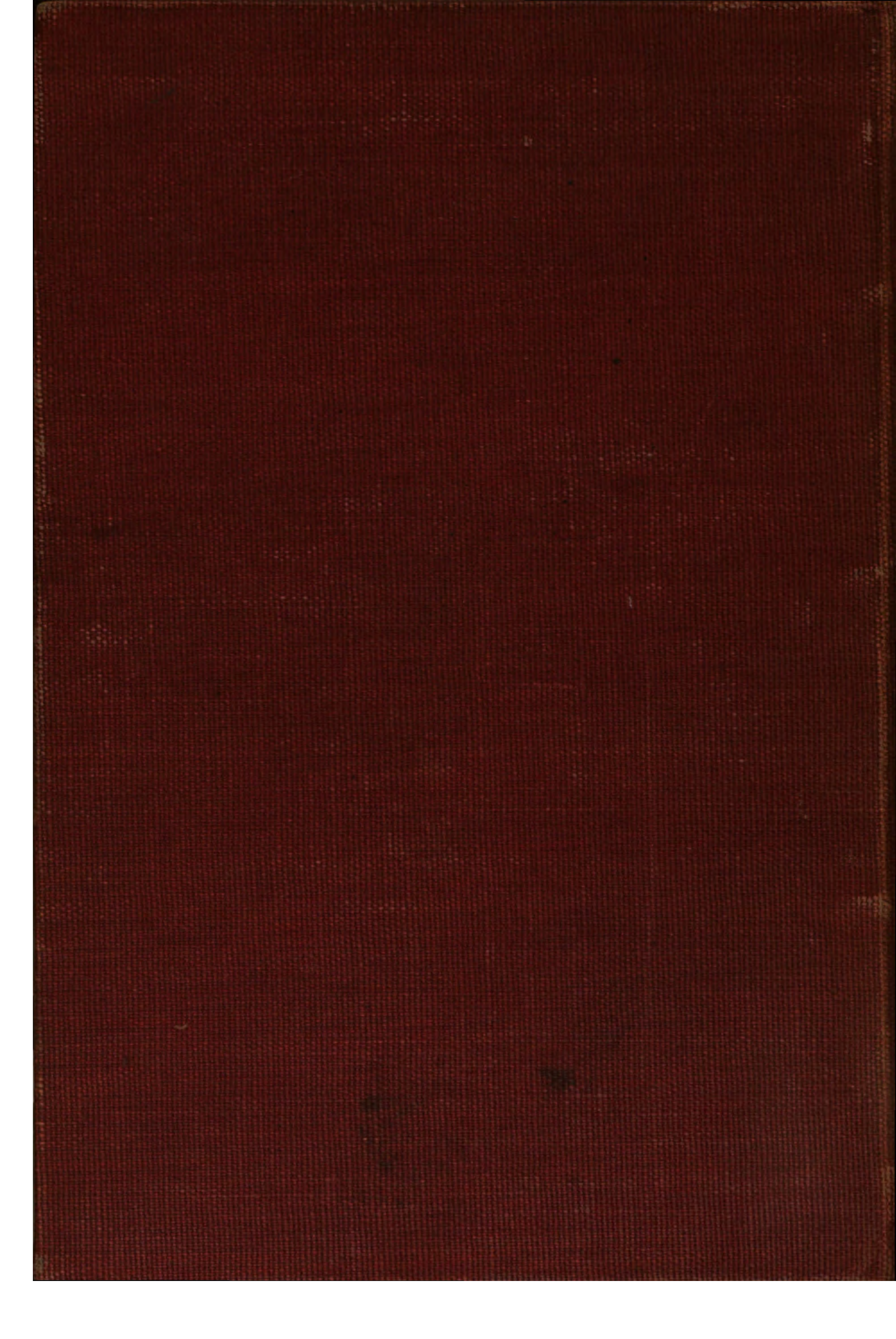
Autoren- und Sachregister.

(O. = Originalabhandlung, B. = Bericht, R. = Besprechung.)

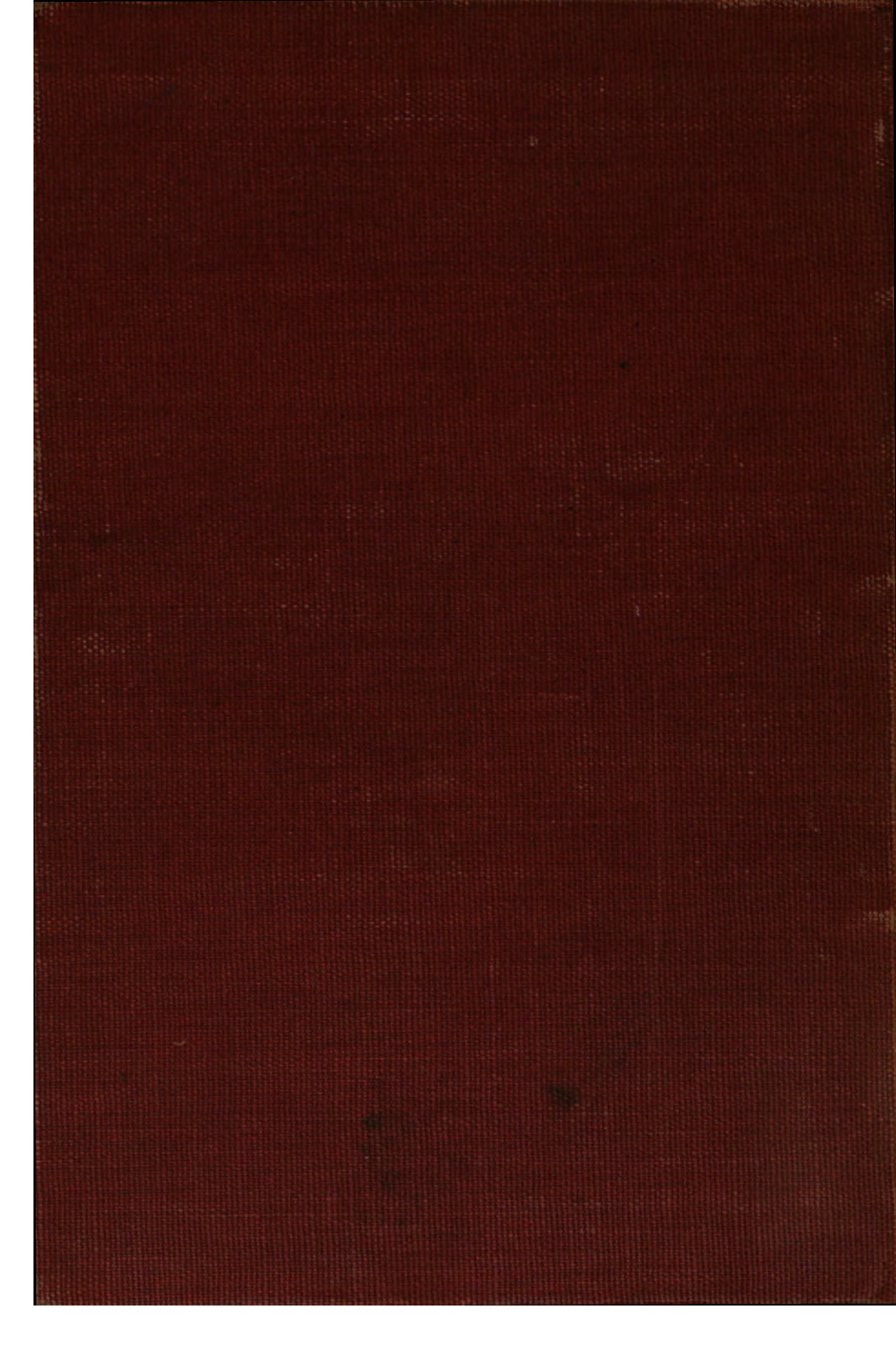
Druck von August Pries in Leipzig.



PAGE NOT AVAILABLE



PAGE NOT AVAILABLE



PAGE NOT AVAILABLE

PAGE NOT AVAILABLE

